





HYDRAULIQUE
PHYSIQUE.

Deux Exemplaires ont été déposés à la Bibliothèque impériale.

HYDRAULIQUE PHYSIQUE,

ou

CONNAISSANCE DES PHÉNOMÈNES QUE PRÉSENTENT LES FLUIDES,

Soit dans l'état de repos, soit dans celui de mouvement.

OUVRAGE ÉLÉMENTAIRE,

Renfermant l'Hydrostatique et l'Hydrodynamique.

Par JOSEPH MOLLET,

Professeur de mathématiques au Lycée de Lyon, Professeur de physique au Musée de la même ville, Membre de l'Académie des Sciences, Belles-Lettres et Arts de Lyon; et de la Société Académique de la ville d'Aix, département des Bouches-du-Rhône.

A LYON,

Chez BALLANCHE père et fils, Imprimeurs, aux halles de la Grenette.

1809.







PRÉFACE.

L'HYDRAULIQUE est une branche extrêmement importante des sciences physiques et mathématiques. Les phénomènes du mouvement et de l'équilibre des fluides, donnent lieu à un si grand nombre d'expériences curieuses, qu'ils entrent naturellement dans le domaine de la physique expérimentale. D'un autre côté, les lois qui régissent les fluides dans les deux circonstances du mouvement et du repos, ne peuvent être liées entre elles, et amenées à cet état d'unité et de simplicité qui constitue une véritable science, que par le secours de l'analyse et du calcul. La science des fluides tient donc en même temps à la physique et aux mathématiques ; aussi les physiciens ne manquent jamais de lui donner une place distinguée dans leurs cours ; et tout ce que la géométrie a eu d'hommes plus habiles, se sont occupés du soin d'éclaircir, d'approfondir la théorie des fluides, et de l'établir sur des bases certaines.

Il y a donc sur cette matière deux sortes d'ouvrages. Dans les uns, on se contente de présenter au lecteur une suite de faits. Chaque proposition est suivie de la preuve expérimentale, et l'on passe sous silence tout ce qui ne peut pas être prouvé facilement de cette manière. Dans les autres, c'est d'abord un principe unique et fondamental d'où naît une série de *théorèmes*, démontrés par les méthodes géométriques et analytiques, et où les faits ne viennent que d'une manière accessoire à l'appui de la démonstration. Les premiers ouvrages sont faciles à entendre, et sont à la portée de tout le

monde ; mais ils pèchent généralement par le défaut d'ordre ; ils sont plus ou moins incomplets, et l'on trouve même dans quelques-uns des contradictions et des erreurs. Les derniers infiniment plus méthodiques et plus profonds, sont par malheur hérissés de grandes difficultés, et ils exigent du lecteur des connaissances qui ne sont pas communes.

Occupé depuis long-temps de l'enseignement de la physique ; j'ai senti plus d'une fois le besoin d'avoir, sur la science de l'hydraulique, quelque ouvrage ou plus complet, ou plus élémentaire que ceux que nous possédons. J'ai donc cherché à recueillir sur ce sujet un système de connaissances exactes et méthodiques, et à leur donner une forme qui pût les rendre intéressantes et facilement intelligibles. C'est dans cette intention que j'ai rédigé le présent Traité, et je le publie aujourd'hui dans l'espérance qu'il pourra être utile aux personnes qui se livrent à l'étude de la physique. Tel est le motif qui m'a porté à entreprendre cet ouvrage. Voici de quelle manière il est exécuté.

1.° Quoique je sois convaincu que ce n'est que dans les ouvrages des mathématiciens que l'on peut puiser une connaissance entière et parfaite de la science des fluides, j'ai tâché néanmoins d'écarter de mon livre les formes abstraites des mathématiques. J'ai craint que beaucoup de lecteurs n'en fussent rebutés ; cependant comme les formules algébriques simplifient beaucoup l'expression d'un résultat; qu'elles sont pour ceux qui connaissent ce langage, un tableau abrégé de toutes les conséquences renfermées dans un même principe ; j'ai eu soin de donner ces formules dans de petites notes placées au bas des pages. Les jeunes mathématiciens auront ainsi la

satisfaction de faire quelques applications des connaissances qu'ils ont acquises ; et ceux qui ignorent les mathématiques, ne seront point arrêtés dans la lecture du texte.

2.° Cet Ouvrage étant un livre de physique, et pouvant même un jour faire partie d'un cours complet sur cette matière, j'ai cru devoir appuyer chaque proposition des preuves expérimentales les plus curieuses, et les plus probantes ; afin que mes lecteurs n'ignorassent rien de ce qui est connu dans ce genre, et qu'ils fussent au fait de tout ce qui se voit dans un cours. Parmi les expériences rapportées par les différens auteurs, il s'en trouve quelques-unes, qui sont ou mal présentées, ou mal expliquées, dans des ouvrages d'ailleurs estimables : j'ai soin de rectifier ces erreurs, et de donner la véritable explication des faits.

3.° Pour rendre la théorie plus facile à saisir, j'en fais des applications fréquentes. Il n'y a pas un principe, dont je ne fasse voir les conséquences, pas une règle, dont je ne donne quelque exemple. Cette méthode m'a paru convenable pour la plupart des lecteurs : en même temps qu'elle facilite l'intelligence de la proposition, elle en fait sentir l'utilité.

4.° Il y a dans l'*hydrodynamique*, qui forme la seconde partie de ce Traité, quelques propositions, dont la démonstration pourra paraître difficile. Mais la difficulté est dans la chose même, et il ne m'a pas été possible de la faire disparaître entièrement. Ceux à qui les raisonnemens employés dans ces circonstances, paraîtront trop abstraits, feront bien de s'en tenir d'abord aux résultats, sauf à revenir par la suite sur ces démonstrations,

qu'une seconde lecture ne manquera pas de faire paraître plus claires, et plus intelligibles.

5.° Quelques endroits demandaient des développemens, ou amenaient des observations, qui ne pouvaient pas trouver place dans le texte. Je les ai renvoyés à la fin de l'ouvrage sous forme de notes. C'est là qu'on trouvera des détails sur l'*expérience de Lyon*, l'inflammation opérée par la compression subite de l'air, des recherches sur les écoulemens qui ont lieu en même temps par plusieurs orifices, la description de quelques machines propres à élever une partie de l'eau employée à les faire mouvoir.

L'auteur que j'ai le plus souvent consulté, celui qui m'a été le plus utile pour la composition de cet Ouvrage, c'est M. *Bossut.* Son *hydrodynamique* recommandable par la méthode dans la partie théorique, et par les faits dans la partie expérimentale, a par-tout été mon guide : sa marche a tracé la mienne; et si je me permets quelquefois d'ajouter, ou de changer quelque chose, c'est toujours en subordonnant ma façon de voir, à celle de cet illustre savant.

La nouvelle *Architecture hydraulique* de M. *Prony* est un trésor de science, et un ouvrage supérieur. J'ai eu bien du regret, que les formes savantes adoptées par l'auteur, n'aient pas pu se concilier avec le langage simple et commun, que je devais employer pour mon objet.

Il ne me reste plus qu'à solliciter l'indulgence des hommes éclairés, entre les mains de qui ce livre pourra tomber. J'espère qu'ils ne verront dans l'auteur que le désir d'être utile, et l'intention de rendre plus facile l'étude d'une partie très-importante des sciences physiques.

CONSIDÉRATIONS

Sur la nature des fluides, et notions préliminaires.

Tous les physiciens admettent l'existence d'une *force* répandue généralement dans la nature, qui porte toutes les parties de la matière les unes vers les autres, et qui travaille sans cesse à les réunir. C'est cette force qui régit les planètes dans l'espace, et les empêche de s'égarer : c'est elle qui maîtrise ici-bas les corps terrestres, et les pousse sans relâche vers le centre de notre globe : c'est cette force qui arrondit les corps célestes en sphères immenses, et les moindres particules de nos fluides en perles globuleuses : c'est elle dont l'action lente et tranquille façonne nos minéraux en solides réguliers et géométriques; et qui troublée, ou contrariée par les circonstances; produit cette multitude de corps de toutes les formes, et de tous les volumes. Cette force puissante et universelle, si elle existait seule, si elle pouvait exercer son action librement, et sans obstacle, ne ferait de tout cet univers, qu'une masse énorme sans mouvement et sans vie : mais combattue sans cesse dans le système du monde, par une *force antagoniste*, elle n'a d'autre effet que d'y maintenir l'ordre et l'équilibre; et contrariée sur notre globe de mille manières, elle ne produit dans les corps terrestres, qu'une *cohésion* variable, et qui peut toujours être détruite par quelque moyen.

Les corps que l'on appelle *solides*, sont composés d'un certain nombre de particules matérielles, plus ou moins étroitement unies par la force dont il est ici question. La physique démontre, que ces particules ne se touchent pas intimement, et par tous leurs points; qu'elles laissent entr'elles un grand nombre d'intervalles, ou vides, ou remplis de quelque matière subtile, et qu'on appelle des *pores*. Le nombre des pores, comme leur grandeur et leur forme, varie dans les différens corps, et l'on ne peut avoir à ce sujet aucune connaissance précise. On ignore également quel est le rapport entre la *somme* des particules matérielles d'un corps, et la *somme* des espaces vides, renfermé sous son volume : car il n'existe aucun corps entièrement *solide*, et qui pût servir de terme de comparaison. Tous les corps sont plus ou moins *poreux* et l'on pense même généralement, que dans ceu qui sont le plus pesans, et dont les parties son plus serrées, il y a encore plus de *vide* que d *plein*.

L'existence de ces pores prouve déjà, que l force d'*attraction* qui maîtrise toutes les parti de la matière, n'a pas pu avoir son plein et enti effet dans la formation des corps. Soit la figu de leurs premières molécules, soit les circonstanc qui ont accompagné leur réunion, soit l'inte vention de quelque puissance étrangère, cette for n'a pu produire qu'un contact imparfait, qu'u adhésion incomplète, qui varie dans le différe corps; et de-là naissent la *dureté*, la *molless* la *ductilité*, la *ténacité*, la *fragilité*, et tou les propriétés des corps considérés par rapport l'*agrégation* de leurs parties.

Outre les circonstances particulières qui ont pu modifier la force active et constante, qui produit la *solidité* dans les corps terrestres, il est une autre force également puissante, qui lutte sans cesse contre la première, et fait effort pour séparer, ce que celle-ci tend à réunir. Cette force *dispersive*, et pour ainsi dire, *désorganisatrice*, réside essentiellement dans l'*élément du feu*, connu plus généralement aujourd'hui sous le nom de *matière de la chaleur*. Quelle que soit la cause de son extrême mobilité, de sa prodigieuse activité, le feu réagit sans cesse contre les parties *intégrantes* de tous les corps; il les tient plus ou moins écartées, et s'oppose à leur rapprochement; et si cette action n'était à son tour continuellement modérée par la force attractive, dont il a d'abord été question, l'univers entier ne serait qu'un amas confus d'*atomes incohérens*.

Le feu pénètre donc tous les corps, et diminue, ou affaiblit le contact de leurs parties. Lavoisier a même soupçonné, et d'autres savans pensent comme lui, que les molécules des corps solides ne se touchent pas immédiatement, et qu'elles sont en quelque sorte *isolées*, même dans les corps les plus durs. Ce qu'il y a de certain, c'est que le refroidissement est toujours accompagné d'une diminution de volume, et par conséquent d'un rapprochement dans les parties du corps. Nous ignorons jusqu'où peuvent aller cette diminution, et ce rapprochement. A mesure que la chaleur diminue, que le feu se retire, la force d'attraction augmente, les particules matérielles se resserrent dans un plus petit espace; et il paraît que, s'il était possible d'exclure tout-à-fait d'un corps la matière du feu, alors elles seraient dans le contact

le plus parfait ; et le corps aurait toute la dureté, toute la solidité, que pourraient permettre la nature, et la configuration propre de ses parties. Mais ce degré d'un *froid extrême* et absolu, n'existe point sur notre globe : d'où il suit que la force de cohésion n'exerce nulle part son action toute entière, et qu'elle est par-tout plus ou moins combattue par une force opposée et rivale.

Le fluide igné remplissant les pores de tous les corps, à mesure que la quantité ou l'agitation de ce fluide augmente, le volume des corps augmente aussi, et leurs molécules s'écartent de plus en plus. Enfin cet ennemi de l'union et du repos triomphe : les molécules se mettent en mouvement, et se séparent : la force qui les unissait, est suspendue par la force *répulsive* du feu; et le corps qui était *solide*, passe à l'état de *fluide*. La *fluidité* est donc l'état d'un corps, dont les molécules sont entre deux forces égales, et par conséquent dans une indépendance mutuelle. Ce qu'il faut de chaleur pour produire cet effet, varie dans les différens corps. Il en est dont on ne peut séparer les parties, que par un feu de la plus grande violence : d'autres au contraire cèdent à une chaleur moyenne; et plusieurs même sont dans un état habituel de fluidité : il y a toujours sur notre globe, et dans nos climats, assez de chaleur pour empêcher la réunion de leurs parties, et maintenir leur mobilité et leur indépendance. Cependant ces mêmes corps exposés à un degré de froid suffisant, se convertissent en *solides*, et peuvent même acquérir une très-grande dureté. L'eau dans nos climats, se convertit en glace tous les hivers : le mercure même, qui paraît éminemment fluide, s'est durci en véritable solide,

au moyen d'un froid artificiel très-considérable; et l'on sait aujourd'hui, qu'il y a plus d'un endroit sur la terre, où la température naturelle des hivers est assez froide, pour fixer ce fluide si vif, et si mobile.

La solidité et la fluidité sont donc deux états, qui peuvent appartenir successivement à la même substance. Nous appelons *solides* tous les corps, dont les molécules sont unies entr'elles, sans pouvoir changer respectivement de place, et qu'on ne peut séparer que par un effort plus ou moins grand. On donne le nom de *fluides* à ceux dont les molécules, sans être néanmoins séparées, jouissent d'une indépendance, et d'une mobilité telles, qu'elles cèdent au moindre effort, et changent indifféremment entr'elles d'ordre et d'arrangement. Qu'on broie un corps solide, on le divisera en fragmens de plus en plus petits : on pourra même le réduire en molécules si fines, qu'elles échappent sous les doigts : ce sera, comme on dit, une poudre *impalpable*, et qui coulera comme un fluide. Ce n'est point là cependant un fluide proprement dit : c'est un assemblage de *corpuscules* d'une extrême petitesse, mais séparés les uns des autres, et composés eux-mêmes de parties plus petites. Dans les véritables fluides au contraire, la division est poussée par la nature aussi loin qu'il est possible : les molécules sont désunies, sans être distantes ni isolées; elles sont libres, et indépendantes, sans cesser de tenir les unes aux autres avec une force, à la vérité peu considérable, mais que l'on peut encore mesurer. Un disque de verre appliqué contre la surface de l'eau, ne peut en être détaché que par un certain poids; et comme il emporte avec lui une mince

couche d'eau, le poids employé pour le détacher, exprime bien la force, qui unit encore entr'elles les molécules de ce fluide. Cette force se manifeste d'une manière frappante, lorsqu'on voit deux gouttes d'eau mises en contact, se saisir l'une de l'autre, et se confondre en une seule goutte d'un plus grand volume.

Cette réunion de deux gouttes d'eau en une, est un phènomène commun, qui demande néanmoins une explication. Je considère une goutte, quelle que soit sa petitesse, comme composée d'un certain nombre de molécules aqueuses, s'attirant toutes mutuellement avec une égale force, et pai conséquent s'arrangeant nécessairement en forme de sphère autour d'un même céntre. Maintenant que deux gouttes d'eau soient placées à côté l'une de l'autre, de manière à se toucher, à l'instan l'attraction réciproque des molécules en contact commence à déranger l'équilibre existant dan chaque goutte. Les deux sphères se brisent pou un moment : mais les molécules aqueuses agissan toutes les unes sur les autres, s'arrangent aussitô autour d'un même point, et forment encore un goutte *sphérique* d'un volume double. Voilà d quelle manière on peut concevoir, que s'opère l réunion des particules d'un même fluide.

Quoiqu'il soit reconnu aujourd'hui, que l'eau e une substance composée, on peut toujours se repr senter ses particules comme *globuleuses ;* et suffit en effet pour que la chose soit possible que les particules *hétérogènes*, dont la comb naison constitue le fluide aqueux, aient pu prend cette forme en s'unissant. Une figure sphériq convient parfaitement à la grande mobilité de l'ea quoiqu'on pût encore expliquer cette propriété

par l'*égalité d'attraction* entre toutes ses parties. On voit en effet qu'à l'instant où une molécule, pour obéir à une force supérieure, quitte la molécule voisine, aussitôt elle en trouve d'autres, qui l'attirent avec une égale force ; de façon qu'on peut la considérer, comme étant toujours en équilibre, et n'opposant pour cette raison, aucune résistance à son déplacement. Ce n'est que lorsqu'on veut la détacher de la masse dont elle fait partie, qu'on aperçoit cette légère *adhérence* dont on a parlé, et qu'on sent qu'il faut employer quelque effort, pour opérer cette séparation.

Puisque la fluidité est le résultat de l'action du feu sur les molécules des corps solides, on peut croire que cette propriété est susceptible de différens degrés. En effet à mesure que la chaleur augmente dans un fluide, le volume du fluide augmente aussi : ses molécules s'écartent de plus en plus : le reste d'adhérence qu'elles conservaient encore, s'affaiblit, et leur mobilité doit aussi devenir plus grande. L'on a remarqué, que l'adhésion du disque de verre était moindre, lorsque la température de l'eau s'élevait; et que l'eau chaude s'échappant par un tuyau fort menu, fournissait dans un temps donné, un plus grand nombre de gouttes, que l'eau froide. D'ailleurs la chaleur, comme on sait, donne à l'eau la faculté de pénétrer, et de dissoudre plusieurs substances, sur lesquelles l'eau froide n'a qu'une action plus lente, ou même nulle. La chaleur paraît donc augmenter la mobilité et la subtilité des particules aqueuses. Mais si les propriétés *physiques* et *chimiques* des fluides sont modifiées par la chaleur, leurs propriétés *mécaniques* demeurent les mêmes

à toutes les températures, et cette cause est tout-à-fait sans influence à cet égard.

Un corps solide ne devenant fluide, que parce que la matière du feu s'est introduite entre ses molécules, et a rompu les liens qui les unissaient entr'elles, un fluide ne peut revenir à l'état de solidité, qu'autant que le feu est forcé de se retirer, et qu'il laisse agir la force d'*aggrégation*. Alors les parties se rapprochent, s'unissent entr'elles, et le volume des corps devient naturellement plus petit. Cependant il est connu que l'eau augmente de volume en se gelant. Ce fait particulier s'accorde mal avec le principe général qu'on vient d'établir. Voici comme je crois qu'on peut en rendre raison.

Il est certain que l'eau, comme tous les autres corps, diminue de volume en se refroidissant. Ce n'est que lorsqu'elle approche du terme, où elle doit prendre de la solidité, qu'elle cesse de se resserrer, et qu'elle commence à se *dilater*. Il paraît que cette marche *rétrograde* est due à la séparation de l'air, logé entre les molécules de l'eau : du moins la *dilatation* est-elle bien diminuée, lorsque l'eau a été préalablement dépouillée de son air. Cet air qui n'occupait que des espaces insensibles et libres, tant que l'eau était fluide, et qu'elle possédait quelques degrés de chaleur, est forcé de sortir de ces petites cellules, lorsque les parties de l'eau se sont rapprochées à un certain degré, et qu'elle est sur le point de devenir solide. Mais en se retirant, l'air dont le volume devient alors sensible, force les molécules aqueuses de s'arranger dans un ordre, qui n'est pas celui où elles occupent le moins d'espace. Telle est la manière dont je crois, qu'il faut

expliquer l'augmentation de volume remarquée dans l'eau, qui se convertit en glace.

Quand la chaleur est parvenue dans un fluide jusqu'à un certain degré, le fluide change alors de forme, devient invisible, et s'envole dans l'atmosphère. Cette transformation est un *phénomène* des plus intéressans, et dont on ne peut donner ici qu'une légère connaissance. L'eau échauffée jusqu'au degré de l'ébullition, nous offre cette conversion subite d'un fluide visible et palpable, en un fluide invisible, comme l'air, et jouissant de propriétés nouvelles. Dans l'eau liquide, les deux forces qui se partagent le domaine de cet univers, se font mutuellement équilibre, et se tiennent en balance. Dans l'eau en vapeur, la force répulsive du feu l'emporte sur la force opposée : le nouveau fluide fait effort pour s'étendre de plus en plus, et occuper un plus grand espace. On ne connaît point les limites de cette propriété *expansive* : on sait seulement que la pression de l'air, et la pesanteur empêchent la dissipation des molécules, que le feu repousserait de plus en plus, et disperserait, pour ainsi dire, à l'infini.

Il en est des substances terrestres à l'égard de cette nouvelle propriété, comme à l'égard de la simple fluidité; c'est-à-dire que certaines substances ne peuvent se *volatiliser* que par une chaleur excessive; que d'autres prennent la forme de *vapeurs*, au moyen d'une chaleur modérée, et que plusieurs enfin sont constamment dans cet état *aériforme* par toutes les températures connues.

Parmi les substances que nous pouvons convertir en fluides invisibles, les unes reprennent leur première forme, dès qu'elles viennent à perdre la

température, où elles l'avaient quittée ; et celles-ci s'appellent simplement des *vapeurs*. Les autres persévèrent dans leur nouvel état, et s'appellent des *gaz*. Lavoisier, et plusieurs physiciens modernes rejettent cette distinction, et comme les vapeurs et les gaz jouissent des mêmes propriétés physiques, et se comportent à beaucoup d'égards de la même manière, ils les rangent dans la même classe, et ils pensent qu'il n'y a de différence entr'eux que dans la facilité plus ou moins grande, avec laquelle ils abandonnent la matière du feu qui leur donne la forme aérienne.

Une observation importante, et que je me contenterai de présenter ici en passant, c'est que l'une et l'autre fluidité paraissent dues, non seulement à la force répulsive du feu libre, logé entre les molécules des fluides, mais encore à une certaine portion de feu combiné avec elles. Il paraît qu'ur corps solide ne prend de la fluidité, et qu'ur fluide ne passe à l'état aériforme, qu'en absorban une certaine quantité de matière de la chaleur C'est au moins ce qui est prouvé pour la glace lorsqu'elle se résout en eau, pour l'eau, qui s convertit en vapeur, et pour plusieurs autres subs tances. Mais comme cette considération est étrangèr à notre objet, je n'en dirai pas davantage sur c sujet.

Les vapeurs se présentent quelquefois sous ur forme visible, et qui tient le milieu entre l fluides coulans, et les fluides aériformes : tels so les *brouillards* et les *nuages*. Dans cet ét moyen, les vapeurs aqueuses ne forment plus fluide à proprement parler, n'agissent plus à manière des fluides, n'affectent plus la forme c convient aux fluides : elles sont alors un amas

molécules isolées, distinctes, véritablement indépendantes, qui flottent dans l'air, qui suivent ses mouvemens, et qui prennent toutes sortes de formes, dues au hasard, ou aux forces quelconques qui agissent sur elles. Ces vapeurs visibles, que M. de *Saussure* appelle *vapeurs vésiculaires*, parce que leurs molécules ressemblent à de petits ballons enflés par la matière du feu, paraissent être à l'égard des fluides invisibles, ce que sont les poudres et les sables à l'égard des fluides coulans.

Les véritables fluides dont on vient de faire connaître la formation, composent donc deux classes bien distinctes, les fluides visibles et coulans, et les fluides invisibles ou aériformes. La différence la plus importante qu'il y ait entr'eux, c'est que les uns sont absolument, ou à-peu-près, *incompressibles*, et que les autres au contraire diminuent de volume par la compression, et se rétablissent dans leur premier état, lorsque la compression a cessé. L'eau et les fluides de la même classe, sont réputés incompressibles; du moins dans toutes les expériences qui ont été tentées à ce sujet, l'eau a paru opposer une résistance invincible, ou si elle a cédé, c'est d'une quantité si petite, qu'on peut bien ne pas en tenir compte. Au contraire l'air, et les autres fluides de cette espèce, peuvent être facilement réduits à un plus petit volume: mais ils *réagissent* contre la force qui les comprime, et s'étendent de nouveau, lorsqu'ils en ont la liberté. Tâchons de découvrir quelle peut être la cause d'une différence aussi marquée.

On a établi que les fluides coulans devaient être considérés, comme composés de molécules sphériques, conservant une légère adhérence entr'elles, roulant, pour ainsi dire, sur des

molécules de feu, dont l'attraction mutuelle est en équilibre avec l'attraction que les molécules du fluide exercent les unes sur les autres. La diminution de la quantité de feu peut bien obliger ces particules de se rapprocher davantage, la cause qui les tenait écartées étant affaiblie : mais l'application d'une force extérieure ne peut produire qu'un rapprochement insensible, ou même nul.

Tant que la température de l'eau est de quelques degrés au-dessus de la glace, son volume est *réductible* par le refroidissement : pourquoi ne l'est-il pas de même par l'action d'une très-grande puissance? Serait-ce par la raison que les molécules aqueuses ne pourraient alors se rapprocher, sans que la matière ignée qui les soutient, se condensât aussi, ou qu'elle fût chassée hors du corps? Dans le premier cas, le feu en se condensant, élèverait la température de l'eau, et tendrait à en augmenter le volume : d'où il suit que la force comprimante se nuirait alors à elle-même, et annullerait ainsi l'effet qu'elle pourrait produire. Dans le second cas, il y aurait bien réduction dans le volume du liquide : mais il paraît que le feu se meut dans ces substances avec trop de difficulté, et qu'il y adhère trop fortement, pour qu'aucun moyen mécanique puisse l'obliger d'en sortir. Le feu ne pouvant donc céder en s'échappant, c'est lui qui dans les liquides, oppose à la compression une résistance insurmontable.

Ce n'est pas la même chose, lorsque l'eau a changé de forme, et qu'elle a passé à l'état de fluide invisible. Cette nouvelle manière d'être lui donne de nouvelles propriétés, et sur-tout celle d'être compressible. Voici de quelle manière on peut se rendre raison de la chose. Si l'on observe

ce qui se passe dans l'eau, lorsqu'elle approche du terme de l'*ébullition*, on remarquera qu'il s'élève du fond du vase une multitude de très-petites *bulles*, qui ne parviennent pas d'abord jusqu'à la surface du liquide, et qui disparaissent dans la masse. Ces bulles sont la première origine d'un nouveau fluide. A mesure que la chaleur augmente, ces petits ballons grossissent; et enfin ils ont bientôt acquis assez de volume, pour s'élever au travers de l'eau, et se dissiper dans l'air. Cette matière donc qui agite le liquide, et le soulève en bouillons, est un fluide nouveau, qui se forme dans son sein; ou plutôt c'est l'eau elle-même sous une nouvelle forme, résultat de son *union* avec la matière du feu. Cette union est prouvée, soit par la *fixité* de la température de l'eau bouillante, dont la chaleur ne saurait augmenter, quelque soit l'activité du feu; soit par le *refroidissement* qui accompagne toujours l'évaporation, et qui indique assez, que la vapeur en se formant, emporte avec elle une certaine quantité de chaleur.

La formation de la vapeur aqueuse nous explique celle de tous les fluides invisibles. Ils sont tous composés d'une substance quelconque unie à l'élément du feu. Je me réprésente un fluide invisible, celui par exemple, qui se forme dans l'eau qui bout, comme composé de molécules isolées, toutes environnées de la matière du feu. Le fluide igné en détruisant l'aggrégation des parties, contracte lui-même une forte adhérence avec ces molécules qu'il a désunies, les enveloppe de toutes parts, et forme avec elles un nouveau fluide, dont il fait la partie la plus volumineuse, et dont la substance à laquelle il est uni, fait seule la partie *pondérable*.

Si telle est la constitution des fluides invisibles, on conçoit aisément d'où vient qu'ils sont compressibles et élastiques, au contraire des fluides coulans. En effet, lorsqu'on applique à un fluide de cette espèce une force extérieure, ses molécules *constituantes* (j'appelle ainsi la substance pesante) étant fort écartées entr'elles, et le feu qui les sépare, communiquant par-tout librement avec lui-même, ses molécules, dis-je, se rapprochent sans peine, parce que les particules ignées cèdent aisément, et se retirent plus loin avec promptitude, et sans que la température change sensiblement. Comme chaque particule constituante est enveloppée par la matière du feu, on conçoit que les parties de cette enveloppe, qui sont les plus éloignées du centre, y doivent tenir le plus faiblement, et qu'elles ne doivent opposer qu'une médiocre résistance à leur déplacement. Ainsi la compression doit produire dans le fluide une diminution de volume. Mais aussitôt que la compression a cessé, les choses reviennent à leur premier état : l'intervalle entre les molécules constituantes se rétablit tel qu'il était, parce que le feu rentre aussitôt dans les espaces qu'il avait abandonnés.

Cette idée sur la nature des fluides aériformes, et sur la cause de leur compressibilité et de leur élasticité, se trouve confirmée par quelques faits remarquables. On sait que la vapeur aqueuse fortement comprimée, reprend la forme de liqueur sans que sa température se soit abaissée. On sai aussi que le thermomètre descend de quelque degrés, dans un vase dont on ôte l'air, et qu'i s'élève au contraire de quelques degrés, lorsqu'o y laisse rentrer ce fluide. Mais ce que l'on n savait point encore, et ce que nous a appris un

belle expérience, due d'abord à un heureux hasard, répétée ensuite, variée et perfectionnée à Lyon, par plusieurs amateurs de cette ville, c'est que l'air atmosphérique, et probablement tout autre fluide élastique, *subitement* et *fortement* comprimé, laisse dégager une quantité de chaleur assez grande, pour enflammer les matières aisément combustibles. On voit clairement dans cette expérience nouvelle et intéressante, le feu qui enveloppe les particules pondérables de l'air, se condenser en même temps que ce fluide, et ne pouvant pas, à cause de la prestesse du mouvement, s'échapper assez vîte, produire une élévation de température, suffisante pour opérer la combustion. (Note 1.re)

Les fluides considérés relativement à leurs propriétés physiques, forment donc deux classes bien distinctes, les fluides *compressibles*, et les fluides *incompressibles*. Une différence aussi importante entre ces deux espèces de fluides, établit aussi dans certains cas une grande différence dans leur manière d'agir. Nous aurons soin de le faire remarquer quand il en sera temps.

Les molécules des fluides étant comme libres et indépendantes, il suit que lorsqu'un fluide en mouvement vient frapper un corps, chacune de ses molécules fait, pour ainsi dire, son impression à part, et comme si elle était seule. C'est pour cette raison, que lorsqu'une masse d'eau tombe de quelque hauteur sur la tête d'un homme, cet homme n'en est point blessé ; tandis qu'il l'eût été indubitablement, si cette eau avait été convertie en glace. Cependant si le fluide est en repos, s'il est renfermé dans un vase quelconque, on peut

alors le considérer comme formant *un tout :* il y a pour lui un *centre de gravité*, comme il y en a un pour les corps solides, et sa manière d'agir en masse, est dans ce cas semblable à celle de ces derniers.

Le centre de gravité d'un corps est le point où semble résider toute la pesanteur de ce corps : c'est le point autour duquel toutes les parties du corps sont en équilibre. Lorsque le corps est également pesant dans toutes ses parties, le centre de gravité est le même que le centre de figure. Ainsi dans une masse d'eau quelconque, d'une température égale, le centre de gravité est au centre de figure, parce que la pesanteur de cette eau est par-tout la même. Ce n'est pas la même chose pour l'air, parce que sa pesanteur n'est point uniforme, et qu'elle varie dans ses différentes parties, suivant la pression qu'elles supportent. La géométrie enseigne à trouver le centre de gravité de certains volumes. On peut aussi trouver ce centre *mécaniquement* dans un grand nombre de circonstances, en cherchant le *point*, où un corps est en équilibre dans toutes les positions. Le centre de gravité des fluides incompressibles se trouve en cherchant celui de la capacité où ils son contenus. Ce centre varie donc pour une même masse d'eau, selon la forme du vase qui la contient Quant à celui des fluides compressibles, on le trouve de même lorsque leur masse est peu considérable.

Les fluides sont comme les solides, soumis à l'action de la pesanteur. Ils obéissent même plus complètement que ceux-ci au pouvoir de cette force Un corps solide, posé sur un plan incliné à l'horizon peut y demeurer en équilibre, retenu par la rési

tance du frottement. Mais un fluide à raison de sa grande mobilité, s'écoule sur-le-champ, dès qu'il y a la moindre inclinaison. On sait qu'un moyen propre à reconnaître si un plan est, ou n'est pas dans une position horizontale, consiste à verser quelque fluide sur ce plan : dans le cas où le plan ne penche d'aucun côté, le fluide reste dans l'endroit où on l'a versé ; dans le cas contraire, il coule sur-le-champ du côté, où la pente l'entraîne.

Cette grande mobilité des fluides est cause qu'ils ne peuvent se soutenir, qu'autant qu'ils sont appuyés par tous leurs points. Il faut les renfermer dans des réservoirs, des bassins, des vaisseaux ; et s'il s'y rencontre quelque petite ouverture dans les parois, toute la partie du fluide qui est au-dessus, s'écoule par-là, entraînée par la pesanteur.

Quoique tous les fluides soient pesans, cela n'empêche pas que l'on ne puisse quelquefois les considérer comme soustraits à l'action de cette force générale. La pesanteur n'étant autre chose, que la tendance des corps vers le centre du globe terrestre, on conçoit fort bien, que les corps pourraient exister, à-peu-près tels que nous les voyons, sans cette tendance vers la terre. Cette *abstraction* est utile dans quelques circonstances, et les mathématiciens n'ont aucun scrupule à cet égard.

On ne peut pas de même dépouiller les corps de la *force d'inertie* : celle-ci appartient essentiellement à tout ce qui est matériel. On entend par force d'inertie, la résistance qu'un corps en repos oppose au mouvement, et qu'un corps en mouvement oppose au repos, ou à un mouvement

plus lent, ou plus rapide. On ne saurait changer à cet égard l'état d'un corps, sans employer pour cet effet une *force* plus ou moins grande, laquelle est détruite dans la puissance, par la résistance que le corps oppose à ce changement d'état. Dans le fond, la force d'inertie n'exprime que l'*impuissance* de la matière, et la nécessité d'employer une *force* pour produire un *effet*.

La force d'inertie est proportionnelle à la *masse* du corps, ou au nombre des particules matérielles dont il est composé. Il est évident, par exemple, que pour communiquer un même degré de vîtesse à une masse *double*, il faudra employer, et épuiser une force *double*. La pesanteur est bien aussi proportionnelle à la masse : mais cela ne fait point, que la pesanteur et la force d'inertie soient la même chose. Celle-là n'agit que dans un sens déterminé, *de haut en bas ;* l'autre agit dans tous les sens, et se fait sentir même dans un corps qui obéit actuellement à la pesanteur, et dont on ne peut changer la direction, accélérer ou rallentir la vîtesse, qu'en employant une force différente de celle qui l'entraîne.

Le *volume* d'un corps c'est la portion d'espace qu'il occupe; cet espace peut d'ailleurs être terminé d'une manière quelconque, avoir telle figure qu'on voudra. Le volume d'un corps solide demeure le même, tant que la température est la même Il en est de même dans le même cas, pour un fluide incompressible : mais si le fluide peut se comprimer, il faut de plus, qu'il ne se fasse aucun changement dans la pression qu'il supporte. La *forme* du solide ne peut point changer, tandis que la figure du fluide varie suivant la forme du vaisseau où il est reçu. La même quantité d'eau, contenue dans un vase ou *prismatique*, ou *cylindrique*, ou *sphérique*, occupe

toujours le même espace, quoique la forme en soit très-différente. Ce qui détermine la grandeur de l'espace occupé, c'est le nombre, et l'écartement des molécules. Tant que ces deux choses demeurent les mêmes, il est clair que le volume ne doit pas changer, quelque soit la disposition des surfaces, par lesquelles il est *circonscrit*.

La *masse* d'un corps est, comme on a dit, le nombre des particules matérielles dont ce corps est composé. On ne peut avoir à ce sujet aucune connaissance absolue. Les parties *intégrantes* des corps sont d'une telle petitesse, qu'elles échappent à notre vue, même aidée des meilleurs *microscopes*. Tout ce qu'on peut savoir à cet égard, c'est qu'un corps a plus ou moins de masse qu'un autre corps, lorsqu'il exige pour être mû, l'emploi d'une force plus ou moins grande, ou ce qui est plus simple et plus précis, lorsqu'il *pèse* plus ou moins que celui-ci.

Le volume peut se déterminer *géométriquement* : la masse ne peut se mesurer que *physiquement*, et par comparaison. Le volume d'un corps s'exprimait autrefois en *pieds-cubes*, *pouces-cubes*, etc. : on l'évalue aujourd'hui en *mètres-cubes*, *décimètres-cubes*, etc. : la masse se mesurait en *livres*, *onces*, etc. : elle s'exprime à présent en *grammes*, *décagrammes*, etc. (Note 2.e)

La *densité* d'un corps eat le rapport qu'il y a entre les nombres, qui expriment séparément la masse et le volume de ce corps. A mesure que la masse augmente, le volume demeurant le même, la densité augmente aussi : elle diminue, lorsque la masse devient moindre sous le même volume. Pareillement la densité change en plus ou en moins, selon que le volume diminue, ou augmente, sans qu'il se fasse aucun changement dans la masse. Quelquefois le mot de densité est

opposé à *rareté*. Un fluide est plus *dense*, ou plus *rare*, selon que dans un même espace, il contient un nombre de particules matérielles plus ou moins grand.

La *pesanteur* et le *poids* sont deux choses différentes : la pesanteur est la force qui entraîne en bas tous les corps terrestres; le poids c'est l'effort que fait un corps pour obéir à cette force. La pesanteur est la même dans toutes les particules de la matière : on le prouve par l'expérience, où l'on fait voir, qu'une plume tombe aussi vîte qu'un morceau de plomb, dans un espace dont on a ôté l'air. Chaque particule de matière fait donc un égal effort pour descendre vers le centre de la terre; et le poids absolu d'un corps n'est que la somme des efforts particuliers et égaux des molécules dont il est composé. On mesure le poids d'un corps, en le mettant en équilibre avec d'autres corps, pris arbitrairement pour servir de termes de comparaison. Le poids ne dépendant que du nombre des particules matérielles, n'a aucun rapport nécessaire avec le volume.

La *pesanteur spécifique* est le poids d'une matière quelconque sous un volume déterminé : elle est d'autant plus grande, qu'il y a plus de matière sous le même volume, ou qu'il y a moins de volume, pour la même quantité de matière. La pesanteur spécifique ne doit pas cependant être confondue avec la densité. Celle-ci est la cause, et l'autre est l'effet. Néanmoins on trouve quelquefois ces deux expressions employées indifféremment l'une pour l'autre. Les notions sur la masse, le volume, la densité, la pesanteur spécifique, seront éclaircies davantage par la suite.

HYDRAULIQUE PHYSIQUE.

L'HYDRAULIQUE est la science qui traite des fluides. Son nom vient d'un mot grec, qui veut dire *eau*. L'eau est prise ici pour tous les *fluides* en général, parce qu'en effet elle est un des fluides le plus universellement répandus, et dont l'action nous est le plus utile.

Les fluides sont ou dans l'état de repos, ou dans celui de mouvement. De-là naît la division naturelle de l'hydraulique en deux parties : l'*hydrostatique* et l'*hydrodynamique*. La première traite de l'équilibre des fluides considérés dans eux-mêmes, et privés de tout mouvement. La seconde s'occupe de l'action des fluides tirés de l'état de repos, et obéissant aux forces qui agissent sur eux. On traitera ici successivement de l'une et de l'autre, avec le plus de clarté et de méthode qu'il sera possible.

PREMIÈRE PARTIE.

HYDROSTATIQUE.

PREMIÈRE SECTION.

DE L'ÉQUILIBRE DANS UN SEUL ET MÊME FLUIDE.

CHAPITRE PREMIER.

Principe général d'équilibre dans les fluides en repos.

§ 1. Les fluides sont doués d'une si grande mobilité, que la moindre force suffit pour rompre l'équilibre de leurs parties. Mais je ne pense pas que ce soit là une raison pour y admettre une agitation continuelle, et toujours existante, même lorsqu'elle échappe à tous nos sens. On croyait autrefois, et quelques physiciens croient peut-être encore aujourd'hui, que les fluides ne sont jamais dans un repos parfait, et que leurs molécules sont toujours plus ou moins agitées. Ce sentiment était fondé sur l'idée qu'on se faisait de la *fluidité*. C'est la matière du feu, disait-on, qui dissout l'union des particules des solides : c'est en heurtant avec violence contre ces particules, que le feu parvient à les séparer, et à faire couler les corps les plus durs : la fluidité a donc pour première cause le *choc* et le *mouvement* de la *matière ignée*. Ce mouvement se transmet nécessairement aux molécules désunies. Un fluide est donc une substance dont toutes les parties sont actuellement poussées,

frappées, agitées par la matière du feu, et dans laquelle cette agitation persévère tant que dure l'état de fluidité. Si, ajoutait-on, ce mouvement essentiel venait à être suspendu, si les molécules demeuraient un seul moment dans un repos total, elles s'attacheraient aussitôt les unes aux autres, et le fluide se convertirait à l'instant en un corps solide. Telle était l'ancienne opinion sur la nature des fluides.

Le sentiment des modernes est un peu différent. C'est toujours la matière de la chaleur qui est la cause de la fluidité. Mais si elle produit quelquefois cet effet par sa grande *agitation*, elle le maintient toujours par la seule *interposition* de ses molécules entre celles du corps devenu fluide. D'un autre côté, on sait aujourd'hui que lorsqu'un corps solide passe à l'état de fluidité, il absorbe dans ce passage une certaine quantité de *feu libre*, qui se combine avec lui; de sorte que le fluide diffère du solide, non-seulement par la plus grande quantité de matière ignée, contenue entre ses parties, mais encore par celle qui lui est étroitement unie, et qu'il doit perdre pour revenir à l'état de solidité. Le repos seul ne saurait donc être une cause suffisante pour faire rentrer une substance *fluide* dans la classe des *solides*, et rien n'empêche d'admettre la possibilité de ce repos dans les fluides; d'autant mieux que nous les voyons souvent dans un état où l'œil le plus fin ne peut y découvrir le moindre mouvement.

§ 2. Cela posé, nous pouvons établir comme loi fondamentale de l'hydrostatique, le principe suivant : *Dans un fluide en repos, une molécule quelconque est également pressée dans tous les sens.*

En effet, si cela n'était pas ainsi, si la pression était plus grande d'un côté que d'un autre, la molécule serait obligée de céder à cette force supérieure, et de s'échapper vers l'endroit où elle éprouverait une moindre résistance. L'équilibre serait rompu : il y aurait du mouvement dans le fluide, ce qui est contre

la supposition. *L'égalité de pression* en tout sens, et le *repos* de la masse fluide, sont donc deux choses qui vont nécessairement ensemble, et qui résultent l'une de l'autre; de sorte que le fluide est en repos, lorsque chacune de ses molécules est poussée également dans tous les sens; et réciproquement chaque molécule éprouve dans tous les sens des pressions égales, lorsque le fluide est en repos.

Le principe qu'on vient d'établir, et dont la vérité est si sensible, a été trouvé par Archimède, le plus beau génie, peut-être, dont l'antiquité puisse se glorifier. M. Bossut l'a adopté avec raison, et il le considère comme le fondement de toute l'hydrostatique. Il nous servira pareillement de *base;* et toute la suite fera voir en effet, combien ce principe est fécond, et avec quelle facilité il rend raison de tous les phénomènes que présentent les fluides en repos.

Les fluides sont de deux espèces : fluides *incompressibles*, et fluides *élastiques*. Nous commencerons par les premiers.

CHAPITRE II.

Equilibre des fluides incompressibles, soumis à l'action d'une ou de plusieurs forces extérieures.

On a dit que l'on pouvait, par la pensée, dépouiller les corps de leur tendance vers la terre, et les considérer comme *non-pesans*. Cette considération nous sera avantageuse pour le moment. Cherchons la condition d'équilibre dans un fluide qui n'aurait point de pesanteur, et qui par cette raison n'aurait pas besoin d'être contenu dans un vase.

§ 3. Soit une masse quelconque, *a b c d e f i k* (fig. 1.re), d'un fluide supposé incompressible, et sans pesanteur, ayant telle forme que l'on voudra. Si à chaque

point de la surface du fluide, l'on applique perpendiculairement des forces égales qui agissent de dehors en dedans : 1.° *toutes ces forces se feront mutuellement équilibre ; 2.° leur action se transmettra librement, et sans perte, au travers de la masse fluide ; 3.° chaque molécule éprouvera la même pression que si ces forces lui étaient immédiatement appliquées.*

Les forces étant égales, il est évident qu'aucune d'elles ne pourra l'emporter sur une autre, qu'il y aura par conséquent équilibre, et que le repos du fluide ne saurait être troublé, ni sa forme changée. Mais il faut donner à ceci plus de développement.

1.° Puisque les forces sont supposées égales, il est visible que, considérées deux à deux, elles doivent se faire équilibre. Mais d'un autre côté, ces forces agissant perpendiculairement à la surface du fluide, si l'on suppose que la masse à laquelle elles sont appliquées, a une forme *sphérique* (fig. 2.e), les directions de toutes ces forces concourront en un même point, au centre de la sphère ; et dans ce cas elles se détruiront toutes réciproquement, et la forme de la masse fluide, ni son volume ne seront point changés, puisqu'on l'a supposé incompressible.

Si la masse contre laquelle agissent les forces, a une forme différente, comme serait celle d'un triangle irrégulier, *a b c* (fig. 3.e); on ne voit pas d'abord aussi bien comment ces forces peuvent se contre-balancer, ni comment le fluide doit conserver sa même forme. Il semble, par exemple, que le nombre des forces qui agissent contre le côté *bc*, étant plus grand, celles-ci devraient avoir l'avantage, et que le triangle devrait se déformer. Mais l'on sera bientôt tiré d'erreur, si l'on fait attention que ces forces auraient aussi une plus grande masse à mouvoir ; et qu'il est par conséquent impossible qu'elles l'emportent sur celles qui soutiennent les deux autres côtés, *ab* et *ac*, quoique celles-ci soient en moindre nombre.

Il est visible que certaines parties du triangle ne pourraient se rapprocher, sans que d'autres ne s'écartassent, et que les forces qui les soutiennent ne fussent obligées de céder, ce qui ne se peut pas. L'équilibre aura donc lieu, quels que soient le nombre et la disposition des forces; et la figure de la masse fluide se maintiendra sans altération.

2.° L'action d'une force quelconque se transmettra sans perte, et en tous sens, au travers du fluide, quelle que soit la grandeur de sa masse. Considérons en effet deux forces opposées l'une à l'autre, *k* et *e* (fig. 1.re). Les molécules interposées étant incompressibles, doivent être regardées comme une verge inflexible, qui établit la communication entre les deux forces, et qui transmet l'action de l'une à l'autre. Il est visible qu'aucune cause ne peut affaiblir cette action dans cette espèce de trajet. Ainsi les deux forces, quoique séparées par une file de molécules plus ou moins longue, sont dans le même cas que si elles étaient immédiatement opposées l'une à l'autre. Le fluide ne peut donc ni altérer ni affaiblir leur action.

3.° Chaque molécule éprouvera la même pression que si toutes ces forces lui étaient appliquées immédiatement. C'est une chose qui est prouvée dans le cas des deux forces que nous venons de considérer, pour toutes les molécules qui se trouvent placées entr'elles. Chacune d'elles supporte évidemment leur action toute entière. Mais si au lieu d'établir la communication entre les deux forces, par le moyen d'un filet droit *ke*, nous concevons un filet fluide quelconque *le*, ayant telle courbure, telles sinuosités qu'on voudra, et se terminant de part et d'autre aux points d'application des deux forces; il est visible que l'équilibre aura également lieu. Car en supposant le reste de la masse devenu solide, il n'existe aucune raison pour que cet équilibre soit troublé. Dans le cas où la masse est fluide, toutes les molécules qu

composent ce filet tortueux *k l e*, étant appuyées sur les molécules voisines, qui ne peuvent céder, elles transmettent encore l'action des forces rivales sans aucune perte, et éprouvent ainsi elles-mêmes cette action toute entière.

Le raisonnement étant le même dans toutes les suppositions qu'on voudra faire, il est donc vrai de dire, que l'action d'une force quelconque, appliquée à une masse fluide, se propage sans perte au travers de ce fluide dans toutes les directions; et qu'une molécule, quelque part qu'elle soit placée, supporte la même pression que si cette force lui était immédiatement appliquée.

Cependant, lorsque plusieurs forces sont appliquées à une masse fluide, il ne faut pas croire que la pression supportée par une molécule, soit équivalente à la *somme* de ces forces; que si cette somme est par exemple de *mille grains*, et qu'on les suppose chacune appliquée à une des molécules superficielles de la masse fluide, une molécule intérieure soit comprimée par une force de mille grains. Non : elle ne doit et ne peut éprouver que l'action d'une seule force, qu'une pression équivalente au poids d'un grain, si telle est la valeur de chacune de ces forces. Toutes les autres ne font que soutenir l'action de celle-ci, et empêcher la molécule d'y céder. Des forces égales qui agissent les unes contre les autres, ne font que se soutenir mutuellement, et le corps au moyen duquel leur action se transmet, est dans le même cas que si, étant appuyée de tous côtés, une seule de ces forces agissait sur lui.

§ 4. Il paraîtra peut-être surprenant, que l'action d'une puissance appliquée à un fluide, se transmette au travers, sans éprouver aucun déchet. Mais, avec un peu de réflexion, on verra facilement que la chose ne saurait être autrement, et que cette action ne peut éprouver aucun affaiblissement. En effet, une

action ne s'affaiblit qu'en se divisant : elle ne peut se diviser qu'autant qu'elle s'exerce contre divers obstacles, qui cèdent en partie chacun séparément. Mais le fluide étant *incompressible*, aucune partie ne peut céder. Chaque molécule doit donc supporter l'effort entier de la puissance, et de la même manière que si elle était seule : chacune aussi doit le transmettre tout entier aux molécules voisines, et dans toute sorte de directions.

Comme le principe qui nous occupe est d'une très-grande importance, et que l'on sent d'abord quelque peine à l'admettre, qu'il me soit permis d'ajouter encore ici quelque chose à ce sujet.

§ 5. Considérons, pour particulariser la chose, considérons la molécule immédiatement soumise à l'action de la puissance. Si elle était seule, elle aurait évidemment à soutenir cet effort tout entier ; et elle ne pourrait le soutenir, et demeurer en équilibre, qu'autant qu'elle serait appuyée par tous ses points, et contre un obstacle capable d'opposer une résistance suffisante. Si l'on conçoit que cette molécule soit environnée, par exemple, de *neuf* autres molécules pareilles ; il ne faut pas croire que l'action de la puissance puisse se diviser entre ces *dix* molécules, et que chacune n'ait ainsi à soutenir qu'un *dixième* de cette puissance ; bien loin de là, chacune d'elles en supporte la totalité : car elles sont également incapables de céder ; et les *neuf* molécules environnantes ne font, à l'égard de la première, que la fonction de points d'appui. Mais ces appuis ont aussi eux-mêmes besoin d'être soutenus avec une force égale à celle qui les pousse. Or, la force qui pousse chacune de ces *neuf* molécules, est la même que celle qui agit sur la première. Donc le dernier appui doit être dans tous ses points, capable d'une résistance égale à la puissance. Donc l'action de cette puissance passe à lui sans aucune diminution, et les molécules intermédiaires éprouvent chacune cette action toute entière

Si l'on supposait que les *dix* molécules que l'on vient de considérer, ne portent chacune qu'un *dixième* de l'effort de la puissance, il s'ensuivrait que l'obstacle qui doit les soutenir, pourrait être *dix* fois moins fort que celui qui soutenait la première molécule lorsqu'elle était seule. Mais si l'on conçoit encore que ces *dix* molécules sont environnées de *quatre-vingt-dix* autres; chacune ne portant plus qu'un *centième* de la puissance dans cette hypothèse, l'obstacle n'aurait besoin que d'une force *cent* fois plus petite. En continuant de même, on voit qu'à mesure que l'obstacle s'éloignerait, la portion de la puissance qui passerait jusqu'à lui, diminuerait de plus en plus, et deviendrait à la fin insensible. Ainsi les molécules du fluide n'auraient plus aucun effort à soutenir. Une force s'anéantirait, sans produire aucun effet, et sans que rien la détruisît. L'équilibre existerait toujours, et serait le résultat d'une seule action, que rien ne contrebalancerait. Toutes ces conséquences étant évidemment absurdes, concluons qu'une force qui agit contre un fluide, ne peut s'affaiblir en se propageant au travers de la masse de ce fluide; et qu'elle se fait sentir toute entière à chacune des molécules qui composent cette masse, et à chacun des points de la surface qui la termine.

§ 6. Lorsqu'un fluide remplit un vase fermé de toutes parts, si un seul point de la surface du fluide est soumis à l'action d'une puissance quelconque, chaque point de la surface intérieure du vase, supposé capable d'une résistance indéfinie, réagira avec une force égale contre la puissance en question, et toute la masse fluide se trouvera dans le même cas que ci-devant. Tous les points de la surface du fluide éprouveront une même pression, comme si des *forces positives égales* agissaient sur eux. L'équilibre subsistera donc, et une molécule quelconque éprouvera la même pression que si cette puissance agissait *directement* et *uniquement* sur elle. Les molécules du fluide se

trouveront donc ainsi toutes également comprimées; et l'action de la puissance se fera sentir sur chacune d'elles sans diminution, et dans tous les sens. L'action d'une seule force en fera naître, pour ainsi dire, une multitude d'autres.

Si deux puissances agissent en même temps sur deux points différens du fluide, toujours supposé renfermé dans un vase; il y aura équilibre, et le fluide demeurera en repos, si les deux puissances sont égales et appliquées à des surfaces égales : ou si les puissances étant inégales, les surfaces contre lesquelles elles sont appliquées, sont dans le même rapport que ces puissances. Dans ce dernier cas, on peut les concevoir comme décomposées en portions égales, et appliquées à chacun des élémens de la surface sur laquelle s'exerce leur action. Enfin, quel que soit le nombre des puissances et leur valeur, l'équilibre ne sera point troublé, tant que la grandeur de chaque puissance sera proportionnelle à la surface contre laquelle elle agit. Les molécules du fluide éprouveront encore des pressions égales dans tous les sens, et l'effort qu'elles supporteront sera équivalent à une de ces puissances, divisée par le nombre des molécules superficielles qui sont immédiatement soumises à son action. Cette conséquence est en quelque sorte opposée à celle qui termine le numérc précédent. On a vu là une seule force se multiplier pour ainsi dire, elle-même, et faire sentir son actior dans toute sorte de directions. Ici au contraire on voi une multitude de forces, agissant en même temp contre un fluide, ne produire sur chaque molécul que la même pression qui résulterait de l'actio d'une seule de ces forces. Ces deux conséquence sont fort importantes, et il est nécessaire de ne pa les perdre de vue.

Il suit encore des principes que l'on vient d'établi que si un fluide étant contenu dans un vase, o applique à l'ouverture du vase, et par le moyen d'u

bouchon qui puisse entrer assez librement par cette ouverture, une force déterminée, comme serait un poids d'une livre; toute portion du fluide, toute partie du vase, de la *même étendue* que l'ouverture, éprouvera cette pression d'une livre, tout comme si elle était seule, et que cette force agît immédiatement contre elle. Si l'on perce les parois du vase d'un ou de plusieurs trous de la *même grandeur* que son ouverture, il faudra, pour empêcher le fluide de s'échapper par là, et maintenir l'équilibre, opposer à chacun de ces orifices une résistance d'une livre, c'est-à-dire, une résistance égale à la puissance supposée. Enfin, si dans quelque endroit les parois du vase sur la même étendue, ne sont pas capables de cette résistance, le vase éclatera dans cet endroit, et le fluide se répandra. Ce résultat singulier tient à la nature même des fluides, à la petitesse, à la mobilité, à l'extrême dureté de leurs molécules.

§ 7. La pression qu'éprouve un fluide en repos, en se transmettant jusqu'aux parois du vase, se fait toujours sentir à ces parois dans une direction qui leur est *perpendiculaire*. En effet, si elle agissait *obliquement* aux parois, elle ne pourrait être détruite entièrement par leur *réaction*. Une partie de cette force rentrerait dans le fluide, et en troublerait le repos : ce qui est contre la supposition. Les lois de l'équilibre exigent donc que la pression se fasse sentir *perpendiculairement* aux parois, quelle que soit leur position. Les résistances qui ont à soutenir l'effort des puissances appliquées à un fluide, doivent donc aussi agir dans une direction *perpendiculaire* à la surface de ce fluide.

§ 8. Les propositions que l'on vient d'établir et de prouver par le raisonnement, peuvent être confirmées par l'expérience. A la vérité nous ne pouvons recourir à un fluide sans pesanteur, comme on l'a supposé en commençant : mais la pesanteur même des fluides que

nous emploîrons, servira pour notre objet. Prouvons d'abord qu'une force quelconque agissant sur un fluide, se fait sentir dans tous les sens.

Première Expérience. On prend un tuyau de verre *a b* (fig. 4.e) de 15 à 20 millimètres de diamètre, ouvert par les deux bouts. On le plonge verticalement dans l'eau, en tenant le pouce sur l'ouverture supérieure. L'air qui en remplit la capacité, empêche l'eau de s'y élever. On remarque seulement que le volume de cet air est un peu diminué, et que l'eau est montée de quelques millimètres dans la partie inférieure du tube : ce qui prouve déjà qu'il se fait un effort de bas en haut. Mais la chose est mise hors de doute, lorsqu'on débouche l'ouverture supérieure : car l'eau s'élance à l'instant dans l'intérieur du tuyau, et après plusieurs *oscillations*, elle se fixe à la hauteur de l'eau environnante. L'ascension rapide de cette colonne de fluide, ne peut, comme il est évident, être produite que par la pression que les colonnes latérales exercent du haut en bas.

On peut supposer que toute l'eau qui est au-dessous du plan horisontal *c d* passant par l'extrémité inférieure du tube, est dépourvue de pesanteur, d'autant mieux que son poids n'est pour rien dans l'effet qu'il s'agit d'expliquer. Alors tout le fluide supérieur conservant sa pesanteur propre, pourra être considéré comme une force qui agit sur la masse inférieure, dans une direction perpendiculaire à *c d*. La partie seule du fluide qui répond à l'ouverture *b* du tube, n'éprouve aucune pression semblable. Mais celle qui se fait tout autour, se propageant en tout sens dans la masse *c e d*, supposée sans pesanteur, et les molécules dont cette masse est composée, étant appuyées par en bas et latéralement ; cette force ne peut que les pousser de bas en haut dans l'intérieur du tube, dès qu'on laisse à l'air la liberté d'en sortir et de leur céder la place. La colonne élevée se fixe à la hauteur du fluide environnant, par la raison que ce

n'est qu'alors que l'équilibre est établi, l'eau inférieure éprouvant ainsi par-tout une égale pression. Le même effet a lieu, et pour la même raison, quelles que soient la position et la forme du tuyau : ce qui prouve suffisamment que la pression est la même dans tous les sens.

Deuxième Expérience. La même vérité se démontre encore de la manière suivante. On a un flacon (fig. 5.e) percé de trois petits trous, l'un au fond, l'autre sur le côté, et le troisième dans la partie supérieure à la voûte du flacon. Ces trous étant bouchés, on remplit d'eau le flacon, et l'on ajuste à son goulot un entonnoir de verre, que l'on remplit d'eau pareillement. L'on peut encore ici faire abstraction de la pesanteur du fluide contenu dans le flacon, et n'avoir égard qu'à celle de la colonne renfermée dans l'entonnoir qui le surmonte. Cette colonne, à raison de son poids, doit être considérée comme une force qui est appliquée à la masse du fluide, et qui la presse de *haut en bas.*

Maintenant si l'on débouche le trou du fond, l'eau s'écoulera sur-le-champ, et démontrera ainsi à l'œil, que la pression de la colonne supérieure s'est transmise dans le fluide dans le sens *vertical* de haut en bas. L'eau se serait bien écoulée de même, sans l'addition de cette colonne, parce qu'elle n'est point sans pesanteur, comme on l'a supposé : mais, ainsi qu'on le verra par la suite, la vîtesse de l'écoulement est plus grande, dans ce cas, qu'elle n'aurait été sans cela. Ainsi la pression de haut en bas se fait bien certainement sentir ici : d'ailleurs ce n'est pas sur celle-là qu'on peut avoir quelque doute. On démontre également que la pression dans les fluides se fait sentir latéralement, en débouchant l'orifice pratiqué sur le côté du flacon : car on voit à l'instant l'eau s'élancer au-dehors avec une assez grande vîtesse; et ce qui ne peut laisser lieu à aucune difficulté, c'est que cette vîtesse diminue à mesure que la colonne

comprimante s'accourcit. La pression de cette colonne s'exerce donc aussi dans le sens *horizontal*. En inclinant le vase de différentes manières, on reconnaît qu'elle agit de même dans toutes les directions diversement inclinées à l'horizon. Enfin si l'on ouvre l'orifice supérieur, l'eau s'élève aussitôt sous la forme d'un *jet vertical*, dont la hauteur diminue à proportion que le niveau s'abaisse : preuve que la pression résultante du poids du fluide supérieur, se fait aussi sentir verticalement de *bas en haut*. Il est donc prouvé par cette expérience, que l'action d'une puissance, appliquée à un fluide, se transmet en *tout sens* dans la masse de ce fluide; et l'on verrait qu'elle est la *même* par-tout et dans toutes les directions, s'il était possible de faire déduction de l'effet produit par le poids de l'eau contenue dans le flacon. Au reste, on observe que dans tous les cas l'eau prend à sa sortie une direction *perpendiculaire* à la paroi du vase; ce qui prouve que la pression contre la paroi se fait, comme on a dit, *perpendiculairement* à cette paroi.

On vient de voir la pression dans un fluide agissant *successivement* dans tous les sens, et changeant de direction selon la position de l'ouverture par laquelle on permettait au fluide de s'échapper. Mais il y a plus : cette pression se fait sentir *à-la-fois* dans toutes ces directions différentes, et avec la *même énergie*. En effet, qu'on ouvre en même temps les trois orifices; en ayant soin d'entretenir l'entonnoir toujours également plein, on verra l'eau s'échapper à-la-fois par les trois ouvertures, suivant les mêmes directions qu'auparavant, et avec la même force que lorsqu'on les avait ouvertes séparément et l'une après l'autre. Une seule puissance produit donc ici un effet, qui se répète autant de fois qu'il y a d'ouvertures; ou plutôt qui se multiplie, comme on l'a dit, autant de fois que la surface où elle est appliquée, est contenue dans la surface intérieure du vase. On réserve

pour un autre temps quelques observations importantes sur la vîtesse de l'eau, sortant à-la-fois par plusieurs ouvertures.

Troisième Expérience. Une troisième expérience peut servir encore à prouver l'égalité de pression dans tous les sens. On remplit d'eau une vessie (fig. 6.ᵉ) dans laquelle on a renfermé un œuf; et après l'avoir liée fortement, on charge cette vessie d'un poids considérable, comme de 25 à 30 kilogrammes; et l'on remarque que malgré une aussi lourde charge, l'œuf résiste complétement et n'est point écrasé. Or si cet œuf, mis hors de l'eau, était chargé d'un poids *dix fois* plus petit, il serait infailliblement brisé. Qu'est-ce qui le met donc, lorsqu'il est dans l'eau, en état de résister à une charge aussi considérable? c'est *l'égalité de pression.* L'œuf étant environné d'eau de toutes parts, et la pression agissant en tout sens dans les fluides, il se fait sur tous les points de la surface de cet œuf, des efforts égaux et qui se détruisent mutuellement. La résistance victorieuse qu'il oppose, est donc une preuve que les fluides transmettent également dans tous les sens l'action des puissances qui agissent sur eux. Il ne faut pas croire que la matière qui remplit l'œuf, soit ici pour quelque chose : car l'expérience réussit de même avec un œuf vide.

Passons à d'autres considérations, et voyons quelles sont les conditions de l'équilibre dans les fluides tels qu'ils sont, c'est-à-dire, dans les fluides soumis à l'action de la pesanteur.

CHAPITRE III.

Equilibre des fluides soumis à la seule action de la pesanteur.

§ 9. *DANS un fluide pesant, supposé en repos, la surface supérieure est toujours dans un plan horizontal.*

Monsieur Bossut déduit cette propriété des fluides pesans, de l'égalité de pression. Nous la tirerons ici de la nature même de la pesanteur, et de celle des fluides. Un corps soumis à l'action de la pesanteur, ne peut, comme on sait, demeurer en repos sur un plan sans frottement, qu'autant que ce plan est *perpendiculaire à la direction de la pesanteur*, ou autrement *parallèle à l'horizon :* dans toute autre position, le corps descend plus ou moins vîte le long du plan. C'est que la force de la pesanteur ne peut être entièrement détruite que dans le premier cas; et que dans tous les autres, il lui reste une partie plus ou moins considérable de son action. Si l'on applique ce principe aux fluides, on verra que leur surface supérieure étant inclinée à l'horizon, la pesanteur des molécules ne saurait être anéantie; et à cause de leur grande mobilité et de leur indépendance mutuelle elles pourraient rouler et descendre : d'où il suit qu'il n'y aurait point d'équilibre, et que le fluide ne pourrait pas être en repos, comme on l'avait supposé.

Au contraire, si la surface supérieure du fluide est *parallèle à l'horizon*, alors les efforts que font toutes les molécules pour obéir à la pesanteur, se contrebalancent mutuellement. Elles ne peuvent se mettre en mouvement, ni se déplacer les unes les autres, et le fluide demeure en repos. L'équilibre

si

suit donc nécessairement de ce que la surface du fluide est horizontale : il ne peut avoir lieu sans cette condition. Donc *dans un fluide soumis à la pesanteur, et qui est en repos, la surface supérieure est dans un plan horizontal.*

Remarquez qu'il ne s'agit ici, que des masses de fluide dont la surface supérieure a une médiocre étendue. Autrement il faudrait dire, que cette surface forme, non un *plan horizontal*, mais une *surface courbe*, à laquelle la direction de la pesanteur est par-tout *perpendiculaire*. Ainsi les surfaces des grandes étendues d'eau, celle de l'océan, ont une courbure sphérique semblable à celle du globe terrestre, parce que la pesanteur se dirige par-tout vers le centre de notre globe. Dans les petites étendues, la surface d'une eau *tranquille* est sensiblement *plane* et *horizontale*. Sa courbure n'est que d'*un pied* environ sur *mille toises*, ou d'à-peu-près *huit centimètres* sur une étendue de *mille mètres*.

Cette loi d'hydrostatique éprouve une légère modification, lorsque l'eau est contenue dans un vase de verre : car on remarque alors qu'elle est un peu plus élevée vers les bords. Cet effet qui est très-borné, vient de l'adhérence que ce fluide contracte avec la matière du verre, et ne doit point entrer ici en considération. Nous établissons les lois de l'hydrostatique, indépendamment de ces petites exceptions, dont l'examen et l'explication ne peuvent entrer dans notre plan.

CHAPITRE IV.

De la pression que la pesanteur produit dans les fluides.

§ 10. *DANS un fluide en repos et soumis à la seule action de la pesanteur, la pression qu'éprouve une molécule, est égale au poids du filet vertical, qui est au-dessus d'elle.*

La molécule *a*, par exemple, (fig. 7.e) ne porte que le poids du filet *ab*, et le porte tout entier. En effet, supposons que toute la masse du fluide devienne tout-à-coup solide, à l'exception de ce filet, *ab*: il est évident que l'équilibre ne sera point troublé pour cela, et que la molécule en question ne portera que le poids du filet, qui a conservé sa fluidité. Donc dans le cas où la masse demeure fluide, la même molécule ne supporte que la même pression.

L'on pourrait peut-être en raisonnant de même, faire voir que cette molécule porte le poids du filet *ac*, incliné de telle manière que l'on voudra. Mais dans ce cas-là même, la valeur de la pression ne change pas : car on sait que *la pesanteur sur un plan incliné est à la pesanteur libre, comme la hauteur du plan est à sa longueur*. Ainsi le filet de fluide *ac*, incliné à l'horizon, ne peut presser par son poids, qu'à raison de sa hauteur verticale, *cd*. Donc dans toutes les suppositions, une molécule n'éprouve d'autre pression, que celle qui est mesurée par le poids du filet vertical qui est au-dessus d'elle.

§ 11. Il pourrait se faire suivant la forme du vase, qu'une molécule n'eût au-dessus d'elle aucun filet de fluide, qui lui fût immédiatement appliqué. Si le vase avait, par exemple, la forme représentée par la fig. 8.e, la

molécule *a*, se trouverait dans ce cas. Cependant elle n'éprouverait pas moins la même pression, que si elle portait en effet un filet de la hauteur *ab*.

Par le point *a*, imaginez un plan horizontal *ad*: la molécule *e*, située dans ce plan, et placée au-dessous de l'ouverture du vase, porte évidemment le poids du filet *ec*. La pression qui en résulte se transmet sans perte, et en tout sens au travers du fluide. Elle parvient donc en entier à la molécule *a*, qui devant être également pressée de tous côtés, est donc dans le même cas que si elle avait au-dessus d'elle un filet de la hauteur *ab*. Donc enfin la pression que supporte une molécule, dans un vase de forme quelconque, doit toujours se mesurer par la ligne verticale, abaissée de la surface du fluide sur le plan horizontal, qui passe par la molécule que l'on considère.

§ 12. Puisque la pression dépend de la hauteur verticale du fluide, il suit, 1.° que cette pression ne peut pas être la même pour toutes les molécules qui composent une masse fluide : elle est plus grande pour celles qui sont plus abaissées au-dessous du niveau ; 2.° que toutes les molécules qui sont situées dans un même plan horizontal, supportent la même pression, laquelle est mesurée par la distance de ce plan à la surface du fluide.

La pression étant indépendante de la masse du fluide, une molécule d'eau éprouve dans un petit vase, la même pression qu'elle éprouverait dans le bassin le plus vaste, si elle est à la même distance du niveau.

L'effort que supporte un point quelconque de la surface intérieure d'un vase, se mesure aussi par le poids du filet vertical de fluide qui lui répond. La raison en est, que la molécule qui est en contact avec lui, portant justement cette charge, doit comprimer ce point-là avec une force égale à celle qui s'exerce sur elle. La pression qui se fait contre une

partie quelconque de la surface du vase, est pareillement indépendante de la quantité du fluide que le vase contient : ce qui d'ailleurs est démontré à l'œil par l'expérience suivante.

Expérience. On prend un vaisseau (fig. 9.[e]), percé à son fond d'un orifice circulaire, et un tuyau de verre, *ab*, de même diamètre que l'orifice, et de la même hauteur que le vase. L'ouverture *o* est fermée en dehors au moyen d'un bouchon, qu'un poids P plus ou moins fort, tient appliqué contre elle. On monte d'abord le tuyau sur l'ouverture du fond, comme la figure le représente, et on le remplit d'eau, tout le reste du vase demeurant vide. On détermine avec soin quel est le poids nécessaire et suffisant, pour empêcher que le bouchon ne soit chassé hors de sa place, et que l'eau ne s'échappe. Il est clair que dans cette circonstance le bouchon soutient tout le poids de la colonne, qui est au-dessus de lui, et que la force employée pour le maintenir, est précisément égale à ce poids. On ôte ensuite le tube; et ayant rempli le vase d'eau à la même hauteur, on remarque que le même poids suffit encore pour empêcher l'écoulement. Cependant la masse du fluide dans ce second cas, est incomparablement plus grande que dans le premier. Mais puisque la pression est encore la même sur la même surface, il est bien prouvé que cette pression est indépendante de la masse du fluide, et que les colonnes latérales ne peuvent ni augmenter, ni diminuer cette pression. On énonce quelquefois cette propriété des fluides, en disant : *que les différentes colonnes des fluides exercent leur pression indépendamment les unes des autres.*

§ 13. Il est maintenant facile d'évaluer la pression qu'un fluide fait éprouver à une surface donnée. Si la surface est *horizontale*, cette pression est égale au poids d'une colonne de fluide, dont la base est la même que la surface donnée, et dont la hauteur est mesurée par la distance de cette surface à la ligne du niveau.

Ainsi une surface d'*un pied quarré*, ayant au-dessus d'elle *un pied* d'eau, éprouve une pression équivalente au poids d'*un pied cube* d'eau, ou de 70 livres environ. Pour une surface d'*un décimètre quarré*, et qui serait à *un décimètre* au-dessous du niveau, la pression serait d'*un kilogramme*.

Si la surface est ou *verticale*, ou *inclinée à l'horizon*, alors les filets du fluide qui répondent à ses différens points, ont des longueurs différentes; et pour évaluer la totalité de la pression, on prend la hauteur *moyenne* de tous ces filets, et l'on considère la surface comme chargée d'une masse de fluide, dont cette surface serait la base, et dont la hauteur serait égale à la distance de son *centre de gravité* à la ligne du niveau. Une surface verticale d'un décimètre quarré, et dont le centre de gravité se trouverait à un décimètre de profondeur au-dessous de l'eau, porterait encore un effort *latéral* d'un kilogramme. Il en serait de même pour une surface inclinée d'une manière quelconque. Mais il ne faut pas oublier que cette pression se ferait sentir dans une direction *perpendiculaire* à la surface. Si l'on veut connaître la valeur relative de cette pression dans tout autre sens, voici la manière de la trouver.

Soit une droite, AB (fig. 10.e), inclinée à l'horizon, sur tous les points de laquelle sont appliquées perpendiculairement des pressions égales à CD : on demande quelles sont les valeurs relatives de ces pressions dans le sens horizontal, et dans le sens vertical. Si du point C on mène une ligne horizontale, et une ligne verticale, et qu'on achève le *parallélogramme* en prenant CD pour *diagonale ;* on aura CE pour représenter la pression dans le sens horizontal, et CF pour celle dans le sens vertical. Or, la pression absolue sur le plan AB étant exprimée par le produit AB *multipliant* GK; la pression que supportera la droite dans le sens horizontal, sera BH *multipliant* GK, et, celle qu'elle soutient dans le sens vertical, aura

pour expression AH *multiplié* par GK. C'est ce qui se déduit aisément de la similitude des triangles CDE, ABH. La pression contre une surface dans un sens donné, est donc égale *à la projection* de cette surface sur un plan perpendiculaire à la direction donnée, multipliée par la distance du centre de gravité de la même surface à la ligne du niveau.

§ 14. Lorsqu'un fluide est contenu dans un vase, la somme des pressions *verticales* qui s'exercent contre les parois du vase, est égale au poids même du fluide que le vase contient; et la somme des pressions *horizontales* se réduit à zéro. En effet, soit un vase ABCD (fig. 11.e), d'une forme quelconque, entièrement plein d'un liquide; et MN le plan horizontal qui rase sa surface. Si l'on mène deux verticales, ac, $a'c'$, infiniment près l'une de l'autre, aa' sera la projection horizontale des portions bb', cc' de la paroi du vase. La pression verticale sur cc' sera donc exprimée par aa' multipliant ac. Car cc' étant infiniment petit, la distance de son centre de gravité au niveau, peut être représentée par ac. De même la pression verticale sur bb' sera bb' multipliant ab. Mais comme cette dernière pression se fait de bas en haut, elle est par conséquent opposée à la première. Donc il faut prendre la différence de ces deux pressions, pour avoir celle qui a lieu réellement, et qui sera ainsi égale à aa' multipliant bc. Mais ce produit exprime le poids de la colonne fluide $bb'cc'$. Donc les pressions verticales sur les parties bb', cc' des parois, se réduisent au poids du fluide qui repose sur cc'. La même chose pouvant se dire des autres parties de la paroi du vase, il suit que la somme des pressions verticales que supporte un vase plein d'un fluide quelconque, est égale au poids absolu de ce fluide.

Pour trouver la somme des pressions horizontales, imaginons deux sections, rs, tu, faites dans ce sens, et infiniment voisines l'une de l'autre. Si l'on coupe ces sections par des plans perpendiculaires, parallèles

entr'eux, les petits parallélogrammes *mm'nn'*, *pp'qq'*, projetés sur un plan vertical quelconque, formeront des *rectangles* qui auront même hauteur, et dont les *aires* seront par conséquent dans le rapport des bases. Donc la pression horizontale sur le premier parallélogramme *sera à* la pression horizontale sur le second, *comme mm' est à pp'*. Les pressions horizontales sur les parties du contour de la section *tu*, étant proportionnelles à l'étendue de ces parties, il suit (chap. 2.ᵉ) que toutes ces pressions se font mutuellement équilibre, et par conséquent qu'elles se réduisent à zéro, ou que le vase ne sera mû d'aucun côté.

Voyez pour les *centres de pression* la note troisième.

CHAPITRE V.

Equilibre d'un même fluide dans des vases qui communiquent entr'eux.

§ 15. Soit un fluide pesant, contenu dans un vase quelconque, et pouvant communiquer avec un autre vase, par le moyen d'un canal horizontal ou incliné, n'importe : aussitôt que la communication sera ouverte, on verra le fluide passer du premier vase dans le second, et s'élever dans celui-ci, jusqu'à ce qu'il soit parvenu à la hauteur où il est descendu dans l'autre.

Expérience. On fait communiquer avec un vase rempli d'eau (fig. 12.ᵉ) des tuyaux de verre, dont l'un est vertical, l'autre est incliné à l'horizon, et le troisième s'élève en serpentant; et l'eau parvient dans tous les trois à une même hauteur, à la hauteur de celle qui est contenue dans le vase.

L'explication de ce fait suit nécessairement de ce qui a été établi sur la pression des fluides, et sur

la quantité de cette pression. Les molécules qui sont vers le fond du vase, en *a* par exemple, portent le poids du fluide qui est au-dessus d'elles, et transmettent cette pression aux molécules voisines. Dès que la communication est ouverte, les molécules qui répondent à la naissance du canal, pressées d'un seul côté, s'échappent vers l'endroit où elles éprouvent moins de résistance. Elles passent donc dans le canal *ab*, et arrivent à l'extrémité inférieure du tuyau *cd*. Là la même pression qui les poursuit, pour ainsi dire, et agit toujours sur elles, les force de s'élever, parce que rien ne contrebalance son action de bas en haut. Parvenues enfin à la hauteur du fluide contenu dans le premier vase, elles cessent de monter davantage, et le fluide est alors arrivé à l'état d'équilibre. Cet équilibre, comme il est facile de le voir, ne peut avoir lieu, qu'autant que le fluide est à la même hauteur de part et d'autre : car c'est alors seulement que la pression est la même dans les deux vases, pour les molécules qui sont dans un même plan horizontal. La capacité, la forme des deux vaisseaux, l'inclinaison, les sinuosités du canal de communication n'ont ici aucune influence ; parce que la pression est absolument indépendante de toutes ces choses.

§ 16. Cette propriété des fluides de se tenir au même niveau dans des vases qui communiquent entr'eux, donne lieu à quelques applications utiles. 1.° Si l'on creuse la terre dans le voisinage d'un lac ou d'une rivière, jusqu'à une certaine profondeur, on verra l'eau pénétrer dans le puits qu'on a creusé, et s'élever à la hauteur de celle du lac ou de la rivière. On la verra même suivre plus ou moins promptement les variations qui surviennent dans le niveau de celle-ci, selon que la communication sera plus ou moins libre. L'eau des rivières se filtre au travers des sables par la pression des eaux supérieures : elle parvient ainsi dans les puits du voisinage, et s'élève jusqu'à la hauteur nécessaire pour l'équilibre.

2.° En faisant usage de la même propriété, on peut savoir facilement, à quelle hauteur est la liqueur contenue dans un vaisseau de bois ou de toute autre matière non transparente. Il suffit pour cela d'adapter vers le fond du vaisseau, un tuyau de verre recourbé, et s'élevant verticalement. Le fluide, dès qu'il en aura la liberté, montera dans ce tuyau à la même hauteur où il est dans le vaisseau. Ou bien l'on plongera dans le liquide un tuyau de verre ouvert des deux côtés; et posant ensuite le pouce sur son ouverture supérieure, on le retirera, et l'on trouvera dans son intérieur une colonne de fluide de la même hauteur que celui contenu dans le vase, si toutefois le tube a été plongé jusqu'au fond, et que son diamètre ne soit ni trop grand, ni trop petit.

CHAPITRE VI.

Du Nivellement.

§ 17. Il est souvent nécessaire de savoir, si deux points sont ou ne sont pas dans un plan horizontal, et de combien il s'en faut dans ce dernier cas. La propriété des fluides qu'on vient de considérer, fournit un moyen commode et sûr de parvenir à cette connaissance. On a un tuyau de fer blanc (fig. 13.ᵉ) d'un mètre environ de longueur, et coudé à angle droit à ses deux extrémités. Là sont mastiquées deux fioles de verre n'ayant point de fond. Cet instrument s'appelle un *niveau d'eau*. Il est porté par un pied, de manière à se trouver à-peu-près à la hauteur de l'œil. On remplit d'eau le tuyau de fer-blanc, jusqu'à ce qu'elle s'élève de part et d'autre dans les deux fioles. La ligne *ab* qui rase les deux surfaces de l'eau, est ainsi qu'on l'a prouvé, une ligne horizontale. Si donc

on place l'œil à la hauteur de cette ligne, tous les objets que l'on appercevra dans son prolongement, seront tous dans un même plan parallèle à l'horizon. L'on pourra donc ainsi reconnaître aisément, qui sont ceux qui se trouvent plus ou moins élevés à l'égard de ce plan.

Niveler c'est déterminer de combien un point de la surface irrégulière du globe est plus éloigné qu'un autre du centre de ce globe. La terre étant couverte d'inégalités, les différens points de sa surface sont nécessairement à des distances inégales de son centre. D'un autre côté, à cause de la courbure du globe, deux points situés dans une même ligne horizontale, sont aussi inégalement éloignés du centre. On trouve par le calcul, que si la distance entre les deux points est de *mille toises*, et que l'un des deux soit à la véritable surface de la terre, la différence de niveau est de *onze pouces* et un *sixième de ligne*; c'est-à-dire que l'objet qui est à l'extrémité de cette ligne de 1000 toises, est plus loin du centre de la terre de près d'*un pied*. L'eau dans cette étendue s'abaisse naturellement de cette quantité au-dessous du plan horizontal, parce qu'elle doit prendre la même courbure que le globe terrestre. Pour une distance horizontale de 3000 mètres, la différence de niveau est de 72 centimètres.

Une de ces différences étant connue, on peut en avoir d'autres, lorsque la distance horizontale n'est pas fort grande, en faisant usage du théorème suivant, dont on trouvera la démonstration dans la note 4.e *Les différences de niveau pour des points placés sur une même ligne horizontale, sont entr'elles comme les quarrés des distances qui séparent ces points.*

§ 18. Pour niveler avec le niveau d'eau décrit ci-dessus, voici la méthode que l'on suit et qui est représentée par la figure 14.e On part du point le plus élevé, où l'on fait planter un long piquet ou *jalon*. On en fait planter un autre à quelque distance, sur le chemin

par lequel on doit s'éloigner, de manière qu'on puisse appercevoir l'un et l'autre d'un point que l'on choisit entre deux, et où se fait la première *station*. On se place donc dans cet endroit, et avec le niveau on vise successivement à l'un et à l'autre jalon : on y fait marquer les deux *points de mire*, qui sont nécessairement dans la même ligne horizontale. L'on sait donc ainsi de combien la marque faite sur le second jalon, est élevée au-dessus du point de départ, c'est-à-dire du point où est placé le premier. L'on fait ensuite transporter celui-ci au-delà du second sur la même route, et l'on se place encore entre deux, pour faire marquer deux nouveaux points sur l'un et sur l'autre. L'on continue de même, jusqu'à ce qu'on soit arrivé au terme le plus éloigné.

Il est visible qu'en suivant cette méthode, on a successivement plusieurs lignes ou plusieurs plans parallèles à l'horizon, dont la distance verticale est donnée par les intervalles marqués sur les jalons. Si l'on est toujours allé en descendant, la somme de ces intervalles exprimera la quantité dont le point de départ est élevé au-dessus du point d'arrivée. Mais si l'on s'est trouvé quelquefois dans le cas de monter, il faudra retrancher la somme des intervalles ascendans, de celle des intervalles descendans, et le reste exprimera encore la distance verticale entre les deux points extrêmes.

Il faut observer ici, que si la distance horizontale parcourue était de mille toises, il faudrait augmenter d'environ un pied la différence de niveau trouvée par la méthode qu'on vient d'exposer. Ce qu'il faut ajouter dans tous les cas, est, d'après le théorème ci-dessus, proportionnel au quarré de la distance horizontale ; de façon qu'on dira : le quarré de 3000 mètres *est* au quarré de toute autre distance aussi exprimée en mètres, *comme* 72 centimètres *est à* la quantité cherchée, et qu'il faut ajouter. Cette règle n'est juste que dans les distances médiocres.

§ 19. Le nivellement est sur-tout nécessaire, lorsqu'il s'agit de conduire l'eau d'un endroit à un autre. Puisque les fluides renfermés dans des vaisseaux qui communiquent entr'eux, s'élèvent toujours à la même hauteur; on voit qu'en prenant l'eau dans un bassin ou réservoir, on peut la faire arriver en un lieu déterminé, pourvu que ce lieu soit plus bas que le point où on prend l'eau, et que l'eau sur sa route ne soit forcée nulle part, de s'élever au-dessus de ce point. Moyennant ces conditions, l'eau renfermée dans des tuyaux, viendra au lieu où on la veut; et la longueur de la *conduite*, ses sinuosités, ses contre-pentes ne l'empêcheront pas d'arriver à sa destination. On peut donc la faire descendre dans le fond d'un vallon, ou circuler autour d'une montagne, ou gravir contre une hauteur : tant qu'elle sera renfermée dans des tuyaux, les lois établies exerceront leur action, et l'eau se rendra au lieu marqué. Ce n'est pas qu'elle ne puisse rencontrer quelques obstacles sur sa route; mais nous parlerons plus bas de ces obstacles, et des moyens de les faire évanouir : nous ferons pour le moment abstraction des causes étrangères, qui pourraient empêcher l'exécution de ces lois.

Les Romains ont fait rarement usage de cette propriété de l'eau, de remonter à son niveau, après être descendue. Pour conduire ce fluide, et l'amener dans les lieux qui en avaient besoin, ils construisaient des *aqueducs*, soutenus dans quelques endroits, par deux ou trois rangs d'arches, posés les uns sur les autres, afin de donner à l'eau une pente à-peu-près uniforme. Il reste encore en France et dans d'autres pays de l'Europe, des portions assez considérables de ces superbes ouvrages, dont la grandeur et la solidité étonnent le génie des modernes. La construction de ces grands aqueducs exigeait sans doute un temps très-long, des travaux immenses et des frais énormes. Il semble qu'il eût été facile de s'épargner une partie de ces peines et de cette dépense, en faisant couler

l'eau, dans des tuyaux cachés sous terre, et qui auraient suivi toutes les inégalités des lieux. Cette considération a fait croire à quelques-uns, que les Romains avaient ignoré que l'eau, quand elle est renfermée dans des tuyaux, remonte toujours à son niveau. Mais il était sans aucune vraisemblance, qu'une propriété, dont on a tous les jours des preuves sous les yeux, ait pu demeurer inconnue à ces peuples : il est même certain, et leurs aqueducs en fournissent la preuve, qu'ils l'ont connue, et qu'ils ont su en tirer parti ; de sorte qu'il faut chercher ailleurs et dans des vues particulières, la raison de ces admirables et étonnantes constructions. (Note 5.e)

CHAPITRE VII.

Loi fondamentale de la pression des fluides. Effets remarquables de cette pression.

On a vu que la pression qu'éprouve une portion quelconque de la surface intérieure d'un vase, ne dépend que de l'étendue de cette surface, et de la quantité dont elle est abaissée au-dessous du niveau : donc on peut conclure, *que les fluides pressent*, comme on dit, *en raison de la base et de la hauteur.* Cette loi importante d'hydrostatique donne lieu à des résultats très-remarquables.

§ 20. 1.° On peut faire éprouver à une surface donnée des pressions *égales*, en employant des quantités très-*inégales* d'un même fluide. Il suffit en effet que, à raison de la forme du vase, ces quantités inégales de fluide parviennent à la même hauteur au-dessus de la surface, contre laquelle se fait la pression. Une expérience fameuse, due au célèbre Pascal, met cette proposition hors de doute.

Expérience. A, B, C, (fig. 15, 16 et 17) sont trois vases d'égale hauteur, et dont le fond a la même largeur. Ce fond se bouche au moyen d'un *piston*, que l'on retient en place par un poids convenable. Le vase A est *cylindrique*, c'est-à-dire, d'une largeur égale dans toute sa hauteur : le vase B va en s'élargissant de bas en haut ; et le troisième C se rétrécit au contraire dans ce sens-là. Les capacités de ces trois vases sont évidemment très-inégales : le second contiendra, par exemple, cinq ou six fois plus d'eau que le premier, et le troisième cinq ou six fois moins. Cependant lorsqu'ils sont remplis d'eau à la même hauteur, on observe que le même poids est nécessaire dans tous les trois, pour retenir le piston, et l'empêcher de céder à la pression qu'il supporte. Ce piston est donc poussé avec la même force dans les trois cas ; quoique le poids absolu de l'eau contenu dans chacun de ces vases, soit très-différent.

Cette expérience, dont l'énoncé a quelque chose de surprenant et de paradoxal, demande à être expliquée avec détail ; et elle le sera au moyen des principes établis ci-dessus. Premièrement dans le vase cylindrique, la pression sur le fond est évidemment égale au poids absolu de la colonne d'eau contenue dans ce vase, laquelle pèse toute entière sur ce fond : nulle difficulté à cet égard. Quant au second vase, la pression doit encore être la même ; parce qu'on a fait voir (chap. 4.ᵉ) que les différentes colonnes fluides exerçaient leur pression indépendamment les unes des autres. Ainsi le fond du vase B ne doit porter d'autre charge, que celle du cylindre d'eau qui lui répond, et qui a les mêmes dimensions que le vase A. L'effet ici doit être le même à cet égard, que si le reste du fluide était anéanti ou converti en glace. Ce fluide environnant est porté par les parois inclinées du vase, et ne peut par conséquent augmenter la pression sur le fond.

En vain voudrait-on objecter, qu'à cause de l'inclinaison des parois, la pression sur le fond pourrait être augmentée par le fluide latéral; les corps qui portent sur un plan incliné, ne pouvant perdre qu'une partie de leur pesanteur propre par la résistance de ce plan. Mais d'abord on a établi (chap. 2.e) que la pression des fluides était toujours perpendiculaire aux parois, et égale au poids du filet vertical qui leur répond. En second lieu, si l'on considère une des colonnes latérales, *eg*, par exemple; la molécule *e* éprouvant la même pression que toutes celles qui sont dans la ligne horizontale *ek*, c'est-à-dire, une pression égale au poids du filet *eg*, le fluide qui est au-dessous de *ek*, ne peut donc pas supporter à raison de cette colonne latérale, *eg*, d'effort plus grand que celui qu'il supporte naturellement par l'action du fluide qui est au-dessus de lui. Le raisonnement est le même pour toutes les colonnes, qui se terminent en quelque point des parois inclinées du vase. Donc les colonnes latérales ne peuvent augmenter la pression sur le fond : donc cette pression ne dépend que du nombre, et de la hauteur des colonnes qui reposent sur ce fond; et par conséquent cette pression dans le vase B est, et doit être la même que celle qui a lieu dans le vase A. On pourrait considérer le cylindre fluide de même diamètre que le fond, qui occupe le milieu du vase B, comme formant dans sa convexité la paroi d'un vaisseau *annulaire*, contenant le fluide latéral, dont l'action horizontale est détruite par la résistance de cette paroi.

Reste le troisième vaisseau. Celui-ci nous fait voir une petite quantité d'eau produisant un effort égal à celui d'une quantité beaucoup plus considérable; et c'est ici l'effet le plus étonnant de l'équilibre des fluides. Voici de quelle manière on peut en rendre raison. Le vase C a la même hauteur que les deux autres : par conséquent la colonne centrale presse le point du fond sur lequel elle repose, avec la même

force que dans les deux autres vases. Cette pression doit se transmettre tout autour sans aucune perte. Donc toutes les molécules qui sont répandues sur le fond du vase, se trouvent comprimées de la même manière, que si elles portaient chacune le poids d'un filet d'une égale hauteur; et comme elles rendent cette pression au fond qui les soutient, ce fond est donc poussé de haut en bas, avec une force équivalente au poids d'un cylindre d'eau de même diamètre que le fond, et de la même hauteur que la colonne centrale. L'effet est donc le même que si le vase C avait par-tout la même largeur qu'il a au fond, et la pression ne doit par conséquent pas différer dans ce cas, de celle qui a lieu dans les deux autres vases.

Le même effet peut encore s'expliquer de cette autre manière. Les colonnes du centre exercent sur le fond une pression qui est certainement dépendante de leur hauteur. Mais les colonnes plus courtes qui les environnent, pressent aussi ce fond avec la même force. En effet, ces colonnes sont poussées de bas en haut par celles du milieu, avec une force capable de les élever à la hauteur de celles-ci; et si la paroi supérieure, *eg*, ou *ik*, du vase était percée quelque part, et qu'un tuyau vertical fût adapté à cette ouverture, on verrait la colonne qui y répond, monter aussitôt et parvenir à cette hauteur. Le fluide des côtés fait donc effort pour s'élever : il presse la paroi supérieure sur tous ses points : celle-ci réagit avec la même force, et transmet ainsi la même pression sur le fond. La puissance qui comprime un point de la paroi supérieure, est égale au poids du filet central, *ln* : c'est aussi là la mesure de la réaction que ce point exerce sur le fond. Donc le fond doit être poussé de haut en bas, comme si toutes les colonnes fluides avaient la même hauteur, *lp*, que la colonne du milieu.

On ajoute aussi le raisonnement suivant. Supposons que le piston dans le vase cylindrique, soit poussé de bas en haut avec une force, qui soit seulement suffisante pour

pour surmonter le poids du cylindre fluide, *abcd* (fig. 15.e); la même force suffira pour le faire mouvoir de la même manière dans le second vase; parce que le piston n'aura à soulever que la seule colonne qui lui répond; et cette force sera encore nécessaire dans le troisième vase, parce que la résistance des parties *eg*, *ik*, de la paroi, remplace ici le poids du fluide, qui occuperait les espaces *egch*, *ikdo*. De plus il est évident que le fluide que le piston ferait sortir en s'élevant, aurait plus de vîtesse dans le vase dont l'ouverture est plus petite, et moins dans celui dont l'ouverture est plus large : de façon que la quantité de mouvement communiquée étant la même dans les deux cas, il n'est pas étonnant qu'il faille employer la même force. Ces considérations peuvent bien faire voir pourquoi la résistance est égale dans les trois vases, contre le mouvement du piston de bas en haut: mais ce qu'on a dit auparavant, explique mieux, à mon avis, pourquoi le fond, supposé sans mouvement, supporte dans le vase C la même charge, que si le vase était par-tout aussi large qu'il l'est au fond; et comment la pression sur ce fond, y est exactement la même que dans les deux autres vases.

§ 22. 2.° L'expérience de Pascal conduit à une conséquence fort singulière, qui est; qu'avec une médiocre quantité de fluide, on peut tenir en équilibre une force bien supérieure, ou surmonter une très-grande résistance. Cette conséquence énoncée comme problème à résoudre, aurait quelque chose d'incroyable, et semblerait d'abord présenter de l'impossibilité. *Avec une livre d'eau et sans le secours d'aucune machine, soutenir l'effort d'une masse pesant* 100 *livres*, *ou même davantage. Avec une très-petite quantité d'eau renverser un obstacle qui résisterait à un effort de plusieurs quintaux.* Cependant les principes établis ci-dessus fournissent aisément la solution de ces deux problèmes. Il suffit en effet de donner à cette petite quantité d'eau, la forme d'une colonne très-menue et très-haute, se terminant par en bas en une large

surface. Alors la pression contre cette surface sera la même, que si la colonne fluide avait sur toute sa hauteur la même largeur qu'elle a à sa base; et par conséquent la pression sera équivalente au poids d'une masse d'eau, qui pourra peser *cent* ou *mille* fois plus que l'eau employée. L'expérience vient à l'appui de cette assertion.

Expérience. AB (fig. 18.e) est une espèce de soufflet, composé de deux panneaux ovales ou circulaires et égaux. Ces deux panneaux sont unis l'un à l'autre, au moyen d'un cuir qui leur permet de s'approcher et de s'éloigner entr'eux. Un tuyau de métal, LN, recourbé, s'ouvre dans le soufflet, et porte un tuyau de verre, LD, qui s'élève verticalement à une hauteur plus ou moins grande. On charge le panneau supérieur du soufflet de plusieurs poids, formant un total de 50 ou 100 kilogrammes. Après quoi l'on verse de l'eau par le tuyau de verre; et l'on voit en même temps ce fluide s'insinuer dans le soufflet, en écarter les panneaux, et soulever par conséquent tous les poids dont on l'avait chargé. L'eau de son côté se maintient dans le tuyau à une certaine hauteur D, qui est celle nécessaire pour l'équilibre.

C'est la petite colonne d'eau contenue dans le tuyau LD, qui soutient à elle seule toute la charge : elle la soutient par la pression qu'elle exerce sur le fluide, qui est au-dessous d'elle. Cette pression qui se communique de proche en proche sans diminution, se fait sentir au fluide contenu dans le soufflet, et par son moyen, à tous les points du panneau supérieur. Ceux-ci sont donc tous poussés de bas en haut, avec une force égale au poids de cette colonne d'eau, répétée autant de fois que sa base peut être contenue dans la surface de ce panneau. La colonne d'eau étant donc supposée peser *un kilogramme*, si sa base peut aller *cent fois*, par exemple, sur l'étendue du panneau, l'effort qu'elle fera sera équivalent à un poids de *cent kilogrammes*, et suffira ainsi pour tenir en équilibre la charge supposée. Si l'on

ajoute une nouvelle quantité d'eau, il en entrera davantage dans le soufflet; les panneaux seront plus écartés : mais la longueur de la colonne qui est au-dessus du niveau, sera toujours la même. Si la charge augmente ou diminue, la colonne s'élévera ou s'abaissera d'une quantité proportionnelle; et l'équilibre s'établira toujours entre la charge et la pression du fluide.

§ 23. La *pression* et le *poids* dans les fluides sont donc deux choses très-différentes. Le poids est quelque chose d'*absolu*, et qui ne peut éprouver aucune variation, tant que la *densité* et le *volume* demeurent les mêmes. La pression est une chose *relative*, et qui peut varier beaucoup dans une même quantité de fluide, suivant les circonstances. Une livre d'eau ne pèse jamais qu'une livre, quelque forme qu'on lui fasse prendre : mais cette livre d'eau peut comprimer un corps avec une force équivalente à plusieurs centaines de livres, selon la manière dont elle agira. Lorsqu'on porte un vase rempli d'eau, l'on n'a d'autre effort à faire, que celui qui est nécessaire pour soutenir le poids du vase et le poids de l'eau qu'il contient. Mais si le fond du vase était mobile, pour l'empêcher de céder à l'effort du fluide, il faudrait quelquefois employer une force de beaucoup supérieure au poids de ce fluide. L'expérience suivante fournit une seconde démonstration de la même vérité.

Expérience. On prend un tonneau, AB (fig. 19.[e]), dont les fonds puissent céder sous un certain effort. On le remplit d'eau, et l'on ajuste au trou de la bonde, un tuyau de quelques centimètres seulement de diamètre, et de 10 à 12 *mètres* de longueur. On verse de l'eau dans ce tuyau; et lorsque le fluide est parvenu à une certaine hauteur, les fonds du tonneau éclatent avec fracas, et l'eau se répand aussitôt. Cependant si l'on pèse la quantité d'eau qui est nécessaire pour remplir le tuyau à la hauteur où le tonneau a éclaté, on trouve que son poids est tout au plus de quelques kilogrammes. L'addition

d'une aussi petite quantité de fluide a donc suffi pour rompre des fonds, qui auraient pu résister à une charge de plusieurs quintaux. On est dans l'usage, pour assurer le succès de l'expérience, et se dispenser d'employer des tuyaux d'une excessive longueur, de couper un des fonds, et d'y mastiquer un carreau de verre. La résistance que ce carreau peut opposer, est sans doute peu de chose. Mais si le tuyau employé est d'un petit diamètre, la quantité d'eau nécessaire pour briser ce carreau est si petite, qu'il y a toujours une très-grande disproportion entre l'effet et la cause apparente; et qu'un carreau qui aurait pu porter une charge de 10 à 12 kilogrammes, est écrasé par quelques grammes d'eau.

Cette expérience qui cause toujours la plus grande surprise à ceux qui la voient pour la première fois, s'explique facilement. La colonne fluide qui s'élève au-dessus du tonneau, agit contre la surface des fonds, et les presse avec une égale force sur tous leurs points. Son action se répète autant de fois que l'on pourrait établir de colonnes semblables sur cette surface. La pression qu'elle produit, est donc la même que celle qui résulterait d'une masse cylindrique d'eau, de même base que l'un des fonds, et d'une hauteur égale à celle de la colonne contenue dans le tuyau vertical. Si l'on suppose donc que la surface du fond était d'*un demi-mètre carré*, et que l'eau fût élevée de *six mètres* au-dessus de son centre, l'effort que le fond supportait dans ce cas, était équivalent au poids de 3000 décimètres cubes d'eau, ou à 3000 kilogrammes. Ainsi la médiocre quantité d'eau qui remplissait le tuyau, augmentait à ce point la pression, que les fonds éprouvaient déjà par l'eau dont le tonneau était rempli.

§ 24. Les expériences qu'on vient de rapporter, prouvent donc sans réplique, que les fluides, comme on a dit, pressent *en raison de la base et de la hauteur*. Par conséquent lorsqu'on fait élever l'eau à une grande

hauteur, par le moyen d'un tuyau, la pression que le fluide exerce, doit augmenter rapidement, et faire contre les parois du tuyau un effort très-considérable. Il ne faut donc pas s'étonner de voir ce fluide s'échapper souvent par des ouvertures imperceptibles, jaillir avec force par des passages qui le retenaient auparavant, ou même faire éclater les tuyaux, quoique le poids absolu de l'eau élevée soit en lui-même peu considérable. Aussi dans le cas d'une grande élévation, faut-il donner aux tuyaux une épaisseur, qui les mette en état de résister à la charge qu'ils doivent supporter. On trouve dans les Auteurs qui traitent de cette matière, et principalement dans l'excellent ouvrage de M. Bossut, la règle qu'il faut suivre à ce sujet, en ayant égard au diamètre des tuyaux, et à la hauteur de la colonne. Le diamètre des tuyaux entre ici en considération, non qu'il augmente la pression, mais parce qu'il influe sur la résistance que le tuyau peut opposer. Un tuyau de plomb de 6 pouces (ou 162 millimètres) de diamètre, et de 100 pieds (ou 32 ½ mètres) de hauteur, doit avoir à sa base au moins 5 lignes (ou 11 millimètres) d'épaisseur, pour pouvoir résister à la pression de l'eau dont il est rempli. Cette épaisseur doit diminuer comme la pression, en allant de bas en haut. (*a*)

(*a*) Soient E et E′ les épaisseurs de deux tuyaux cylindriques, D et D′ leurs diamètres, T et T′ la ténacité des matières dont ils sont composés, H et H′ les hauteurs verticales des colonnes d'eau qu'ils contiennent : on aura, $E : E' :: \frac{HD}{T} : \frac{H'D'}{T'}$. La raison des diamètres entre dans cette proportion, parce que la somme des forces qui agissent pour amincir le tuyau et le rompre, est évidemment d'autant plus grande, que la section intérieure du tuyau dans le sens horizontal, est elle-même plus étendue. Or, cette section est en raison de son diamètre. Au moyen de cette proportion, si l'on connaît par expérience l'épaisseur qu'il faut donner à un tuyau dans un cas particulier, on pourra trouver celle qui convient dans tout autre cas.

CHAPITRE VIII.

Statique des fluides compressibles et élastiques. Propriétés physiques de l'air.

On a dit ci-dessus ce qu'on devait entendre par *compressibilité* et *élasticité* : on a recherché la cause de ces deux propriétés, refusées aux fluides *coulans*, et dont jouissent la vapeur de l'eau, l'air, et toutes les espèces de *gaz*. Nous allons examiner les différences, que ces propriétés peuvent introduire dans l'équilibre des fluides qui en sont doués. Nous prendrons pour exemple l'air atmosphérique, dont l'action se fait continuellement sentir à nous, et nous intéresse par conséquent davantage. Nous commencerons par établir ici les propriétés physiques de l'air.

§ 25. 1.° *L'air est un fluide pesant*. Cette propriété de l'air sur laquelle personne n'a de doute aujourd'hui, a été long-temps ignorée ; ou du moins l'on a long-temps méconnu l'action de ce fluide dans les effets qu'il produit journellement à raison de sa pesanteur. Il n'y a guère que 160 ans, que *Toricelli*, disciple de Galilée, apperçut le premier que le fluide atmosphérique était pesant, et qu'il exerçait par son poids une pression continuelle sur tous les corps. On savait que l'eau ne pouvait se soutenir dans un tuyau fermé à sa partie supérieure et vide d'air, que jusqu'à une hauteur de 32 pieds environ, ou à-peu-près onze mètres ; mais on ne connaissait point la cause qui la tenait ainsi suspendue au-dessus de son niveau, ni pour quelle raison elle ne pouvait pas s'élever à une plus grande hauteur. Pour expliquer cet effet, on se payait de quelques mots vides de sens : on supposait une *prétendue horreur de la nature pour le vide*,

horreur qui reconnaissait pourtant des limites, et qui n'allait pas, pour l'eau, au-delà de 32 pieds.

Toricelli soupçonna le premier que cet effet était dû à quelque cause *physique;* et que cette cause, quelle qu'elle fût, inconnue jusqu'alors, soutiendrait également un autre fluide, mais à une hauteur d'autant plus grande ou plus petite, que la densité de ce fluide serait plus petite ou plus grande que celle de l'eau. Il prit donc un tuyau de verre, *ae* (fig. 20.e), de 30 à 36 pouces (80 à 90 centimètres) de longueur, scellé par le bout *a*, et après l'avoir rempli de mercure, il le renversa l'ouverture en bas, dans une cuvette *bc*, remplie du même fluide. Aussitôt la colonne de mercure qui occupait toute la longueur du tuyau, s'abaissa d'une certaine quantité, et se fixa à la hauteur de 28 pouces (77 centimètres) environ, au-dessus du mercure de la cuvette. En comparant cette colonne de 28 pouces avec la colonne d'eau de 32 pieds, Toricelli remarqua que leur poids était le même, en leur supposant le même diamètre; et il en conclut, que c'était la même cause qui agissait dans l'un et l'autre cas, et qui soutenait le mercure, comme l'eau. En recherchant quelle pouvait être la puissance physique qui produisait ces deux effets, il lui parut qu'il ne pouvait pas y en avoir d'autre, que la *pression* et le *poids* du fluide atmosphérique. Il jugea donc que c'était *l'air qui soutenait seul l'eau et le mercure au-dessus de leur niveau.*

Cette vérité si simple aujourd'hui, fit alors beaucoup de sensation dans le monde savant. Plusieurs hommes célèbres, et sur-tout l'illustre *Pascal*, imaginèrent diverses expériences, pour la démontrer d'une manière plus convaincante, et ne laisser lieu à aucune difficulté. On porta le tube de Toricelli sur le sommet de quelques montagnes, et l'on vit la colonne de mercure s'accourcir à mesure qu'on s'élevait, et s'alonger de nouveau, lorsqu'on descendait. On perça la partie supérieure du tuyau, et le mercure se précipita sur le champ et rentra dans la cuvette. On supprima l'action de

l'air sur cette cuvette, et la colonne fluide revint à son niveau. Enfin la pression de l'air atmosphérique fut prouvée de tant de manières différentes, que les plus obstinés furent forcés de l'admettre. On apperçut alors la cause d'un grand nombre de phénomènes journaliers. On vit, par exemple, pourquoi l'on éprouve tant de difficulté à tirer le piston d'une seringue, dont l'ouverture est exactement bouchée : pourquoi en aspirant par un tuyau, dont l'extrémité est plongée dans une liqueur, on amène cette liqueur jusque dans sa bouche. On conçut le mécanisme simple et naturel par lequel l'enfant suce le lait de sa mère ; etc. etc. Mais l'on reviendra sur ce sujet dans la seconde section : il nous suffit pour le présent, d'avoir établi que l'air est un fluide pesant.

§ 26. 2.° *L'air est compressible. Expérience.* Qu'on prenne un bocal de verre (fig. 21.e), long et étroit, et qu'on le plonge verticalement dans l'eau, l'ouverture en bas : l'on verra l'eau s'élever à quelque hauteur dans le bocal, et d'autant plus qu'il sera plongé plus avant. Or, l'air remplissait auparavant toute la capacité du bocal, et aucune portion de ce fluide n'a pu s'en échapper par la manière dont il a été plongé dans l'eau. Si donc l'eau s'y est introduite, c'est que le volume de cet air a été diminué, ou réduit dans un plus petit espace par la pression de l'eau environnante. L'air a donc été *comprimé*.

Prenez encore un tuyau de verre recourbé (fig. 22.e), dont les deux branches soient à-peu-près parallèles. Bouchez-le exactement par un bout, et versez du mercure par l'autre branche. Vous verrez alors ce fluide s'élever dans la branche scellée, quoiqu'elle soit occupée par l'air, et que cet air ne puisse en sortir en aucune façon : seulement le mercure dans la branche scellée, se tiendra plus bas que dans l'autre branche, à cause de la résistance que l'air lui opposera. Mais puisque ce premier fluide a pu y pénétrer, n'est-ce pas une preuve évidente que l'air a cédé à l'effort

que le mercure exerce contre lui, et qu'il s'est condensé, ou resserré dans un espace plus petit? On a bien d'autres preuves de la compressibilité de l'air: mais celles-là suffisent pour notre objet.

§ 27. 3.° *L'air se comprime en raison des poids dont il est chargé. Expérience.* On prend un tuyau (fig. 23.e) semblable à celui dont on vient de parler, mais dont les deux branches sont d'une longueur très-inégale. La plus courte, *ab*, qui doit être d'un diamètre intérieur bien égal, est scellée *hermétiquement* (1) en *b*, et renferme une colonne d'air, que l'on intercepte au moyen d'une petite quantité de mercure, dont on remplit la courbure du tuyau. On mesure la longueur de cette colonne d'air, et l'on verse ensuite du mercure par la plus longue branche, jusqu'à ce qu'il y en ait une hauteur de 77 centimètres au-dessus de celui qui s'est introduit dans l'autre branche. L'on remarque alors que la colonne d'air qui remplissait celle-ci, est diminuée de moitié. Or, 77 centimètres de mercure sont, comme on a vu, l'équivalent du poids d'une colonne atmosphérique. L'air renfermé dans le tuyau, éprouve donc une pression *double* de celle qu'il éprouvait auparavant; et son volume est justement réduit à la *moitié* de ce qu'il était. En ajoutant du mercure, on voit le volume de l'air diminuer toujours dans la même raison que la charge augmente; mais à mesure que son *volume* diminue, sa *densité* devient plus grande. L'on peut donc dire, que *le volume de l'air est en raison inverse, et sa densité en raison directe des poids dont il est chargé.*

La loi qui établit la diminution du volume de l'air proportionnelle à l'augmentation de la charge, s'observe

---

(1) On dit qu'un tuyau de verre est scellé *hermétiquement*, lorsqu'en faisant rougir au feu une de ses extrémités, on en rapproche les parties, de manière à le fermer exactement.

exactement à tous les degrés moyens de compression, que l'on a pu faire subir à l'air. On peut croire qu'elle aurait également lieu pour les degrés extrêmes; c'est-à-dire, jusqu'au point que les molécules constituantes de ce fluide fussent dans un contact immédiat; auquel cas le fluide changerait de nature, et rentrerait peut-être dans la classe des fluides coulans, pour devenir incompressible comme eux.

Tous les efforts des physiciens n'ont pu jusqu'à présent amener l'air à ce degré extrême de condensation, et le forcer ainsi à paraître sous une nouvelle forme. *Hales* en faisant descendre à une grande profondeur dans la mer, un ballon de cuivre ouvert par en bas, et rempli d'air, a fait subir à ce fluide une pression équivalente à 32 fois le poids de l'atmosphère, et le volume de l'air a été effectivement réduit à une 32.e partie. Un savant, illustre de nos jours, en agissant dans d'autres vues, a fait entrer *une once et demie* d'air dans un espace de la capacité d'une pinte: ce qui suppose que l'air a pris une densité environ 40 fois plus grande que sa densité ordinaire, et que son volume a été par conséquent réduit à la 40.e partie de ce qu'il est naturellement. Dans une autre expérience, le même docteur *Hales* a fait éprouver à l'air une pression, qu'il estime 1500 fois plus grande que le poids de l'atmosphère: mais il n'a pas pu savoir, si le volume de ce fluide avait subi une diminution proportionnelle. Quoi qu'il en soit, l'air dans toutes les circonstances où il a été possible de mesurer la quantité dont il s'était condensé, a toujours paru suivre la loi établie ci-dessus: mais on n'a jamais pu l'amener à prendre une forme visible.

§ 28. 4.° *L'air se comprime par son propre poids.* Si l'on remplit d'air une vessie sur le sommet d'une haute montagne, de manière qu'elle soit perfaitement tendue; l'on verra à mesure que l'on descendra, la vessie se rider, se flétrir, s'affaisser de plus en plus:

preuve que l'air dont elle est remplie, se comprime à proportion que la colonne atmosphérique qu'il supporte, acquiert plus de poids en acquérant plus de longueur. Au reste, il est évident que l'air étant pesant et compressible, il faut qu'il cède à la pression qu'il exerce sur lui-même.

Si l'on considère donc une colonne d'air atmosphérique, il est clair que cette colonne ne peut pas avoir la même densité sur toute sa hauteur : les parties inférieures étant plus chargées, seront plus denses : les supérieures le seront moins, par la raison qu'elles portent une moindre charge. Si l'on conçoit donc que cette colonne, dont la hauteur est égale à celle de l'atmosphère, est divisée en tranches horizontales *d'un égal poids*, ces tranches seront nécessairement d'une *épaisseur très-inégale*, et relative à la densité du fluide qui les compose. Si l'on divise la même colonne d'air en tranches d'*égale épaisseur*, les *poids* de ces différentes tranches seront de même très-*différens*, et dépendront aussi de leur densité. Nous verrons par la suite quelles conséquences on peut tirer de ces principes.

§ 29. 5.° *L'air est élastique*, c'est-à-dire, qu'il réagit contre la force qui le comprime avec une force égale, et qu'il reprend son premier volume, lorsque cette force cesse d'agir. On prouve cette propriété de l'air par une foule d'expériences. Lorsqu'on retire une partie du mercure employé pour comprimer l'air dans l'expérience du n.° 27, on voit la petite colonne d'air, réduite à un moindre volume par la pression qu'elle éprouvait, s'étendre de nouveau, acquérir plus de longueur, et repousser le mercure qui est au-dessous d'elle. L'air condensé dans la partie supérieure, *ab*, (fig. 24.e) d'un vaisseau à moitié rempli d'eau, chasse cette eau par un tuyau, *cd*, dont l'extrémité plonge dans ce fluide, comme le montre la figure, et la fait élever en forme de jet à une hauteur plus ou moins grande, suivant le degré de sa condensation.

L'air refoulé et comprimé dans un fusil à vent, peut en s'échappant, lancer une balle avec une force comparable à celle de la poudre à tirer. Ce fluide peut donc produire par son *ressort* des effets étonnans, et dont on aurait peine à le croire capable.

§ 30. 6.° *L'air est expansif*, c'est-à-dire, qu'il tend toujours à occuper des espaces de plus en plus grands. Le fluide atmosphérique chargé de son propre poids, est dans un état habituel de compression. Il résiste à cette compression par son élasticité, et fait constamment effort pour se *dilater*. Aussitôt que l'on vient à diminuer la pression qu'il éprouve, on le voit s'étendre en effet, et repousser les obstacles qui s'opposent à son *expansion*.

Première Expérience. On enferme une bulle d'air *a* (fig. 25.e) dans un petit tuyau de verre, *ab*, scellé par un bout, rempli d'eau, et plongé l'ouverture en bas dans un vase aussi plein d'eau. On met ce petit appareil sur la *machine pneumatique :* on le recouvre d'une cloche de verre, *cd*, dont on tire l'air peu à peu; et l'on remarque en même temps, que le volume de la bulle d'air renfermée dans le tube, augmente de plus en plus, et qu'elle repousse l'eau qui est au-dessous d'elle : il peut même arriver que la bulle remplisse toute la capacité du tube et au-delà. Il est visible que cette dilatation vient de ce qu'en retirant l'air du vase, *cd*, on diminue la pression que cette bulle supportait auparavant, et qui lui était transmise au moyen de l'eau, qui servait à l'isoler.

Deuxième Expérience. On prend un flacon (fig. 26.e) à moitié plein d'eau, et au goulot duquel on a mastiqué un petit tuyau, qui descend jusque vers le fond du vase. Le bout supérieur du tuyau se termine par une très-petite ouverture. Cet appareil étant placé de même sous une cloche sur la machine pneumatique; à mesure qu'on fait le vide, on voit l'eau du flacon s'élancer comme un jet, qui va frapper la voûte du

récipient, et le flacon se vide entièrement. Tandis que l'air de la cloche se raréfie par le jeu de la pompe, celui du flacon qui en est séparé par l'eau interposée, se trouvant moins comprimé, déploie son ressort contre ce fluide, et le chasse hors du flacon, pour pouvoir occuper un espace plus grand. Cette dilatation ne cesse que lorsqu'il n'y a plus d'eau dans le flacon, ou plutôt lorsque cet air est arrivé au même degré de *raréfaction* que celui de la cloche; et qu'il se trouve ainsi en équilibre avec lui. Au reste la machine pneumatique elle-même ne produit son effet, qu'à raison de cette force expansive de l'air, qui se manifeste aussitôt qu'il y a quelque diminution dans la pression qu'il éprouve habituellement.

§ 31. La machine pneumatique (fig. 27.e), est ordinairement composée d'un cylindre de métal, *ab*, qui s'appelle le *corps de pompe*; et d'un bouchon, *cd*, qui est mobile dans l'intérieur du cylindre, et qui doit s'appliquer exactement contre ses parois : c'est le *piston*. Au-dessus du corps de pompe est une platine, *ef*, de métal ou de glace, sur laquelle on pose les vaisseaux où l'on veut faire le vide. La communication s'établit entr'eux et le corps de pompe, au moyen d'un petit canal qui peut se fermer par un robinet ou clef, *gk*. Lorsque la communication étant ouverte, on baisse le piston, le vide qu'il aurait laissé après lui en descendant, est aussitôt rempli par l'air du vaisseau, *lop*; cet air retenu de tous les côtés, excepté par un seul endroit, s'étend vers le cylindre, et acquiert ainsi un plus grand volume, en perdant de sa densité. On tourne alors la clef, et la portion d'air qui a passé dans le corps de pompe, ne pouvant plus rentrer dans le récipient, on la chasse au-dehors en remontant le piston : la clef est percée pour cet effet d'un trou oblique, qui donne issue par *q* à l'air refoulé. On répète le même jeu plusieurs fois de suite, et l'on parvient ainsi à expulser peu à peu la plus grande partie, ou la presque totalité de l'air

contenu dans le récipient. Tout l'artifice de cette méthode consiste donc à présenter à chaque fois à l'air renfermé dans la cloche, un espace libre vers lequel il puisse s'étendre; et l'on observe que ce fluide se dilate en effet à chaque coup de piston; et qu'il est comme un ressort qui se déploie de plus en plus à mesure qu'il est moins comprimé.

Lorsqu'on pompe l'air contenu dans un vaisseau, l'air restant y devient de plus en plus rare : mais il en remplit toujours toute la capacité; et comme à chaque fois il ne sort qu'une fraction de ce qui était resté, il est évident qu'il n'est pas possible de chasser par ce moyen la totalité de l'air renfermé d'abord dans ce vaisseau. L'évacuation d'un vase donné est d'autant plus prompte, que le corps de pompe a plus de capacité. En général lorsque l'on connaît la grandeur du vaisseau et celle de l'espace parcouru par le piston dans son abaissement, on peut trouver aisément quelle est la portion d'air chassée à chaque fois, et par conséquent ce qu'il en reste dans le récipient, après un nombre connu de coups de piston. Ainsi le récipient et le corps de pompe étant supposés avoir une égale capacité, les quantités d'air chassées successivement par le jeu de la machine, de même que les quantités d'air restantes, formeront la *progression décroissante* : $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, etc. : ce qui fait voir qu'il restera toujours de l'air dans le récipient, quelque long-temps qu'on fasse jouer la pompe. (Note 6.e)

§ 32. L'air dans sa dilatation suit la même loi que dans sa condensation; c'est-à-dire, que *son volume augmente justement comme la pression diminue.* On ne sait pas jusqu'où peut aller cette raréfaction de l'air : mais il serait certainement ridicule de dire, qu'elle peut aller jusqu'à l'infini : car il s'ensuivrait qu'une quantité d'air donnée peut remplir un espace infiniment grand. Sans doute lorsque la cause qui tient écartées les molécules de l'air, est

complètement satisfaite, alors ce fluide a reçu toute l'augmentation de volume, dont il était susceptible, et il cesse par conséquent de se dilater davantage. Les physiciens ne connaissent point ce terme, où toute dilatation ultérieure devient impossible. Mais au moyen d'une bonne machine pneumatique, ils amènent ce fluide à un très-haut degré de raréfaction, et qui ne s'éloigne guère du vide absolu. Une machine qui fait descendre le mercure dans le tube de Toricelli, jusqu'à une ligne de son niveau, raréfie l'air 336 fois, ou lui fait occuper un espace 336 fois plus grand, ou enfin ne laisse dans le récipient que la 336.[e] partie de l'air qu'il contenait : ce qui réduit aussi sa densité à $\frac{1}{336}$. Il y a des machines qui font encore un vide plus parfait.

§ 33. 7.° *L'air est raréfiable par la chaleur, et condensable par le froid. Expérience.* On a un flacon de verre mince (fig. 28.[e]), au goulot duquel est mastiqué un long tuyau de verre, ouvert à ses deux bouts. L'extrémité inférieure du tuyau plonge dans un peu de liqueur placée au fond de la bouteille. On observe à quelle hauteur le fluide est arrêté dans le tube; et aussitôt qu'on applique la main sur le flacon, on voit le liquide s'élever de plus en plus dans le tuyau. Si l'on couvre au contraire le flacon d'eau froi[illegible] de glace, la liqueur s'abaisse de suite, et une par[illegible] dans le vase.

Le mouvement d'élévation ou d'abaissement dans la liqueur du tuyau, indique suffisamment ce qui se passe dans l'air du flacon. Cet air renfermé de toutes parts, ne peut s'étendre qu'en poussant la liqueur qui est au-dessous de lui, et la forçant de s'élever dans le tuyau. L'élévation de la liqueur prouve donc la dilatation de l'air. Pareillement son volume ne peut diminuer sans que la liqueur ne descende, et que la colonne ne devienne plus courte. L'abaissement de la liqueur prouve donc la condensation de l'air. Mais puisque la chaleur produit le premier de ces

deux effets, et que le refroidissement produit le second; il est donc prouvé que l'air se dilate ou se condense, selon que sa *température* s'élève ou s'abaisse.

§ 34. Si l'air a toute liberté pour s'étendre, sa force élastique demeure la même, quoique sa densité ait diminué. Si au contraire il est retenu par quelque obstacle, en s'échauffant il fait effort pour pousser cet obstacle; et sa densité demeurant la même, sa force élastique se trouve augmentée, d'autant plus que sa température est plus élevée : elle peut même aller jusqu'au point de briser ou de renverser cet obstacle, comme on le fait voir dans quelques expériences de physique. Si l'obstacle qui retient l'air est de nature à céder en partie, comme dans l'expérience ci-dessus: alors l'air pousse l'obstacle et s'étend un peu; et en même temps que son volume augmente d'une part, sa force élastique se trouve pareillement augmentée. Quand l'appareil est construit, comme le précédent, de manière que l'augmentation du volume de l'air soit peu sensible, on trouve que la force élastique de ce fluide est accrue d'*un tiers*, depuis la température de la glace fondante, jusqu'à celle de l'eau bouillante; c'est-à-dire qu'une masse d'air donnée, refroidie au zéro du thermomètre, étant en équilibre avec une colonne de mercure de 75 centimètres par exemple; le même air amené à la température de l'eau bouillante, serait capable de soutenir 100 centimètres de mercure.

Le froid produit sur l'air un effet opposé à celui de la chaleur. Les particules de l'air se rapprochent, son volume diminue et sa densité augmente : mais sa force élastique ne change pas, et son équilibre demeure le même. Ainsi l'air contenu dans le flacon, se resserre en se refroidissant; et si l'air extérieur a la liberté de le suivre, il s'en introduit dans le vaisseau suffisamment, pour remplir le vide occasionné par la condensation du premier. Si la

communication

communication ne peut se faire, comme dans notre expérience, que par le moyen d'un fluide interposé, alors une portion de ce fluide descend dans le vase; et l'air qui est au-dessous ne soutenant plus une colonne de la même longueur, a perdu une partie de sa force élastique, quoique sa densité ait augmenté. Un instrument destiné à mesurer le ressort de l'air par toutes les températures, s'appelle un *manomètre*.

La vapeur de l'eau, toutes les vapeurs et les différentes espèces de *gaz*, dont la découverte est due à la chimie moderne, jouissent des mêmes propriétés physiques que l'air atmosphérique, c'est-à-dire, que ces fluides sont aussi compressibles, et élastiques; qu'ils se compriment d'autant plus, que la force qui agit sur eux est plus grande; qu'ils se compriment d'eux-mêmes, et par leur propre poids, comme par celui des autres fluides avec lesquels ils sont mêlés; qu'ils réagissent avec une force égale à celle qui les a comprimés; qu'ils se dilatent dès que la pression diminue; qu'ils se raréfient enfin par la chaleur, et se condensent par le froid. (Note 7.e)

CHAPITRE IX.

Equilibre des fluides élastiques.

§ 35. Les lois de l'équilibre pour les fluides élastiques, sont les mêmes que pour les fluides incompressibles. 1.° Dans cette sorte de fluides, le repos et l'équilibre ne peuvent avoir lieu, sans que chaque molécule n'éprouve en tout sens des pressions égales. 2.° Si l'on applique à une masse quelconque d'un fluide élastique, supposé *non pesant*, des forces égales sur tous les points de sa surface, toutes ces forces se contrebalanceront mutuellement: mais la masse fluide

D

l'air intérieur a été raréfié au point convenable, le ballon est brisé par l'effort de l'air environnant. La pression latérale de l'air est démontrée pareillement par un effet familier et très-connu : c'est la *suspension* de la liqueur d'un tonneau mis en perce, lorsqu'on oublie de lui donner de l'air par le haut. Dans ce cas il est bien évident que c'est l'effort de l'air dans le sens horizontal, qui empêche la liqueur de couler.

Troisième Expérience. Enfin la pression *de bas en haut* se prouve d'une manière aussi simple et aussi convaincante. On prend un verre ou un bocal (fig. 31.e), que l'on remplit d'eau exactement : on applique un papier sur l'ouverture, et de façon à ne point laisser d'air entre deux : on renverse ensuite le bocal l'ouverture en bas, et l'eau demeure suspendue au milieu de l'air sans tomber. Ce qui soutient cette liqueur et l'empêche d'obéir à sa tendance vers la terre, c'est évidemment l'air qui est au-dessous d'elle. Le papier qui couvre l'ouverture du vase, n'a d'autre effet que d'empêcher que l'air et l'eau ne puissent passer en même temps par cette ouverture; ce qui précipiterait nécessairement celle-ci. Cette précaution serait inutile, si l'ouverture était assez petite, pour ne pas permettre le passage simultané des deux fluides. Pour que l'eau pût tomber quand le bocal est renversé, il faudrait qu'elle repoussât l'air, qui est au-dessous d'elle : mais cet air comprimé par le poids de l'air supérieur, peut faire équilibre à une colonne d'eau d'environ 11 mètres de hauteur. Il a donc une force bien plus que suffisante pour empêcher la chute de l'eau, contenue dans un bocal de 2 *à* 3 *décimètres* de hauteur. (Note 9.e)

Les fluides élastiques exercent donc aussi leur pression dans tous les sens. L'air renfermé dans l'appartement le mieux clos, est comprimé par le poids de l'air extérieur, avec lequel il communique toujours par quelque endroit : à son tour il presse avec une égale force le plancher, les murs, le plafond. La pression de l'air contre une surface donnée, dépend

de l'étendue de cette surfuce, et de la longueur de la colonne de mercure, que l'air peut soutenir à l'endroit où la surface est placée.

§ 37. Dans les fluides élastiques, comme dans les autres, la surface supérieure est *perpendiculaire à la direction de la pesanteur*, dans le cas d'équilibre, et pour la même raison. Il suit de là, que *l'atmosphère terrestre*, comme *l'océan*, doit avoir une courbure semblable à celle de notre globe. La terre paraît avoir été fluide dans l'origine. Les matières solides dont nous la voyons composée aujourd'hui, ont été primitivement tenues en *dissolution* ou en *suspension* par quelque liquide, dans lequel elles nageaient. A cette époque toutes les parties du globe ont pris l'arrangement qui convenait à leur équilibre mutuel. Soumises à une même force, celle de la pesanteur qui les portait les unes vers les autres, elles ont dû se presser toutes autour d'un même centre; et la masse, avant de se *solidifier*, a pris en conséquence la forme d'une *sphère*. Les colonnes fluides, considérées du centre à la surface, ont eu ainsi toutes la même longueur, et le même poids, et se sont mutuellement tenues en balance.

La figure de la terre serait parfaitement *sphérique*, si la pesanteur n'avait été un peu contrariée par la force *centrifuge*, résultante du mouvement journalier de *rotation* sur l'*axe*. Cette cause secondaire, en diminuant davantage la pesanteur des colonnes *équatoriales*, leur a fait prendre plus de hauteur, et a donné à notre terre une forme un peu *ovale*, mais qui ne s'éloigne pas beaucoup de celle d'une *sphère*. On dit donc de la terre, que c'est un *sphéroïde applati* aux poles, et *élevé* à l'équateur. Les colonnes fluides n'ont plus la même longueur, de la surface au centre : mais leur poids est néanmoins le même; celles qui sont plus longues ne pèsent pas plus que celles qui sont plus courtes, et l'équilibre a toujours lieu.

L'atmosphère terrestre a une pareille courbure dans sa surface supérieure : la direction de la pesanteur est

par-tout perpendiculaire à cette surface comme à celle des mers. Au lieu de tendre exactement vers le centre de la terre, cette direction s'en écarte un peu, plus ou moins, suivant le point de la surface que l'on considère, à cause que la terre n'est pas parfaitement sphérique. Il faut se garder de considérer la pesanteur comme une certaine vertu, qu'on attribuerait au centre de la terre. Elle n'est autre chose que la *résultante* de toutes les attractions, que les molécules terrestres exercent sur un même corps : d'où il suit que la ligne suivant laquelle cette force se fait sentir, est dépendante de la *forme* que ces molécules ont prise ou reçue dans leur arrangement.

§ 38. Si l'on résume ce qui a été établi et prouvé dans cette section, concernant l'équilibre considéré dans un seul et même fluide, on trouvera que tout se réduit aux principes suivans : 1.° égalité de pression en tout sens, pour une même molécule; 2.° transmission sans perte, et dans toute sorte de direction, de toute force appliquée en un point quelconque de la masse d'un fluide; 3.° pression produite par la seule pesanteur, toujours équivalente au poids d'un prisme du fluide, dont la base est égale à la surface pressée, et dont la hauteur se mesure par la distance du centre de gravité de cette surface à la ligne du niveau; 4.° élévation du fluide à un même niveau dans des vases qui communiquent entr'eux; 5.° arrangement de la surface supérieure des fluides dans un plan horizontal, ou dans une courbe perpendiculaire à la direction de la pesanteur. Telles sont les lois de l'équilibre pour un même fluide. Passons à l'examen de celles qui concernent des fluides différens, agissant les uns contre les autres.

HYDROSTATIQUE.

DEUXIÈME SECTION.

ÉQUILIBRE DES FLUIDES DE DENSITÉS DIFFÉRENTES.

CHAPITRE PREMIER.

Equilibre de divers fluides contenus dans le même vase.

§ 39. SOIENT plusieurs fluides *ab*, *bc*, *cd*, etc. (fig. 32.e), de densités différentes, renfermés dans un même vaisseau : 1.° *ces fluides s'arrangeront entr'eux dans l'ordre de leurs pesanteurs spécifiques;* c'est-à-dire, que les plus pesans seront au dessous, et les plus légers au-dessus. La pesanteur étant la même dans chaque molécule de matière, le fluide qui à volume égal, renferme plus de particules matérielles, fait un effort plus grand, pour obéir à la force qui l'entraîne en bas, et doit par conséquent se placer au-dessous des autres, lorsqu'il en a la liberté. Or, les fluides pouvant passer facilement les uns au travers des autres, doivent, au moins lorsque le vase qui les contient a quelque largeur, se placer dans l'ordre qui convient à leurs pesanteurs spécifiques. Ainsi le mercure se placera au-dessous de l'eau, l'eau au-dessous de l'huile, l'huile au-dessous de l'air.

La seule circonstance qui puisse changer cet ordre, c'est lorsque la communication entre des fluides de densités différentes, se fait par des canaux trop étroits, pour permettre que les deux fluides puissent passer en même temps : alors un fluide plus pesant peut demeurer suspendu au-dessus d'un fluide plus léger ; comme cela arrive, lorsqu'on veut introduire de l'eau dans un vase dont l'embouchure est trop petite, ou dont le goulot est trop exactement rempli par la queue de l'entonnoir (fig. 33.e). L'air dans ce cas demeure, comme on sait, dans le lieu qu'il occupe, et refuse de céder sa place à un fluide incomparablement plus pesant. On a vu quelque chose de semblable ci-dessus, lorsque pour prouver la pression, que l'air exerce de bas en haut, on a montré ce fluide léger soutenant l'eau, qui remplissait un bocal dont l'ouverture était tournée en bas.

2.° *Les différens fluides contenus dans un même vase* (fig. 32.e), *ont tous leurs surfaces dans des plans parallèles à l'horizon.* En effet l'équilibre ne peut avoir lieu pour chacun de ces fluides, qu'autant que toutes les colonnes dont on peut le concevoir composé, ont leurs extrémités supérieures dans un plan horizontal. Les différens fluides se trouvent donc distribués en couches dont l'épaisseur est par-tout la même, à l'exception de celui qui occupe le fond du vase, et qui est obligé d'en prendre la forme. Si l'on excite quelque mouvement dans la masse des fluides, on les verra tous se mouvoir en commun, former les mêmes ondulations, et s'élever et s'abaisser de la même manière. Mais le repos rétabli, toutes les surfaces seront encore *horizontales*, comme auparavant.

3.° *La pression qui se fait sur une portion donnée des parois du vase, est égale à l'étendue de cette portion, multipliée par la somme des poids des tranches fluides qui lui répondent.* Ainsi l'on cherchera séparément la pression, que chacun des fluides peut exercer contre la surface en question, et sous

une hauteur égale à celle qu'il a dans le vase; et l'on fera une somme de toutes ces pressions particulières, pour avoir la pression totale qui en résulte. Le fond d'une rivière ou d'un lac porte donc, outre le poids de l'eau dont il est couvert, celui des colonnes atmosphériques qui sont au-dessus.

4.° *Si des fluides de densités différentes, renfermés dans un même vaisseau, sont agités et mêlés ensemble, le repos seul suffira pour les séparer et les rétablir dans le rang, que leur assigne leur pesanteur spécifique;* pourvu toutefois que ces fluides n'aient entr'eux aucune *affinité chimique;* et que leurs pesanteurs spécifiques aient entr'elles une assez grande différence. Du mercure, de l'eau, de l'huile, de l'air, contenus dans une fiole (fig. 34.ᵉ), agités et mêlés ensemble, se démêlent sur-le-champ, et retournent à leur première place, dès qu'on cesse d'agiter le vase.

§ 40. Il n'en est pas de même de l'eau et de l'esprit de vin. L'on peut, avec quelque précaution, verser ces deux liqueurs l'une sur l'autre, l'esprit de vin sur l'eau, sans qu'elles se mêlent ensemble. Dans cette position, on pourra les distinguer en teignant l'une des deux de quelque couleur, ou seulement par la différence de leur transparence. Elles peuvent rester ainsi assez long-temps séparées et sans se confondre: mais si l'on renverse une ou deux fois brusquement le tube qui les contient, les deux liqueurs se mêlent aussitôt, et s'unissent si intimement, que le repos, ni aucun moyen mécanique ne peuvent plus les séparer. C'est que ces deux fluides ont une très-grande disposition à se combiner et à former un nouveau composé, qui ne peut être détruit que par des moyens chimiques.

Pareillement on peut avoir le vin et l'eau, séparés dans un même vase. Le vin étant d'ordinaire plus léger que l'eau, si on le verse tout doucement sur cette dernière liqueur, soit en le faisant tomber sur un morceau de liége, soit en le faisant couler lentement le long des parois du vase, on le verra

s'étendre sur l'eau, sans se mêler avec elle. Il y a plus : qu'on prenne un de ces petits vases (fig. 35.e), auxquels pour la raison qu'on va voir, on a donné le nom de *passevin*; et qui sont composés de deux capacités à-peu-près égales, placées l'une au-dessus de l'autre, et communiquant entr'elles par un tuyau vertical, court et d'un petit diamètre : qu'on remplisse de vin la capacité inférieure, et qu'on mette de l'eau dans l'autre. Aussitôt on verra un double courant s'établir dans le canal de communication : une colonne d'eau descendra dans le réservoir inférieur; une colonne de vin montera dans le réservoir supérieur : les deux liqueurs passeront l'une au travers de l'autre, sans presque se mêler; et au bout de quelque temps elles auront changé mutuellement de place. Le vase d'en haut se trouvera rempli de vin, et celui d'en bas sera en grande partie occupé par l'eau. En cachant ce dernier dans une boîte, comme dans la figure 36.e, l'on pourra donner à cette petite expérience l'apparence d'un prodige.

L'eau et le vin peuvent donc se trouver séparés dans un même vase, à cause de la différence de leurs pesanteurs spécifiques : mais si l'on verse brusquement ces deux liqueurs l'une sur l'autre, alors elles se mêlent si bien, qu'on ne peut plus les séparer par le repos. La raison qui empêche qu'on ne puisse dissoudre par-là cette union, c'est que la différence des pesanteurs spécifiques est trop petite, pour que cette cause puisse surmonter la résistance qui vient du frottement des particules fluides, et opérer ainsi leur séparation. Lorsque le mélange est fait, chaque molécule de vin est engagée entre des molécules d'eau; et quoique les parties des fluides soient douées d'une très-grande mobilité, cette mobilité ne suffit pas dans ce cas pour les dégager, et faire remonter le vin à la surface.

La *viscosité* est encore une cause, qui peut s'opposer à la séparation des fluides d'une densité même assez inégale. Ainsi l'air demeure quelque temps engagé

dans le blanc d'œuf battu, dans la crême fouettée, l'huile dans l'eau, etc. Abstraction faite de ces causes particulières, les fluides dont la densité est différente, se séparent par le repos, et s'arrangent suivant l'ordre de leurs pesanteurs. Pour conserver le vin, l'usage est dans les pays méridionaux, de le mettre dans de grandes bouteilles de verre, et de verser par-dessus un peu d'huile, qui forme une couche de quelques lignes d'épaisseur, et qui interdit ainsi toute communication avec l'air. Lorsqu'on veut ensuite tirer la liqueur, on ajoute dans le vase quelque peu de vin, qui se plaçant au-dessous de l'huile, fait monter celle-ci, et permet ainsi de la recueillir et de la séparer du vin. On fait à-peu-près de même dans les laboratoires de chimie, pour séparer deux liquides d'inégale pesanteur : on les verse toutes deux dans un entonnoir, qu'on tient bouché avec le doigt ou autrement. Lorsque les liqueurs se sont bien séparées, on débouche l'entonnoir : la plus pesante s'échappe d'abord, et l'on arrête l'écoulement sitôt qu'elle a passé ; l'on reçoit ensuite la plus légère dans un autre vase.

§ 41. Mais la plus heureuse application que l'on ait faite de cette loi, se trouve dans la construction du *niveau à bulle d'air* (fig. 37.e). Ce niveau est formé d'un tuyau de verre, de deux décimètres environ de longueur, bien cylindrique, scellé à ses deux extrémités, et rempli d'une liqueur qui puisse résister au froid sans se geler. En remplissant le tuyau, on a soin d'y laisser un petit vide, occupé par une bulle d'air, *a*. Cette bulle tend toujours par sa légéreté à s'élever au-dessus de la liqueur; et elle se porte vers l'un ou l'autre bout du tube, dès que celui-ci est incliné dans un sens ou dans un autre. Ce n'est qu'autant que le tuyau est dans une position parfaitement horizontale, que la bulle peut se tenir en *a*, au milieu de sa longueur. On peut voir dans l'*Architecture hydraulique* de M. Prony, les moyens de donner à cet instrument plus de sensibilité et plus de précision.

CHAPITRE II.

Equilibre de deux fluides différens, contenus dans des vases qui communiquent entr'eux.

§ 42. Si deux fluides de densités inégales, et contenus dans des vaisseaux différens, communiquent entr'eux par leur partie inférieure, *il y aura équilibre, lorsque leurs hauteurs verticales au-dessus du plan de communication, seront en raison inverse de leurs densités;* c'est-à-dire, lorsque la hauteur du fluide le plus léger contiendra la hauteur du plus pesant, autant de fois que la pesanteur spécifique de celui-ci contient la pesanteur spécifique du premier. Il est évident en effet, que dans ce cas les molécules des deux fluides qui sont en contact au point de leur jonction, sont également pressées de part et d'autre, et ne peuvent par conséquent se mouvoir d'aucun côté. Cette condition d'équilibre a lieu, quelles que soient la forme et la capacité des deux vases, la forme et la position du canal, qui établit la communication de l'un à l'autre. L'expérience peut rendre cette vérité plus sensible.

Expérience. On prend un tuyau de verre (fig. 38.e), recourbé, et dont les deux branches sont ordinairement parallèles. On verse du mercure dans le tuyau, de manière à en remplir la courbure, et jusqu'à ce que le fluide s'élève d'un centimètre environ dans chaque branche. On marque le niveau du mercure au moyen d'un fil; et l'on ajoute ensuite de l'eau dans une des deux branches. On observe alors que le mercure s'élève dans la branche opposée, en même temps qu'il s'abaisse dans la première. En mesurant la longueur de la colonne d'eau introduite, et celle de la petite colonne de mercure qui lui fait équilibre, on trouve

que ces longueurs sont à-peu-près dans le rapport de $13\frac{1}{2}$ à 1 ; c'est-à-dire, que si la colonne d'eau a, par exemple, 13 centimètres et demi de longueur, celle de mercure sera d'un centimètre, à compter du niveau le moins élevé.

Le mercure est en équilibre avec lui-même dans toute la partie, o*b*o, qui remplit la courbure du tube. Il n'y a donc que la portion, o 1, qui s'élève au-dessus de la ligne, oo, qui ait besoin d'être soutenue. Ce qui la soutient, c'est l'eau qui est dans la branche opposée, depuis o jusqu'à $13\frac{1}{2}$; et comme la pesanteur de l'eau est environ $13\frac{1}{2}$ fois moindre que celle du mercure, il est nécessaire pour l'équilibre, que ce premier fluide parvienne à une hauteur $13\frac{1}{2}$ fois plus grande, ainsi que l'expérience le fait voir. Les deux branches du tube pourraient être, l'une verticale et l'autre inclinée à l'horizon, l'une étroite et l'autre fort large, que le même effet aurait également lieu. Dans le cas d'équilibre, les hauteurs *verticales* seraient toujours en raison inverse des densités; et si le canal de communication, au lieu d'être horizontal, était incliné d'une manière quelconque, cela n'introduirait encore aucune différence : l'on ne commencerait de même à compter que du niveau le plus bas.

CHAPITRE III.

Quelques applications du principe établi dans le chapitre précédent.

Le principe que l'on vient d'établir et de prouver, renferme plusieurs conséquences importantes et quelques applications utiles, que nous allons faire connaître.

§ 43. 1.° L'on peut en tirer un moyen fort simple de comparer entr'elles les pesanteurs spécifiques de deux liqueurs. On a un tuyau de verre, *abc*, (fig. 39.ᵉ) recourbé, à branches parallèles et d'égales longueurs. A la courbure du tuyau est soudé un bout de tube, auquel on adapte une petite pompe, *pq*. On fait plonger les deux branches du tuyau dans deux vases, posés sur un même plan horizontal, et contenant des liqueurs différentes, dont le niveau est à-peu-près le même. Tirant ensuite le piston de bas en haut, on voit à l'instant les deux liquides s'élever dans leur branche respective, mais à des hauteurs différentes : la plus pesante s'élevant moins, et la plus légère s'élevant davantage.

On sent aisément la raison de cette différence. L'élévation du piston a raréfié également l'air, qui remplissait les deux branches du tuyau, et qui ne pouvait avoir aucune communication avec l'air environnant. Celui-ci comme plus fort, a poussé les liqueurs dans l'intérieur du tube; et la quantité dont chacune de ces liqueurs s'est élevée, est la mesure de cet excès de force. Il faut donc que les hauteurs des deux colonnes liquides, élevées au-dessus de leurs niveaux respectifs, soient en raison inverse de leurs densités. Donc ces hauteurs feront connaître le rapport

des pesanteurs spécifiques des deux liqueurs. On indiquera par la suite des moyens susceptibles de plus de précision.

§ 44. 2.° La colonne de mercure suspendue au-dessus du niveau dans le tube de Toricelli, nous fait connaître à chaque instant le poids de la colonne d'air, qui s'étend jusqu'aux limites de l'atmosphère; mais cela n'est exactement vrai, qu'autant que l'espace, *ab*, (fig. 40.e), qui reste entre le mercure et la voûte du tube, est absolument purgé de tout air. Si quelque portion de ce fluide venait à s'introduire dans cet espace, les conditions de l'équilibre changeraient sur-le-champ, et la colonne de mercure s'abaisserait. Ce ne serait plus ce fluide seul, mais ce fluide aidé de l'action d'un air plus ou moins raréfié, qui soutiendrait la pression atmosphérique; et par conséquent la longueur de la colonne mercurielle ne saurait demeurer la même. La quantité dont le mercure descendrait dans ce cas, peut se déterminer aisément, lorsqu'on connaît la grandeur de la partie vide du tuyau, et le volume de l'air introduit.

D'après ce qu'on a dit plus haut sur l'élasticité de l'air, une portion d'air, quelque petite qu'elle soit, a, quoique détachée de la masse, une force capable de soutenir environ 76 centimètres de mercure, tant que son volume demeure le même. Mais si son volume augmente, si elle vient à s'étendre dans un espace libre, alors elle perd de sa force autant qu'elle gagne en volume; et l'on peut toujours savoir ce qui lui reste de la première, quand on sait de combien le dernier s'est accru.

Prenons donc un tube (fig. 40.e) préparé à la manière de Toricelli, et supposons que l'espace vide *ab*, au-dessus du mercure, que je fais cylindrique pour plus de simplicité, ait *douze centimètres* de longueur. Si l'on introduit dans ce tuyau une petite colonne d'air du même diamètre que le tube, et de la longueur de *trois centimètres*; cet air s'élèvera au travers du

mercure, viendra s'établir au-dessus, et à raison de sa dilatabilité, remplira tout l'espace vide, *ab*. Sous son premier volume, cette petite colonne d'air pouvait soutenir, je suppose, 76 centimètres de mercure. Ce volume étant devenu *quatre fois* aussi grand, la force de cet air sera réduite au *quart*, et ne pourra plus représenter que 19 centimètres de mercure. C'est donc avec cette force, que l'air introduit repoussera de haut en bas, le mercure qui est au-dessous de lui, et qui s'abaisserait effectivement de 19 centimètres, si l'air supérieur pouvait conserver sa même force : mais cet air toujours dilatable, doit remplir l'espace que le mercure abandonne, et perdre ainsi une nouvelle partie de sa force. La colonne mercurielle s'abaissera donc d'une moindre quantité, et s'arrêtera au point où la force élastique de l'air dilaté, jointe au poids du mercure restant, sera en équilibre avec la pression de l'atmosphère. On trouve dans la supposition présente, que la colonne s'abaisserait seulement de 10 *centimètres et deux dixièmes* à-peu-près. On obtiendrait ce résultat par le seul tâtonnement : mais le calcul le donne plus promptement et avec plus d'exactitude. (*b*)

§ 45. 3.° Une colonne d'air de la hauteur de l'atmosphère, étant en équilibre avec une colonne de mercure du même diamètre, et de 28 pouces environ de hauteur;

(*b*) Soit h la hauteur du mercure dans le tube de Toricelli, hauteur qui exprime la force élastique de l'air au moment de l'expérience; a la longueur de l'espace vide; b celle de la petite colonne d'air introduite, de même diamètre que le tuyau; x la quantité dont le mercure doit s'abaisser. On trouvera la force élastique de l'air dilaté dans le haut du tube, en disant :

$$a+x : b :: h : \frac{bh}{a+x}.$$

Cette force élastique de l'air intérieur plus le mercure restant, devant faire équilibre à la pression atmosphérique, on aura l'égalité :

$$h-x+\frac{bh}{a+x}=h.$$

d'où l'on tire d'abord $x^2+ax=bh$; et enfin $x=-\frac{1}{2}a+\sqrt{bh+\frac{1}{4}a^2}$. Telle est la formule qui donne l'abaissement du mercure.

si

si la densité de l'air était la même à toutes les distances de la terre, il serait facile d'avoir la hauteur absolue de la masse aérienne, dans laquelle nous sommes plongés. On a trouvé que l'air pesait environ *onze mille fois* moins que le mercure. Donc en calculant d'après la règle établie ci-dessus, on aurait pour la colonne d'air en équilibre avec une colonne de mercure de 28 pouces, *onze mille fois* cette quantité de 28 pouces, ou 25667 pieds, ou à-peu-près *deux lieues*. Mais ainsi qu'on a vu, la densité de l'air va en diminuant de bas en haut : la hauteur de la colonne atmosphérique est donc plus considérable que ce qu'on vient de trouver.

Pour déterminer cette hauteur, s'il est possible, il faut se rappeler que l'air jouit de la propriété de se condenser proportionnellement aux poids dont il est chargé. Donc si l'on considère une colonne atmosphérique, comme composée de tranches d'égale pesanteur, et capables de soutenir chacune *une ligne* de mercure; les densités de ces tranches diminueront de plus en plus, à mesure qu'elles seront plus élevées; et leur volume ou leur épaisseur ira en augmentant de bas en haut. On pourra trouver l'épaisseur de chaque tranche de la manière suivante.

Les 28 pouces de mercure, (car nous sommes forcés ici, et nous le serons dans plusieurs autres circonstances, de faire usage des anciennes mesures), les 28 pouces de mercure convertis en lignes, donnent 336 lignes. La colonne d'air sera donc partagée en 336 tranches d'égale pesanteur. La première tranche a été trouvée par M. Deluc, de 12 toises et demie; c'est-à-dire qu'en passant du point où le mercure est à 336 lignes, à celui où il n'est plus qu'à 335 lignes on est monté *verticalement* de 12 toises et demie. Or, cette première tranche est chargée du poids des 335 qui sont au-dessus, et dont chacune équivaut à *une ligne* de mercure. Si l'on veut donc avoir l'épaisseur de la seconde tranche, qui ne soutient que le poids des 334

placées au-dessus d'elle, comme les volumes ou les épaisseurs sont en raison inverse des charges supportées, on dira : 334 *est à* 335, *comme* 12½ *sont à un quatrième nombre*, qu'on trouve être 12,537 : ce qui veut dire, que cette seconde tranche aurait environ de plus que la première, 37 millièmes de toises, ou à-peu-près 2 pouces et 8 lignes. En opérant de même, on aurait l'épaisseur de toute autre tranche, d'après la base fournie par M. Deluc, ou en choisissant une autre base quelconque. C'est ainsi qu'on trouve en partant du même résultat que ci-dessus, que le mercure n'étant plus qu'à 191 lignes sur le *Pichincha*, un des points les plus élevés où l'on soit parvenu sur la terre, l'épaisseur de la tranche d'air qui répond en cet endroit à une ligne de mercure, est de 22 toises et 4 pouces environ.

Dans toutes les proportions qu'il faut faire, pour avoir l'épaisseur des différentes tranches atmosphériques, on voit que les deux termes moyens sont toujours les mêmes : donc on n'a jamais qu'à diviser un produit constant par les hauteurs successives du mercure, converties en lignes. Ainsi l'épaisseur de *l'avant-dernière* tranche, c'est-à-dire de celle qui ne soutient *qu'une ligne* de mercure, est de 4187½ toises, ou d'à-peu-près *deux lieues*. La dernière tranche n'étant chargée d'aucune autre, le même principe donnerait à celle-ci une épaisseur *infinie*, puisque le diviseur serait ici zéro. Mais l'on a déjà observé, que l'on ne pouvait point admettre dans un fluide élastique quelconque, une *dilatabilité* sans bornes. La dernière tranche doit donc être limitée, quoiqu'il ne nous soit pas possible d'en déterminer l'étendue.

L'on a considéré chaque tranche comme chargée seulement du poids de celles qui sont au-dessus d'elle, sans avoir égard à son propre poids. Cependant la tranche aurait eu par elle-même une certaine densité; de sorte que sa densité réelle se compose de celle qui lui est propre, et de celle qui lui est communiquée

par la pression des tranches supérieures. Ainsi l'on peut regarder la première tranche ou la plus basse, comme chargée du poids total des 336 tranches; et alors le dividende venant de la multiplication de 336 par $12\frac{1}{2}$, sera le nombre 4200, au lieu de $4187\frac{1}{2}$; et telle sera aussi l'épaisseur de la tranche qui soutient la dernière ligne de mercure.

Dans la première supposition, on avait négligé le poids de la tranche que l'on considérait : dans la seconde on lui donne trop d'influence, puisque la partie supérieure de cette tranche ne porte point le poids de la totalité. Il convient donc pour plus d'exactitude, de prendre un terme moyen, et d'employer pour dividende le nombre 4194, et pour diviseur le nombre des tranches supérieures, augmenté d'une demi-unité.

Si au lieu de diviser la colonne atmosphérique en portions capables de soutenir une ligne de mercure, on la conçoit partagée en un nombre de tranches double ou quadruple, équivalant chacune à une moitié, ou à un quart de ligne de mercure; on aura de la même manière l'épaisseur de chacune de ces tranches, et l'on pourra également trouver, quelle est la hauteur de l'avant-dernière. Cette hauteur sera dans tous les cas, égale au dividende 4194; c'est-à-dire, quelle sera toujours de ce nombre de toises : mais elle soutiendra, ou une ligne de mercure, ou une demi-ligne, ou un quart de ligne, suivant le nombre des tranches que l'on aura imaginé dans la hauteur de l'atmosphère.

C'est en calculant d'après ces principes, que M. Deluc trouve qu'à une hauteur de *onze lieues*, l'air ne peut plus soutenir qu'*une ligne* de mercure; et qu'à 17 lieues de hauteur, il en reste encore de quoi soutenir un 10.e de ligne. Mais la hauteur absolue de notre atmosphère ne saurait être déterminée par ce moyen. Néanmoins cette méthode nous apprend, qu'à une hauteur de *onze lieues*, l'air est dans le même état de raréfaction, où peut l'amener une

excellente pompe pneumatique; et qu'au-delà de *dix-sept lieues*, on doit trouver, sinon un vide absolu, au moins un fluide d'une extrême rareté, et à-peu-près incapable de produire quelque action sensible. Ce résultat s'accorde assez bien avec celui qui se tire de la durée des crépuscules.

§ 46. On sait que la lumière qui précède le lever du soleil, et celle qui suit le coucher de cet astre, sont produites par la *réfraction* et la *réflection*, que les rayons solaires éprouvent dans les parties supérieures de notre atmosphère. Le commencement du crépuscule du matin et la fin de celui du soir, dépendent de la hauteur de l'air au-dessus de la surface de la terre. L'on peut donc par la durée du crépuscule, calculer la hauteur de l'atmosphère terrestre, au moins de la partie de cette atmosphère, qui est capable de *réflechir*, et de *réfracter* la lumière. C'est en partant de ce principe qu'on a trouvé, que l'enveloppe aérienne qui est autour de la terre, devait avoir environ *dix-huit lieues* de hauteur. Ce n'est pas à dire pour cela, qu'il n'y ait plus rien au-delà de cette limite ; car d'après l'élévation présumée de quelques *aurores boréales*, qui sont assurément un phénomène terrestre, on a pensé qu'il y avait jusqu'à une distance de *deux ou trois cents lieues* de notre globe, un fluide très-rare, qui est le lieu où se passent ces sortes de *météores*.

CHAPITRE IV.

Du Baromètre.

§ 47. Le *baromètre* est un instrument destiné à nous faire connaître les variations qui arrivent continuellement dans la pesanteur de l'air. L'eau conserve assez constamment son même poids, ou si elle éprouve quelque changement à cet égard, c'est toujours fort peu de chose. Il n'en est pas de même du fluide atmosphérique : une colonne d'air ne conserve pas long-temps la même pesanteur, et quelquefois cette pesanteur varie de plus d'une 30.e partie, dans l'espace de quelques heures. Le baromètre est l'instrument qui nous a fait connaître ces étonnantes variations, et qui nous sert tous les jours à les observer.

On a donné au baromètre des formes différentes : mais cet instrument est pourtant le même quant à l'essentiel. C'est toujours une colonne de mercure renfermée dans un tuyau de verre de 85 à 90 centimètres de longueur, scellé à son extrémité supérieure, et plongé par le bout ouvert dans une cuvette pleine de mercure, ou recourbé par en bas, de manière à porter lui-même un réservoir à moitié plein de ce fluide, ou enfin formant simplement le *sifon* à deux branches inégales et parallèles. Voyez les figures 41, 42, 43 et 44, qui représentent différens baromètres. Cet instrument n'est donc au fond autre chose que le tube de Toricelli. C'est la pression de l'air atmosphérique qui y soutient la colonne de mercure ; et l'on peut dire qu'il nous fournit une preuve *permanente* de la pesanteur de l'air.

Entre l'extrémité supérieure de la colonne de mercure, et la voute du tube est un espace vide,

dans lequel il ne doit rester aucune portion d'air. On sent combien cette condition est essentielle, pour que le mercure parvienne à toute la hauteur qu'exige la pression de l'atmosphère. Pour exclure entièrement l'air de la partie supérieure du baromètre, on fait bouillir le mercure dans le tube même : tout autre moyen serait absolument insuffisant, et il resterait toujours dans le haut du tube quelque peu d'air, qui gênerait l'action de l'air extérieur. On reconnaît au reste qu'un baromètre est bien purgé d'air, lorsqu'en l'inclinant doucement, le mercure vient frapper un coup sec contre le verre, et y demeure exactement appliqué.

Des baromètres construits avec cette attention, se tiennent à la même hauteur dans un même endroit, et dans le même temps : mais un même baromètre placé dans un certain lieu, se soutient à des hauteurs différentes dans des temps différens ; ce qui prouve que la pesanteur de l'air est sujette à varier. En effet l'abaissement du mercure dans le baromètre ne peut avoir d'autre cause, qu'une diminution dans la force qui le soutient, c'est-à-dire, dans la pression, et le poids de la colonne atmosphérique : pareillement l'ascension du mercure ne peut reconnaître pour cause, qu'une augmentation dans la pression de l'atmosphère. Ces changemens continuels dans la pesanteur de l'air ont beaucoup occupé les physiciens : ils ont cherché à les expliquer de différentes manières. Voici ce qu'il y a de plus probable à ce sujet.

§ 48. L'atmosphère est comme un vaste *récipient*, où s'élève et s'amasse tout ce qui s'échappe de la surface de la terre. L'eau monte continuellement de toutes les parties du globe, sous la forme de *vapeur*. La vapeur aqueuse est un fluide élastique, plus léger que l'eau, plus léger même que l'air, et qui s'élève d'abord au travers de ce dernier fluide, à raison de sa légèreté. Parvenue dans l'atmosphère, la vapeur aqueuse paraît s'y fondre, s'y dissoudre, se combiner avec l'air, et composer

avec lui un nouveau fluide, plus léger que l'air pur; comme l'esprit-de-vin uni à l'eau, forme un composé moins pesant que l'eau pure. Il suit de-là, que lorsque l'air est très-sec, comme il arrive ordinairement par le vent du nord, le baromètre se tient plus haut, parce que la colonne atmosphérique, étant alors presque toute composée d'air pur, est par conséquent plus pesante. Au contraire lorsque l'air est chargé d'humidité, comme cela arrive ordinairement par les vents du midi, le baromètre doit se tenir plus bas, par la raison que l'air atmosphérique, uni à une grande quantité de vapeurs, en devient alors nécessairement plus léger. C'est donc le plus ou moins de vapeurs aqueuses, répandues et dissoutes dans l'atmosphère, qui fait varier la pesanteur de l'air; et qui par suite, est aussi la cause des variations du baromètre.

L'explication générale qu'on vient de donner des changemens continuels qu'éprouve la pesanteur de l'air, demanderait des développemens qui ne sont point du ressort de cet ouvrage. J'observerai, seulement par occasion, et comme une confirmation de cette théorie, que dans les lieux d'où l'on peut découvrir quelques montagnes fort éloignées, il arrive communément que ces montagnes sont visibles par les vents du sud, et qu'on ne peut les appercevoir, lorsque c'est le vent du nord qui souffle. C'est une chose qui se remarque sur-tout à Lyon, d'où l'on découvre souvent la grande chaîne du *Mont-Blanc*, éloignée d'une quarantaine de lieues. Si le vent du midi commence à souffler, même s'il est orageux, et quoique le ciel soit couvert d'épais nuages, on apperçoit les sommets de ces hautes montagnes, qui se dessinent avec beaucoup de netteté au bord de l'horizon : mais si c'est le vent du nord qui souffle, bien que le ciel paraisse pur et parfaitement serein, le bord de l'horizon est ordinairement voilé et nébuleux, et l'œil ne saurait découvrir ces sommités éloignées. La cause de ce phénomène n'est pas difficile à trouver.

Lorsque l'air est comme on dit, *saturé* d'humidité, quand les vapeurs sont entièrement fondues et dissoutes dans ce fluide, il résulte de cette parfaite dissolution, un milieu très-*homogène*, et que la lumière pénètre avec facilité; de plus de nouvelles vapeurs cessent alors de s'élever, et rien ne trouble la transparence de l'air. Les couches supérieures, qui peuvent contenir une humidité surabondante, sont obscurcies par des nuages; tandis que les couches inférieures, dont la densité est uniforme, et la transparence parfaite, permettent d'appercevoir dans l'éloignement les sommets glacés du *Mont-Blanc*. Quand l'air est *sec*, au contraire, il aspire avec force les vapeurs de la terre: ces vapeurs traversant continuellement les parties basses de l'atmosphère, et se trouvant dans un état de dissolution imparfaite, il résulte de leur mélange avec l'air, un fluide d'une densité inégale, qui arrête les rayons de lumière, et intercepte ainsi la vue des objets éloignés. Or, l'abaissement et l'élévation du mercure dans le baromètre s'accordant avec ces différens états de l'air, le système d'explication établi sur ce sujet, en acquiert encore plus de probabilité.

§ 49. L'illustre Leibnitz regardait bien aussi l'eau atmosphérique, comme la principale cause des variations du baromètre: mais il expliquait ces variations d'une toute autre manière. Il établissait d'abord, que l'air est d'autant plus pesant, qu'il contient une plus grande quantité de vapeurs, et qu'il devient plus léger, à proportion qu'il est plus parfaitement dépouillé de toute humidité. Il supposait ensuite que le baromètre ne commence à descendre, que lorsque les vapeurs aqueuses devenues plus pesantes que l'air, commençaient à tomber au travers de ce fluide. En effet, disait-il, lorsque les plus petites gouttes d'eau commencent d'obéir à la pesanteur, l'air n'est plus obligé de soutenir tout leur poids, puisqu'une partie de ce poids produit son effet, et les entraîne en bas. L'air étant donc moins chargé, sa pression se trouve

diminuée, et le baromètre descend lorsque la pluie commence. Il monte au contraire dans le beau temps, parce qu'alors l'air a à soutenir toutes les vapeurs aqueuses, qui s'élèvent continuellement dans son sein; et que devenant ainsi de plus en plus pesant, il exerce aussi une pression de plus en plus grande, sur le mercure du baromètre.

Leibnitz appuyait cette explication de l'expérience suivante : Mettez en équilibre au bras d'une balance un long tuyau rempli d'eau (fig. 45.e). Faites plonger dans cette eau une petite balle de plomb, suspendue au moyen d'un fil au bras même de la balance. L'équilibre bien établi, et la balance en suspens, coupez ou brulez le fil : la balle de plomb tombera aussitôt au travers de l'eau, et l'on verra le bras opposé de la balance, l'emporter pendant quelques instans. L'équilibre sera rompu durant la chute de la balle, et ne se rétablira que lorsqu'elle sera arrivée au fond du tuyau. Le vase plein d'eau sera donc plus léger, pendant tout le temps que la balle mettra à descendre au travers de ce fluide; et le bras où il est suspendu, sera pendant ce temps, déchargé d'une partie du poids de la balle. (Note 10.e)

Cette expérience est certaine : mais l'application qu'on en veut faire aux vapeurs contenues dans l'atmosphère, n'est pas juste. On se figurait autrefois, que la vapeur aqueuse n'était autre chose que de l'eau très-divisée, et réduite en molécules extrêmement petites, conservant toujours leur pesanteur propre, et ne demeurant suspendues dans l'air qu'à raison de cette grande division, et à cause du frottement qu'elles y éprouvaient. Il est bien certain que si l'eau pouvait se soutenir dans l'air sous la forme liquide, la pression de l'atmosphère, lorsque l'eau serait ainsi soutenue, devrait être plus grande, que lorsque cette eau tomberait librement au travers de l'air. Mais la vapeur de l'eau est tout autre chose que l'eau elle-même. Il est reconnu aujourd'hui, que cette vapeur est un

fluide d'une autre nature que l'eau, et qui résulte de sa combinaison avec la matière du feu : ce fluide s'élève et se soutient dans l'air, parce qu'il est naturellement plus léger que l'air; et il paraît qu'il peut s'unir à lui par dissolution, et s'en séparer suivant les circonstances. Le principe de *Leibnitz* n'est donc point admissible.

D'un autre côté la manière dont il explique les mouvemens du mercure, suppose que le baromètre ne descend qu'au moment où commence la pluie dans les parties supérieures de l'atmosphère; ce qui ne s'accorde point avec l'observation : car nous voyons souvent le mercure descendre par le temps le plus serein, et où l'air parait le plus pur; et souvent au contraire nous le voyons remonter pendant la pluie. Nous n'entrerons pas dans de plus grands détails sur ce sujet : il nous suffit d'avoir indiqué quelle est l'influence des vapeurs aqueuses sur la pesanteur de l'air.

§50. Il est une seconde cause également puissante, qui modifie aussi sans cesse le poids et la densité du fluide atmosphérique, c'est *la chaleur*. L'air, comme on a vu, se dilate et s'étend lorsqu'il s'échauffe; il se condense et se resserre, quand il se refroidit. Si l'on considère donc la colonne atmosphérique qui pèse sur le mercure du baromètre; qu'on suppose que cette colonne vient à s'échauffer, plus que celles qui l'entourent : alors elle s'élèvera au-dessus de celles-ci, se versera sur elles; et contenant elle-même une moindre quantité d'air, elle exercera une moindre pression, et le baromètre descendra. Si au contraire la colonne en question se condense par le refroidissement, son sommet s'abaissera : les colonnes voisines se versant sur celle-ci, elle contiendra une plus grande quantité d'air, et pressera avec plus de force le baromètre qui montera. Telle est la manière dont la chaleur paraît devoir influer sur les mouvemens du baromètre.

§ 51. La hauteur du mercure dans le baromètre étant dépendante de la température de l'air, et de la plus ou moins grande quantité de vapeurs qu'il contient; il suit que cet instrument est propre à nous faire connaître à chaque instant l'état de l'atmosphère, et à nous apprendre, si l'air qui est au-dessus de nos têtes, est plus ou moins près d'abandonner les vapeurs qu'il soutient. Cette connaissance ne saurait être indifférente, puisque c'est l'état de l'air qui fait *le beau et le mauvais temps*. Nous avons le *beau temps*, lorsque l'air étant pur, et ne contenant que peu de vapeurs bien dissoutes, l'atmosphère jouit de toute sa transparence, et laisse arriver jusqu'à nous les rayons du soleil. Nous disons au contraire que nous avons *mauvais temps*, lorsque l'air étant surchargé de vapeurs, ces vapeurs se condensent en nuages, se convertissent en pluie, nous dérobent la vue du ciel, et interceptent l'action bienfaisante des rayons solaires. Or, les mouvemens du baromètre étant liés avec ces différens états de l'air; il est visible qu'ils peuvent servir à annoncer les changemens relatifs qui s'opèrent dans le fluide atmosphérique. Ainsi *la descente* du mercure annonce un temps couvert, les vents du sud, la pluie ou la neige: son *ascension*, au contraire présage un temps serein, les vents du nord, la sécheresse ou le froid : des mouvemens brusques en sens opposés indiquent des variations et des inégalités semblables dans le temps. *Les prédictions* du baromètre ne sont pas infaillibles sans doute : mais elles sont si souvent confirmées par l'événement, sur-tout quand on ne leur donne pas plus *d'extension* qu'il ne faut, qu'on doit les regarder au moins comme fort probables. Aussi les physiciens, et même ceux qui ne le sont pas, observent-ils souvent cet instrument, qui se trouve aujourd'hui par-tout, et dont on a reconnu que les indications peuvent être fort utiles dans beaucoup de circonstances.

CHAPITRE V.

De la mesure des hauteurs par le moyen du baromètre.

OUTRE l'utilité du baromètre pour les observations journalières, et l'annonce des changemens de temps, on a imaginé depuis assez long-temps de l'employer à un autre usage, et de s'en servir pour mesurer la hauteur des montagnes, et en général l'élévation d'un lieu au-dessus d'un autre lieu, et au-dessus du niveau de la mer. Voici comment on a pu parvenir à ce but.

§ 52. Nous avons ci-dessus divisé, par la pensée, une colonne d'air atmosphérique en tranches d'égale pesanteur, et équivalentes à une ligne, ou à une demi-ligne de mercure. On a observé que dans cette supposition, les volumes des tranches étaient nécessairement inégaux, de même que leurs densités; que les volumes allaient en augmentant de bas en haut, et les densités en diminuant. Mais si l'on partageait la colonne atmosphérique en tranches d'égale épaisseur, alors ce serait les poids de ces tranches qui varieraient de l'une à l'autre; et ces poids, ainsi que les densités, iraient en augmentant de haut en bas, suivant une certaine loi qu'on peut découvrir ainsi.

Soit a la densité et le poids de la première tranche, de la tranche supérieure; et supposons que la pression de cette tranche augmente la densité et le poids de la deuxième, de la 100.e partie de a : on aura donc pour le poids de cette deuxième tranche, a plus $\frac{a}{100}$, ou a *multiplié* par $(1+\frac{1}{100})$; ce qui s'écrit de cette manière, $a\,(1+\frac{1}{100})$. Maintenant la troisième tranche aurait aussi un poids, et une densité naturellement

représentée par *a* : mais comme il y a deux tranches au-dessus d'elle, dont elle soutient le poids, sa densité sera aussi augmentée de la 100.e partie de la charge qu'elle porte. Elle sera donc *a* plus $\frac{a}{100}$ plus $\frac{a}{100}$ plus $\frac{a}{10000}$, ou en réduisant comme tout à l'heure, *a multiplié* deux fois par $(1 + \frac{1}{100})$: ce qui s'écrit ainsi, $a(1 + \frac{1}{100})^2$. En raisonnant de même, on trouvera que les poids et les densités des tranches successives forment une *progression géométrique croissante de haut en bas* : car chaque terme en descendant, est égal au terme précédent, augmenté dans un rapport constant, augmenté d'un 100.e dans la supposition présente.

On démontre encore la même proposition de la manière suivante. Appelons A le poids entier de la colonne atmosphérique; B le poids de la même colonne, *moins* la première tranche inférieure; C celui de la colonne, *moins* les deux premières tranches; D celui de la colonne, *moins* les trois premières tranches, et ainsi de suite. La première tranche ne portant que le poids B, ne sera comprimée qu'en vertu de cette charge, et son poids absolu sera exprimé par A *moins* B. De même la deuxième tranche n'est chargée que du poids C, et son poids absolu est B *moins* C. Or, les poids des tranches sont relatifs à leurs densités, et ces densités sont proportionnelles aux charges que les tranches supportent. On a donc les proportions suivantes : *Le poids ou la densité de la première tranche est à la charge qu'elle porte, comme le poids ou la densité de la deuxième tranche est à la charge qu'elle soutient;* ou en langage plus précis : A—B : B :: B—C : C. On aura de même pour la deuxième et la troisième tranche, B—C : C :: C—D : D : et ainsi des autres. Or, il est facile de conclure de là, que A : B :: B : C :: C : D :: etc.; et par conséquent que les poids et les densités des tranches d'égale épaisseur, forment une *progression géométrique décroissante de bas en haut* : ce qu'il fallait prouver.

§ 53. Cela posé, puisque la colonne de mercure contenue dans le baromètre, est par-tout en équilibre avec la colonne atmosphérique qui repose sur l'endroit où le baromètre est placé ; le poids de l'air supérieur peut donc toujours être représenté par la longueur de cette colonne de mercure. Or, en faisant usage des anciennes mesures, le baromètre étant supposé à 29 pouces, ou 348 lignes sur le bord de la mer, cette hauteur du mercure exprimera le poids de toute la colonne d'air, qui s'étend depuis cet endroit jusqu'aux limites de l'atmosphère. Si l'on s'élève ensuite de 12 toises et demie au-dessus de ce point, le baromètre ne se soutiendra plus qu'à 347 lignes ; et cette colonne de 347 lignes représentera de même le poids de tout l'air supérieur. Quant au poids de cette première tranche de 12 toises et demie d'épaisseur, il sera exprimé par une ligne de mercure, ou par la différence entre les hauteurs absolues 348 et 347.

Si l'on s'élève une seconde fois d'une pareille quantité, le baromètre descendra encore, mais non pas d'une ligne toute entière : car cette deuxième tranche étant de la même épaisseur que la première, et se trouvant chargée d'un moindre poids, ne peut pas être de la même pesanteur. Si l'on représente par *l'unité* le poids de la première tranche, on trouvera celui de la seconde tranche, en disant : *comme* 348 *est à* 347, *ainsi le poids de la première tranche est au poids de la deuxième.* Ce poids sera donc exprimé par la fraction $\frac{347}{348}$.es (c). La première tranche répondant à *une ligne* de mercure, la seconde ne répondra qu'aux $\frac{347}{348}$.es d'une ligne ; et le baromètre ne s'abaissera que de cette quantité, pour une seconde ascension de $12\frac{1}{2}$ toises : il se tiendra donc à une

(*c*) On voit que nous supposons à chaque tranche, une densité uniforme, et telle que l'exige la hauteur du baromètre au bas de cette tranche.

hauteur de 346 lignes et $\frac{1}{348}$.e de ligne ; et cette colonne de mercure exprimera encore le poids de tout l'air supérieur à cette seconde *station*.

On aurait de même le poids de la troisième tranche, dont l'épaisseur est toujours de $12\frac{1}{2}$ toises, en faisant une semblable proportion : 347 *est à* 346 $\frac{1}{348}$.e *comme le poids de la deuxième tranche est au poids de la troisième*. Mais le poids de la deuxième, comme on vient de voir, est exprimé par la fraction $\frac{347}{348}$.es : celui de la troisième se trouvera donc en prenant les $\frac{347}{348}$.es de cette même fraction; ce qui donne pour résultat la fraction $\frac{120409}{121104}$. Cette fraction de ligne indique encore la quantité dont le baromètre doit s'abaisser, pour une troisième ascension égale aux précédentes. A cette nouvelle station, la colonne de mercure serait de 345 lignes et $\frac{1043}{121104}$.es de ligne. Un semblable calcul donnerait successivement le poids de toutes les tranches, la quantité dont le mercure devrait s'abaisser à chaque fois, et par suite la hauteur où il se soutiendrait à toutes les stations.

Les *abaissemens* du baromètre à mesure qu'on s'élève au-dessus du niveau de la mer, représentant *les poids* des tranches successives que l'on traverse, et ces poids formant, comme on a vu, une progression géométrique décroissante ; il suit que ces abaissemens, ou les différences de hauteur dans la colonne de mercure, forment pareillement une progression géométrique, dont les premiers termes, pour notre division de la colonne atmosphérique en tranches de $12\frac{1}{2}$ toises, sont 1, $\frac{347}{348}$, $\frac{120409}{121104}$, etc. La *raison* qui règne dans cette progression, c'est la fraction $\frac{347}{348}$; c'est-à-dire, que chaque terme se forme en multipliant le terme précédent par cette fraction.

Pareillement les hauteurs du mercure dans le baromètre expriment les poids, qui compriment les différentes tranches inférieures, et qui produisent leurs densités. Ces hauteurs doivent donc aussi former une progression géométrique : et en effet les nombres

348, 347, 346$\frac{1}{348}$, 345$\frac{1041}{121104}$, etc. sont en progression, et la *raison* qui règne dans cette progression, est encore la fraction $\frac{347}{348}$.

§ 54. Maintenant, puisque les hauteurs du baromètre forment une *progression géométrique*, à mesure qu'on s'élève de *quantités égales*, et que les degrés d'élévation forment ainsi une *progression arithmétique*: l'on peut déjà appercevoir entre ces deux choses une relation importante, au moyen de laquelle, l'une étant connue, il serait possible d'en conclure l'autre. Cette relation est semblable à celle qui existe entre les *nombres* et leurs *logarithmes*. On sait que les *logarithmes* sont des termes qui forment une *progression arithmétique*, lorsque les *nombres* auxquels ils appartiennent sont eux-mêmes en *progression géométrique*. Les logarithmes ont des propriétés intéressantes, qu'il n'est pas de notre objet de considérer ici. Il s'agit seulement de faire connaître l'usage qu'on en fait, pour trouver la hauteur des montagnes par l'observation du baromètre.

Les quantités dont on s'élève successivement dans l'atmosphère, ayant avec les hauteurs du mercure dans le baromètre, la même relation que les logarithmes ont avec les nombres, il suit que les *différences* de ces logarithmes seront *proportionnelles* aux *différences* d'élévation au-dessus du niveau de la mer, ou de tout autre point fixe pris à volonté. Si donc on a déterminé par une mesure directe l'élévation d'un lieu au-dessus de ce niveau, l'on pourra trouver la hauteur d'un autre point au-dessus du premier, par une simple proportion, lorsqu'on connaîtra les hauteurs du baromètre dans ces deux endroits. Par exemple, M. *Bouguer* a trouvé que sur la montagne du *Pichincha*, dans le *Pérou*, le mercure ne se soutenait qu'à 15 pouces 11 lignes; et que dans un autre endroit appelé *Carabourou*, il se soutenait à 21 pouces 2 lignes $\frac{1}{4}$. Par une mesure géométrique, le premier poste est élevé au-dessus du second, de

1208

1208 toises. Maintenant sur la montagne de *Choussaï*, le mercure était à 17 pouces 10 lignes : il s'agit de trouver l'élévation de ce troisième poste au-dessus de *Carabourou*.

Pour cet effet on convertira d'abord en lignes les hauteurs du mercure observées dans ces trois endroits, et l'on aura 191 lignes pour le *Pichincha*, 214½ pour *Choussai*, et 254¾ pour *Carabourou*. On cherchera ensuite dans les tables de *Lalande*, par exemple, les logarithmes de ces trois nombres, qui sont respectivement : 2,28103, 2,33143 et 2,40611. On retranchera de ce dernier chacun des deux autres, et l'on trouvera les deux restes, 12508 et 7469; après quoi l'on fera la proportion : 12508 *est à* 7469 *comme* 1208 toises, hauteur mesurée du *Pichincha* sur *Carabourou*, *est à* 723 toises, élévation de la montagne de Choussaï au-dessus du même endroit. Telle est la hauteur donnée par le baromètre, résultat qui ne diffère pas d'une toise de celui qui a été trouvé par une mesure géométrique.

§ 55. Mais il n'est pas nécessaire d'avoir une hauteur déjà connue : les logarithmes peuvent encore donner directement, et sans aucun secours étranger, les hauteurs des lieux au-dessus d'un niveau convenu. Voici de quelle manière. Les nombres 348, 347, 346, etc. exprimant les hauteurs du baromètre de ligne en ligne, les différences des logarithmes de ces nombres, indiqueront les élévations successives, lorsqu'on saura quelle est l'épaisseur de la première tranche, ou de celle qui répond au premier abaissement d'une ligne. Or, comme on l'a déjà dit, M. *Deluc* a trouvé par expérience qu'à une certaine température, et à partir du niveau de la mer, le baromètre étant à 29 pouces, la première tranche répondant à une ligne de mercure, était de 12½ toises. Mais la différence entre les logarithmes des nombres 348 et 347, étant de 1250, il se trouve justement que cette différence exprime l'épaisseur de cette première tranche, ou la hauteur

de la seconde station au-dessus du niveau de la mer, en *centièmes* de toise : car en séparant les deux derniers chiffres du nombre 1250, on a 12 et 50 centièmes, ou 12 et demi, qui est cette hauteur exprimée en toises. Les différences des logatithmes peuvent donc donner directement les différences des hauteurs. Voici la méthode que l'on suit pour cela.

S'il s'agit de déterminer la hauteur d'une montagne, on place au pied de la montagne ou dans le voisinage, un observateur muni d'un bon baromètre. On s'élève ensuite jusqu'au sommet, portant avec soi un autre baromètre, dont la marche ait été comparée auparavant à celle du premier et bien vérifiée. A une heure convenue, on observe les baromètres dans les deux stations, et l'on note avec soin les hauteurs observées. On réduit ensuite ces hauteurs en lignes: on cherche dans les tables des logarithmes, ceux qui répondent à ces deux nombres de lignes : on les retranche l'un de l'autre ; et si les logarithmes n'ont que cinq chiffres après la virgule, on sépare sur la différence trouvée, le premier chiffre à droite; et l'on a ainsi la hauteur demandée, exprimée en toises et dixièmes de toise. On séparerait deux chiffes sur la droite, si les logarithmes avaient six chiffres après la virgule, et trois s'ils en avaient sept : les chiffres séparés seraient des *centièmes* de toise dans le premier cas, et des *millièmes* dans le second. Telle est en général la méthode pour trouver les hauteurs par le moyen du baromètre : mais il se présente ici quelques observations à faire.

§ 56. 1.° Ce n'est qu'à *une certaine température*, que la première ligne d'abaissement dans le baromètre, répond à une élévation de 12½ toises ; et par conséquent que les différences des logarithmes donnent directement les différences de niveau. M. *Deluc* avait trouvé que cette température était de 16¾ degrés au thermomètre, dit de *Réaumur*, et qu'il serait plus juste d'appeler le thermomètre de M. *Deluc*. Il est

reconnu aujourd'hui, que M. *Deluc* s'est trompé à cet égard; et que cette température est à très-peu près de 12 degrés au même thermomètre. Mais à un degré de chaleur plus grand ou plus petit, l'épaisseur de cette première tranche ne peut plus être la même, et les différences de niveau ne sont plus égales aux différences des logarithmes. Il est évident qu'une augmentation de chaleur en raréfiant l'air, doit donner à cette tranche une hauteur plus grande; et qu'un abaissement de température doit au contraire diminuer cette hauteur. Or, la différence entre le logarithme de 348 et celui de 347, étant toujours de 1250, cette différence aura besoin d'être augmentée ou diminuée de quelque chose, pour donner l'épaisseur de la première tranche, selon que la température sera au-dessus ou au-dessous de 12 degrés. Il en sera de même de toutes les autres différences des logarithmes répondant à d'autres hauteurs du baromètre.

M. *Deluc* établit que pour chaque degré du thermomètre, au-dessus ou au-dessous du terme fixe, il faut augmenter ou diminuer la hauteur donnée par les logarithmes, de la 215.e partie de cette hauteur. Cette correction est plus exactement de $\frac{1}{212}$.e, pour chaque degré, dont la température *moyenne* de l'air diffère du douzième degré de la division de *Réaumur*. On trouve cette température moyenne, en ajoutant ensemble les températures observées aux deux extrémités de la tranche que l'on veut mesurer, et prenant la moitié de cette somme.

2.° Pour que la première tranche atmosphérique, qui doit répondre à une ligne de mercure, ait une épaisseur de 12½ toises, il faut, comme on a dit, que la pression soit de 29 pouces, ou 348 lignes. Sous une pression moindre, cette épaisseur devient plus grande: mais aussi la différence des logarithmes devient proportionnellement plus grande; de sorte que la grandeur de la pression est ici une chose

indifférente ; et les logarithmes donneront toujours par leurs simples différences les véritables hauteurs, lorsque la température moyenne sera de 12 degrés, ou au moyen de la correction ci-dessus, lorsque cette température sera différente.

3.° La chaleur a aussi quelque influence sur la longueur de la colonne mercurielle, contenue dans le baromètre. Le mercure en s'échauffant perd de sa gravité spécifique, et la colonne s'allonge. Le contraire a lieu, lorsqu'il se refroidit. M. *Deluc* a encore trouvé, que du terme de la *glace fondante* à celui de l'*eau bouillante*, une colonne de mercure de 27 pouces s'allongeait de 6 lignes. C'est $\frac{1}{40}$.es de ligne pour chaque degré du thermomètre. Une colonne plus longue ou plus courte, augmenterait proportionnellement plus ou moins. En prenant donc pour température fixe celle de 12 degrés au thermomètre de Réaumur, et pour pression constante celle de 27 pouces, il faudra en observant la hauteur du baromètre à chaque station, ajouter ou retrancher à cette hauteur, autant de fois $\frac{1}{40}$.es de ligne, que la température du baromètre aura de degrés au-dessous, ou au-dessus de la température fixe ; en ayant d'ailleurs égard à la grandeur de la pression. L'exemple suivant servira à éclaircir ce qu'il peut encore y avoir d'obscur ici.

§ 57. Supposons qu'à l'endroit le plus bas, le baromètre se tienne à 28 pouces, et que la température y soit de 17 degrés. Sa hauteur véritable ramenée à 12 degrés, serait donc moindre de $\frac{15}{40}$.es, ou de $\frac{3}{8}$.es de ligne, si la pression s'était trouvée de 27 pouces seulement : mais une colonne de 28 pouces a dû éprouver un allongement plus considérable par le même degré de chaleur. On trouvera cette quantité en multipliant $\frac{3}{8}$.es par $\frac{28}{27}$; ce qui donne ici $\frac{7}{18}$.es, c'est donc de $\frac{7}{18}$.es de ligne, qu'il faut diminuer la hauteur observée au point le plus bas. Si l'on suppose ensuite qu'au point le plus élevé le baromètre se tenait à

21 pouces, et que sa température était de 6 degrés seulement; il faudra augmenter cette hauteur, pour la ramener à la température fixe, de $\frac{18}{40}$.es ou $\frac{9}{20}$.es de ligne, multipliés par $\frac{21}{27}$, ce qui donne $\frac{7}{20}$.es ou un peu plus de $\frac{1}{3}$ de ligne. Les deux hauteurs du baromètre, telles quelles auraient été par la température convenue de 12 degrés, sont donc, l'une de 27 pouces 11 lignes et $\frac{11}{18}$.es, et l'autre de 21 pouces 0 lignes et $\frac{1}{3}$: ou la première de 335 $\frac{11}{18}$.es lignes, et la seconde de 252 $\frac{1}{3}$ lignes. Cherchant les logarithmes de ces deux nombres, on trouve 525836 pour l'un, et 401969 pour l'autre. La différence 123847, donne 1238 toises et 47 centièmes, pour la quantité dont la seconde station est élevée au-dessus de la première, sans égard à la température de l'air. Maintenant si l'on suppose que cette température a été de même dans les deux stations, de 17 degrés, et de 6; on ajoutera ces deux nombres, et prenant la moitié de leur somme, on aura 11 $\frac{1}{2}$ pour la température moyenne de la tranche mesurée. Il faudra donc ôter de la hauteur trouvée, la moitié de la 212.e partie de cette même hauteur; ce qui la réduira à 1235,55 toises. Cet exemple suffit pour faire voir, comment l'on doit se conduire dans tous les cas semblables. (*d*)

(*d*) Les règles à suivre pour avoir les hauteurs au moyen du baromètre, sont renfermées dans la formule suivante, qui est due au célèbre Laplace.

$$x = 18393 \left(1 + \frac{T + t}{500} \right) \log. \left\{ \frac{H}{h + \frac{h(T' - t')}{5412}} \right\}$$

x est la hauteur cherchée; T et t sont les températures de l'air dans les deux stations; T' et t' celles du mercure dans le baromètre; H est la hauteur du baromètre au point le plus bas; h celle observée au point le plus haut. Le nombre 18393 est un nombre constant, qui exprime des *mètres*. Ainsi en faisant usage de cette formule, la hauteur demandée se trouve exprimée en mesures de cette espèce. Les températures sont prises au thermomètre *centigrade*, ou divisé en 100 parties de la glace fondante à l'eau bouillante.

C'est vers le milieu du jour, qu'il faut faire les observations du baromètre, pour déterminer avec plus d'exactitude les hauteurs des montagnes; au lever du soleil, les résultats seraient irrégulièrement trop grands, et le soir ils seraient trop petits.

Telle est la règle générale, et les corrections qu'il faut lui appliquer, pour trouver la hauteur verticale d'une montagne, au moyen du baromètre. On a fait l'application de cette méthode à un assez grand nombre de points, dont on avait mesuré l'élévation par des moyens géométriques; et dans toutes ces applications, l'observation du baromètre a donné à peu de chose près, le même résultat que l'opération géométrique. On peut donc employer avec confiance le baromètre

---

Si l'on veut faire l'application de la formule à l'exemple apporté dans le texte, on trouvera d'abord $T + t = 28\frac{1}{2}$; et par conséquent $18393\left(1 + \frac{T+t}{600}\right) = 19441$. La hauteur H est de 336 lignes, et h de 252. Les températures du mercure ayant été supposées les mêmes que celles de l'air, $T' - t'$ vaut $13\frac{1}{2}$; et $h + \frac{h(T'-t')}{6412} = 252,64$. Si l'on retranche le logarithme de ce dernier nombre du logarithme de 336, on a pour différence 0,12384; et multipliant par le nombre 19441, il vient 2407,57. Telle est la hauteur cherchée, exprimée en mètres. Cela fait en toises 1235,27, comme on l'a trouvé à très-peu de chose près.

La formule rapportée à la toise de France, et aux degrés de Réaumur, est

$$x = 9437\left(1 + \frac{T+t}{424}\right)\log.\left\{\frac{H}{h + \frac{h(T'-t')}{4330}}\right\}$$

La formule ci-dessus a été considérablement perfectionnée par son illustre auteur. Il y a fait entrer en considération les variations de la pesanteur dépendante de la latitude et de l'élévation au-dessus du niveau de la mer. Elle est donc à présent :

$x = 18393^{\text{mtr.}}(1 + 0,002845.\cos.2L)\left(1 + 2\frac{(t+t')}{1000}\right)\left[\left(1 + \frac{x}{a}\right)\log.\frac{h}{h} + \frac{x}{a}.\ 0,868589\right]$, L est la latidude; t et t' sont les températures dans les deux stations; h et h' les hauteurs corrigées du baromètre; a le rayon de la terre exprimé en mètres. On mettra pour x dans le second membre, la hauteur approchée, ou la valeur qu'on obtient en égalant à zéro le premier membre.

à cet usage, pourvu qu'il soit construit avec le soin convenable. Quand il n'est question que de hauteurs médiocres, et d'un à-peu-près, on peut lorsque la température moyenne ne s'éloigne pas beaucoup de 12 degrés, et que la hauteur du mercure au point le plus bas, est aux environs de 27 pouces et trois quarts; compter *treize toises*, pour chaque ligne dont le baromètre est descendu. Si l'on veut plus de précision, on fera usage des logarithmes, et de la correction indiquée.

§ 58. C'est par le moyen du baromètre, et en suivant la même méthode, que l'on trouve l'élévation d'un pays, d'une ville au-dessus du niveau de la mer. Par des observations répétées pendant un temps plus ou moins long, on détermine quelle est la *hauteur moyenne* du baromètre dans ce pays, ou dans cette ville. On sait aussi quelle est sa *hauteur moyenne* au bord de la mer. La différence des logarithmes de ces deux hauteurs exprimées en lignes, donnera la différence de niveau. C'est ainsi qu'on a trouvé que Paris était élevé de 15,9 toises ou 31 mètres, au-dessus de l'Océan; et Lyon de 76 toises ou 148 mètres au-dessus de la Méditéranée. La hauteur moyenne du baromètre au bord de la mer est de 28 *pouces* 2 *lignes* et 2 *dixièmes* (763 millimètres): elle est à Lyon de 27 *pouces* 8 *lignes* et 3 *dixièmes* (748 millimètres); et à Paris de 28 *pouces* 0 *lignes* 8 *dixièmes* (760 millimètres.) (Note 11.e)

CHAPITRE VI.

Des altérations qu'éprouve l'équilibre de l'air par l'inégale température de ses différentes parties.

Lorsqu'on a recherché qu'elles étaient les densités des différentes couches de l'atmosphère, on a supposé tacitement que la température était la même sur toute sa hauteur. Or, c'est ce qui n'est pas. L'observation nous a appris, que la chaleur diminue à mesure qu'on s'élève au-dessus du niveau de la mer; et c'est sans doute pour cette raison, que le sommet des hautes montagnes est dans toutes les saisons, et dans tous les climats, couvert de neiges et de glace. une colonne d'air n'a donc pas la même température sur tous les points de sa hauteur : la chaleur y diminue graduellement de bas en haut, et suivant une loi qui ne nous est pas connue. Mais comme la charge diminue aussi dans le même sens, il suit que dans l'état de repos et d'équilibre, les tranches les plus basses sont aussi toujours celles qui ont le plus de densité, quoiqu'elles soient pénétrées de plus de chaleur. Néanmoins cette inégalité de température doit un peu déranger la loi des densités.

§ 59. Lorsque l'action du soleil, ou le concours de quelque circonstance particulière, vient à dilater les couches inférieures de l'air, de manière à les rendre plus légères que les couches supérieures, alors l'équilibre est rompu : le repos ne peut plus avoir lieu; et l'air plus léger, parce qu'il est plus chaud, s'élève, tandis que l'air plus froid et plus pesant descend vers la terre; comme on a vu dans une expérience rapportée ci-dessus, le vin monter au

travers de l'eau, et l'eau descendre pour prendre la place du vin. On voit un effet semblable, lorsqu'on plonge au milieu de l'eau froide, une fiole de verre mince, pleine d'une eau très-chaude, et qu'on a eu soin de teindre de quelque couleur, pour pouvoir la distinguer de l'eau environnante. On remarque facilement que l'eau chaude monte au travers de l'eau froide, comme plus légère, et qu'elle vient s'établir à la surface du vase, tandis que l'eau froide descend dans la fiole, et vient prendre la place de la première. La transmission de la chaleur ne se fait pas assez promptement dans l'eau, pour établir dans ce fluide une densité uniforme; et les parties dont la température est inégale, demeurent assez long-temps séparées, et sans se mêler intimément.

La même chose a lieu pour l'air : celui qui est chaud se mêle difficilement avec celui qui est froid. Il s'élève au travers de celui-ci, sans lui communiquer beaucoup de sa chaleur; et l'autre descend au travers de l'air chaud, sans s'échauffer sensiblement. Ces mouvemens opposés de l'air arrivent fréquemment dans l'atmosphère : mais nous en sommes tous les jours témoins dans les cheminées de nos appartemens. L'air chaud s'élève continuellement par le tuyau, et l'air froid accourt sans cesse vers le foyer, pénétrant par toutes les ouvertures qu'il peut trouver. Si le tuyau de la cheminée a beaucoup de largeur, et que l'air extérieur ait d'ailleurs un difficile accès dans l'appartement, il s'établit dans ce tuyau un double courant, d'un air chaud, qui monte par le milieu, et d'un air froid qui descend par les côtés. La chaleur détruit donc l'équilibre de l'air, en changeant le rapport des densités de ses différentes couches; le refroidissement produit le même effet en sens contraire.

§ 60. On a su profiter de cette *tendance à monter*, que la chaleur communique à l'air, pour produire divers effets utiles. 1.° On renouvelle l'air dans les lieux bas et fermés, en établissant à leur ouverture supé-

rieure un foyer garni d'un tuyau vertical qui descend jusque vers le fond. On allume du feu dans ce foyer : l'air supérieur s'élève, et celui du tuyau monte pour prendre sa place, tandis que l'air extérieur descend tout autour du tuyau pour remplacer celui-ci.

La chaleur naturelle produite par une réunion de personnes, fait aussi prendre à l'air un mouvement *ascensionnel*. C'est pour cette raison qu'on établit des dômes, des soupiraux, dans les salles où doivent être rassemblées un grand nombre de personnes. Si, dans un lieu pareil, on place à la partie la plus élevée d'une fenêtre, un moulinet, ou une espèce de ventilateur (fig. 46.e), composé de plusieurs plans triangulaires rassemblés en forme de roue, posés obliquement, et en recouvrement les uns sur les autres, et séparés par un petit intervalle, on verra ce ventilateur tourner avec une grande rapidité, lorsque beaucoup de personnes seront réunies dans ce lieu. L'air échauffé, qui s'élève toujours comme plus léger, s'échappera au-dehors par les petits passages existans entre les lames obliques du ventilateur, et lui communiquera ainsi un mouvement de rotation qui agitera l'air intérieur et l'entraînera avec encore plus de facilité. On connaît cette espèce de *tourne-broche* qui se place dans l'intérieur des tuyaux de cheminée, et qu'on appelle *tourne-broche à fumée*. Ce n'est point la fumée qui est la cause de son mouvement, mais l'air échauffé qui se meut de bas en haut avec beaucoup de rapidité.

2.° M. *Montgolfier* a imaginé le premier d'employer la même action du feu sur l'air, pour élever dans l'atmosphère des masses très-pesantes, et fournir à l'homme le moyen d'entreprendre des voyages au travers des airs. Il était connu depuis long-temps que l'air échauffé tend à monter, et qu'il monte en effet lorsqu'il en a la liberté. On savait pareillement que l'effort qu'il fait pour s'élever est d'autant plus

grand, qu'il est plus fortement chauffé. Mais M. Montgolfier apperçut le premier, que si cet air chaud et raréfié par la chaleur, était renfermé dans une enveloppe, cette enveloppe et tout ce qu'on y attacherait, seraient enlevés, pourvu que le poids de tout l'appareil fût inférieur à la force ascensionnelle de cet air. C'est ce qu'il obtint en effet dans ses premiers essais, et ce qu'il exécuta en grand à Lyon en 1785. Mais l'on reviendra par la suite sur cet objet intéressant, et sur cette brillante et fameuse expérience.

3.° M. *Jeandeau*, de Genève, a essayé de tirer un autre parti de la propriété qu'on a reconnue à l'air, de se dilater très-promptement par la chaleur, et de se condenser de même par le froid. Quoique son invention soit moins intimément liée avec notre sujet, et qu'elle n'ait pas eu d'ailleurs le succès qu'elle semblait promettre, je pense néanmoins que c'est ici le lieu d'en dire un mot.

§ 61. La chaleur raréfie l'air; mais la flamme le chasse de tout l'espace qu'elle occupe elle-même. Concevons donc une capacité sphérique, ou à-peu-près (fig. 47.e), portant dans sa partie inférieure un cylindre vertical *cd*, ouvert à ses deux bouts, et plongeant dans l'eau d'une cuve. Qu'un réchaud *e* soit établi au milieu de cette capacité, et que deux ouvertures y soient pratiquées, l'une au sommet en *f*, et l'autre sur le côté en *g*, fermant toutes les deux par des *soupapes* qui s'ouvrent de dedans en dehors. Si les soupapes étant ouvertes, on allume dans le réchaud des matières qui fassent beaucoup de flamme, sur-le-champ l'air dilaté s'échappera, et il ne restera dans l'appareil qu'une partie de celui qui y était d'abord. Supposons maintenant que les soupapes se ferment, la flamme s'éteindra à l'instant; l'air dilaté se condensera en se refroidissant : une injection d'eau froide pourra même accélérer cette condensation. Il se fera donc un vide dans le vase, et l'air extérieur exercera sur toute

la surface du vaisseau un effort, dont l'effet serait d'écraser la machine, si on ne lui donnait pas une solidité suffisante. D'ailleurs, comme la partie inférieure de l'appareil est ouverte, et communique avec l'eau par le moyen du cylindre *cd*, l'eau sera poussée dans le vase par la pression de l'atmosphère, et elle s'y élèvera jusqu'à une hauteur telle, que la réaction de l'air intérieur, plus le poids de la colonne d'eau élevée, soient en équilibre avec la pression de l'air atmosphérique. Si le tuyau n'a pas trop de longueur, le vase recevra lui-même une certaine quantité d'eau qui se répandra dans l'intérieur, et dont le poids s'ajoutera au poids de l'appareil. Le vase *ab* étant donc suspendu à l'extrémité d'un levier *lk*, mobile sur le milieu de sa longueur, il descendra avec toute la force que peut lui communiquer cette augmentation de poids, et il pourra soulever ainsi une masse plus ou moins pesante attachée à l'autre extrémité du levier.

Maintenant, si l'on conçoit que les soupapes s'ouvrent au moment où la machine est arrivée au point le plus bas, l'eau qui était entrée retombera sur-le-champ; l'air remplira de nouveau la capacité du vase, et l'appareil remontera par l'action du contrepoids. Si le mouvement est assez prompt, et qu'il reste dans les matières combustibles assez de chaleur, le feu se rallumera, et les choses recommenceront dans le même ordre. L'on pourra donc, par ce moyen, communiquer à une certaine masse un mouvement alternatif en deux sens opposés. Cette invention de M. *Jeandeau* n'est pourtant encore qu'un essai dont il ne paraît pas qu'on puisse aisément faire quelque application utile. D'autres physiciens ont également cherché à tirer parti de la force que l'air développe au moment où on lui applique un haut degré de chaleur. Leurs tentatives ont été suivies d'un succès, qui a obtenu l'approbation de l'*Institut* de France. Il n'est pas de notre objet d'entrer dans de plus grands détails à cet égard.

CHAPITRE VII.

Des pompes les plus usitées.

§ 62. Les *pompes* sont des machines à élever l'eau. Comme ce fluide est sans cesse nécessaire pour nos besoins, on a imaginé un assez grand nombre de moyens pour le tirer des réservoirs, où il est naturellement contenu, et le porter jusqu'aux lieux où sa présence nous est nécessaire. Ces inventions sont généralement désignées sous le nom de *pompes*. Les pompes, comme machines, semblent d'abord appartenir à l'*hydrodynamique* : mais comme nous les considérons ici principalement sous le rapport de l'équilibre, c'est dans cette première partie qu'elles se trouveront plus naturellement placées.

Il y a plusieurs espèces de pompes : *Pompes élévatoires*, *pompes aspirantes*, *pompes foulantes*, *à double corps*, etc. Nous décrirons ici successivement celles qui nous paraîtront mériter plus d'attention.

Les pompes sont généralement composées, 1.° d'un cylindre creux de métal AB (fig. 48.ᵉ, 50.ᵉ, 55.ᵉ), qu'on appelle le *corps de pompe* ; 2.° d'un bouchon mobile *pq*, appelé le *piston*, qui doit remplir le diamètre intérieur du cylindre, et qui peut en parcourir la longueur ; 3.° de *deux tuyaux*, dont l'un EF établit la communication entre l'eau du réservoir et le corps de pompes, et l'autre GK sert à porter l'eau à sa destination ; 4.° de deux *soupapes*, I, O, qui sont de petites portes s'ouvrant dans un sens, et retombant dans l'autre sens par leur propre poids. Toutes ces pièces ne se trouvent pas dans toute sorte de pompes, et il y a des pompes qui en ont d'autres. On aura

soin de le faire remarquer, à mesure que l'occasion se présentera.

§ 63. 1.° *Pompes élévatoires*. Soit un cylindre ou corps de pompe AB (fig. 48.e) entièrement plongé dans l'eau; et concevons qu'au moyen d'une espèce d'étrier TR, on puisse communiquer au piston pq un mouvement alternatif de haut en bas : si le piston est percé à son centre d'une ouverture garnie d'une soupape I, qui se lève de bas en haut, il est facile de voir qu'au moment où le piston descendra, il passera par cette ouverture une colonne d'eau qui s'élèvera au niveau de celle du réservoir, ou du puits MN, et se mettra ainsi en équilibre avec l'eau environnante. La soupape se fermant ensuite par son propre poids, l'eau qui est au dessus sera soulevée lorsque le piston remontera, et elle passera dans le *tuyau montant* GK, en ouvrant une autre soupape, O, placée à l'origine de ce tuyau : celle-ci permet aussi à l'eau de monter; mais elle s'oppose de même à son retour. En abaissant de nouveau le piston, il passera une seconde colonne d'eau, qui sera ensuite poussée, comme la première, dans le tuyau montant, pendant la levée du piston. Cet effet se répétera durant tout le temps que le piston sera en jeu, et la colonne d'eau élevée augmentera de plus en plus.

Il est visible qu'avec une pompe de cette espèce, on pourra porter l'eau à telle hauteur qu'on voudra : rien ne peut limiter ici cette hauteur, que la force de l'agent qu'on est dans le cas d'employer. En effet, cet agent est évidemment obligé, quand le piston remonte, et que la soupape O est par conséquent ouverte, de soulever toute la colonne d'eau qui est au-dessus de ce piston. Or, les principes établis ci-dessus nous apprennent que, quel que soit le diamètre du tuyau montant, c'est toujours d'après celui du piston qui sert de base à la colonne fluide, et d'après la hauteur verticale de cette colonne, qu'il faut mesurer la charge à soutenir. Si le piston a, par

exemple, 3 pouces (8 centimètres) de diamètre, et que l'eau soit parvenue à 50 pieds (16 ¼ mètres) de hauteur, il faudra que l'agent soit capable de soutenir, ou plutôt de mettre en mouvement une colonne d'eau de 8 centimètres de grosseur, et de 1625 centimètres de hauteur. Or, le centimètre cube d'eau pesant un gramme, le poids de cette colonne est de plus de 81 kilogrammes. Telle est la masse qui, dans ce cas, doit être soutenue. Mais pour la mettre en mouvement et surmonter son *inertie*, ainsi que la résistance du frottement, la force nécessaire devra être beaucoup plus considérable. On ne gagne rien du côté de la force, en faisant le tuyau montant d'un diamètre plus petit que le corps de pompe : mais par ce moyen on diminue beaucoup les frais de construction, et on se procure l'avantage de communiquer à l'eau une plus grande vîtesse; ce qui est utile dans bien des circonstances.

§ 64. Dans les pompes qu'on vient de décrire, l'agent n'a aucun effort à faire quand le piston descend, puisque l'eau supérieure repose alors sur la soupape O, qui est fermée pendant ce temps-là, et que la pression de l'eau environnante soulève toute seule la soupape I, pour faire passer l'eau dans le corps de pompe. Le jeu de la pompe élévatoire est donc partagé en deux temps, l'un pendant lequel l'eau est soulevée, et l'agent obligé à un effort plus ou moins grand, et l'autre pendant lequel il se repose, pour ainsi dire, et où l'eau reste sans mouvement. Le *service* de cette pompe est donc aussi *alternatif*, et elle ne peut fournir de l'eau que par *intermittence*.

Pour obtenir un *produit continu* avec cette pompe, comme avec les autres, on a eu recours à un artifice fort ingénieux, et qui paraît dû à M. *Belidor*. Au lieu de faire passer l'eau de suite dans le tuyau montant, on la fait arriver d'abord dans une capacité *ab* (fig. 49.ᵉ) pleine d'air, et traversée dans sa partie supérieure par ce tuyau, qui saille en dedans d'une

certaine quantité, comme on le voit dans la figure. L'air de ce réservoir n'a plus aucune communication avec l'air extérieur, sitôt que l'eau a atteint le bout inférieur de ce tuyau : mais à mesure que la quantité d'eau augmente dans ce réservoir, l'air qui est au-dessus se trouve comprimé de plus en plus ; et enfin la force de son ressort devient capable de pousser l'eau dans le tuyau montant. Cette force élastique ne se déploie que successivement ; et pendant que l'agent se repose, et que le piston descend, elle continue de pousser l'eau et de la faire sortir par l'extrémité supérieure du tuyau. Ce mécanisme, comme il est évident, ne peut augmenter le produit de la pompe : il ne fait que répandre sur un temps plus long la sortie de la même quantité d'eau ; mais il sert à rendre égal et continu un écoulement qui, sans cela, aurait été inégal et intermittent. La capacité *ab*, où l'air se trouve emprisonné, s'appelle un *réservoir d'air*. On l'a appliqué à presque toutes les pompes.

Les pompes élévatoires, telles qu'on vient de les décrire, sont d'une assez grande simplicité ; et il est facile de voir, d'après leur construction, qu'elles ne peuvent jamais manquer leur effet. Mais il n'est pas toujours possible de placer le corps de pompe dans l'eau même du puits : la plupart du temps il doit être placé à quelque hauteur au-dessus ; et alors la pompe ne peut plus être simplement élévatoire, et elle ne peut le devenir, que lorsque l'eau est parvenue jusqu'au piston. Voyons comment on peut l'élever jusque là.

§ 65. 2.° *Pompes aspirantes.* Soit encore un corps de pompe AB (fig. 50.e) placé à quelque hauteur au-dessus d'un puits CD, avec lequel il communique au moyen d'un *tuyau descendant* EF. Le tuyau est garni d'une soupape I, et le piston est encore percé, suivant sa longueur, d'une ouverture qui se ferme également par une soupape O. La première chose à faire dans une pompe ainsi placée, c'est de faire parvenir l'eau jusqu'à

jusqu'à la base du piston. Pour obtenir cet effet, on a imaginé de se servir du poids de l'atmosphère, et de chasser l'air qui est au-dessous du piston et qui remplit le tuyau EF, par des *raréfactions* et des *condensations* alternatives ; et voici de quelle manière.

Supposons d'abord que le piston soit placé en F (fig. 51.e) auprès de la surface de l'eau, et qu'il soit tiré de bas en haut, suivant FE ; il est certain que l'eau le suivra et s'élèvera avec lui de plus en plus, sans l'abandonner, pourvu que son élévation n'excède pas 10 ou 11 mètres, suivant l'état de l'atmosphère. C'est la pression de l'air qui pousse l'eau à la suite du piston. Toutes les colonnes de liqueur que l'on peut concevoir dans le puits CD, sont toutes chargées du poids d'une colonne d'air équivalente à 11 mètres d'eau : celle-là seule qui répond à l'ouverture inférieure du tuyau, se trouve déchargée de cette pression, lorsque le piston se meut de bas en haut. Elle doit donc s'élever pour l'équilibre ; et l'on voit en même temps qu'elle ne doit s'arrêter qu'à une hauteur de 32 pieds environ, ou près de 11 mètres.

A mesure que l'eau monte dans ce tuyau, l'effort qu'il faut employer pour faire marcher le piston augmente de plus en plus. Dans le commencement, l'on n'a à vaincre que la résistance qui vient du frottement : l'air qui pèse au-dessus du piston, est contrebalancé par celui qui presse la surface de l'eau. Mais à proportion que la force de celui-ci s'emploie à soutenir une colonne d'eau plus longue, le poids ou la pression du premier se fait sentir davantage sur la tête du piston ; au point que si la hauteur de l'eau était de 11 mètres, alors, pour élever davantage le piston, il faudrait surmonter tout le poids de l'air supérieur, ou, ce qui est la même chose, celui d'une colonne d'eau de 11 mètres de longueur.

Dans la supposition qu'on vient de faire, l'eau arriverait de suite et par un seul coup de piston, à la

hauteur demandée, pourvu qu'elle fût moindre que 11 mètres. Mais les choses ne peuvent pas être ainsi : il serait trop difficile d'avoir un cylindre d'une suffisante longueur : on ne peut pas donner au piston une marche aussi étendue. Ce n'est donc que peu à peu, et successivement, que l'on peut faire arriver l'eau à la hauteur requise.

§ 66. Supposons donc toujours le piston au point le plus bas de sa marche, en A, par exemple (fig. 50.e), et élevé de trois ou quatre mètres au-dessus de l'eau, ayant au-dessous de lui un tuyau EF de cette longueur, rempli d'un air qu'il faut chasser, et qui est en équilibre avec l'air extérieur. Si l'on vient à élever le piston de A en B, l'air inférieur se répandant aussitôt dans un espace plus grand que celui qu'il occupait, perdra de sa densité, et par conséquent de sa force. La colonne d'eau qui répond à l'orifice du tuyau, moins chargée que les autres, s'élèvera et passera dans ce tuyau, en soulevant la soupape I, que je suppose placée à son entrée ; et elle y montera à une hauteur telle que son poids, joint à la force élastique de l'air compris entre l'eau et le piston, fasse équilibre à la pression atmosphérique. Cette élévation de l'eau dans le tuyau resserrera d'abord l'espace où l'air s'était étendu ; mais le piston, en descendant jusqu'en A, le diminuera encore bien davantage, vu que l'eau élevée ne peut plus rentrer dans le puits, la soupape étant retombée de suite par son propre poids. Cet air, réduit ainsi à un moindre volume, et devenu plus dense que l'air atmosphérique, se trouvera avoir une force suffisante pour soulever la soupape O placée au centre du piston, et une partie de cet air s'échappera au dehors : l'air restant rentrera en équilibre avec l'atmosphère, et reviendra ainsi à sa première densité.

Le premier coup de piston aura donc chassé une partie de l'air, et élevé une colonne d'eau d'une certaine longueur. En remontant le piston une seconde

fois, l'air resté se dilatera de nouveau : une nouvelle quantité d'eau entrera dans le tuyau ; et lorsque le piston descendra, une seconde portion d'air s'échappera dans l'atmosphère. Le même effet se répétant à chaque fois, l'air qui remplissait l'espace EF se trouvera totalement chassé, et l'eau arrivera jusque dans l'intérieur du corps de pompe. Alors les choses se trouveront dans le même cas que précédemment ; c'est-à-dire que lorsque le piston descendra, l'eau passera au travers en ouvrant la soupape O, et viendra s'établir au-dessus ; et quand le piston remontera, il soulèvera l'eau qui aura passé, en même temps que celle qui est dans le puits entrera dans le tuyau par la soupape I. La pompe deviendra donc *élévatoire :* auparavant elle était *aspirante.* Lorsque l'eau est élevée, comme on vient de l'expliquer, on dit qu'elle est élevée par *aspiration.*

Le temps nécessaire pour faire arriver l'eau jusqu'au corps de pompe dépend, 1.° de la distance de ce corps de pompe à la surface de l'eau du puits : plus cette distance est grande, plus il faut de temps à l'eau pour la franchir ; 2.° de la capacité du tuyau d'aspiration : plus il contiendra d'air, plus il sera difficile de l'évacuer entièrement ; 3.° de l'espace que le piston parcourt dans sa marche : plus il fera de chemin en montant ou en descendant, plus l'air qui est au-dessous éprouvera de variation dans sa densité, et plutôt aussi il sera chassé au dehors et remplacé par l'eau. Toutes ces considérations sont importantes, lorsqu'on veut établir une pompe aspirante.

§ 67. Il peut arriver dans une pompe aspirante, que l'eau s'arrête quelque part dans le tuyau EF, et qu'elle refuse absolument de monter plus haut. On conçoit en effet que lorsque l'air intérieur restant ne peut pas, par l'abaissement du piston, acquérir une densité plus grande que celle de l'air extérieur, alors le premier ne peut plus sortir, et la pompe ne saurait

produire son effet : mais cela n'arrive que lorsqu'elle a été mal construite, et que les parties en ont été mal proportionnées.

On peut trouver une règle au moyen de laquelle la capacité du tuyau d'aspiration, le jeu du piston, et sa distance au niveau du puits étant donnés, on puisse juger si la pompe fera ou ne fera pas son effet. *Bézout* qui a traité cette question, a trouvé qu'en supposant la pompe et le tuyau d'aspiration de même grosseur, *si le carré de la moitié de la plus grande hauteur du piston au-dessus du niveau, exprimée en mètres, est plus grand que* 11 *fois le jeu du piston*, il y a deux points où l'eau peut s'arrèter. Dans le cas contraire, l'eau ne peut jamais cesser de monter à chaque coup de piston, jusqu'à ce qu'elle soit arrivée dans le corps de pompe (*e*). (Note 12.e)

Lorsqu'une pompe a le défaut dont il est ici question, et que l'eau s'arrête dans son ascension, il faut ou augmenter la marche du piston, ou diminuer le diamètre du tuyau d'aspiration, ou placer le corps de pompe plus près de la surface de l'eau. Mais un moyen plus simple et plus sûr encore, consiste à placer la soupape I, non au niveau de l'eau, mais à la jonction du tuyau descendant avec le corps de pompe. Par-là il n'y aura que la portion d'air qui

---

(*e*) Soit h' l'intervalle, supposé d'un diamètre égal, entre le niveau du puits, et la base du piston, lorsqu'il est le plus élevé ; x celui qui reste entre le sommet de la colonne élevée, et le piston dans le même cas ; b le jeu du piston. $x-b$ sera l'intervalle restant, quand le piston est au plus bas. La force élastique de l'air étant h, cette force, quand le piston est au plus haut, sera $\frac{(x-b)h}{x}$. La hauteur de la colonne d'eau élevée étant $h'-x$, on aura pour l'équilibre : $\frac{(x-b)h}{x}+h'-x=h$. D'où $x^2-h'x=-bh$; et $x=\frac{1}{2}h' \pm \sqrt{\frac{1}{4}h'^2-bh}$: formule qui renferme le résultat énoncé dans le texte. Les hauteurs doivent être exprimées en même unités que le jeu du piston.

a passé dans ce corps de pompe, qui soit condensée par l'abaissement du piston ; et elle le sera toujours assez, si le piston descend jusqu'à la soupape, pour s'échapper dans l'atmosphère. Quant à l'air qui est au-dessous de cette soupape, il conservera le degré de raréfaction que la levée du piston lui a fait prendre ; et l'eau qui a passé dans le tuyau y demeurera, soutenue par la même force qui l'a élevée au-dessus de son niveau. Au reste, cette pompe, supposée défectueuse, pourrait encore servir telle qu'elle est, en commençant par remplir d'eau le tuyau d'aspiration, et se débarrassant ainsi de l'air qui s'oppose à l'élévation de l'eau.

§ 68. Le *produit* de la pompe aspirante se mesure, de même que celui de la pompe élévatoire, par l'*aire* de la base du piston, l'espace qu'il parcourt dans l'un de ses mouvemens, et le nombre de coups qu'il frappe dans un temps connu. Il est évident qu'avec ces trois choses on déterminera toujours aisément la quantité d'eau que la pompe peut fournir. Le service de la pompe aspirante est également *intermittent*, lorsqu'on n'y joint pas un réservoir d'air. L'effort de la puissance s'évalue aussi de la même manière, avec cette différence, que lorsque le piston monte, elle est obligée de soutenir non-seulement le poids de l'eau qui est au-dessus de ce piston, mais encore le poids de celle qui est au-dessous, jusqu'au niveau du puits. En effet, cette dernière colonne est soutenue par la pression de l'atmosphère, dans le moment qu'on lève le piston, puisque la soupape inférieure est ouverte pendant ce temps-là : or, cette portion de sa force que l'air emploie pour cet effet, doit s'ajouter au poids de la colonne supérieure ; car il ne peut plus alors faire équilibre qu'à une partie de la pression qui s'exerce sur la tête du piston. Ainsi, la charge de la puissance est toujours égale *au poids total de la colonne d'eau, prise depuis le niveau du puits, jusqu'à son extrémité supérieure.*

§ 69. On a observé que le corps de pompe ne pouvait pas être placé à plus de 11 mètres au-dessus du réservoir. La raison en est que l'eau devant s'élever dans le tuyau d'aspiration par la seule pression de l'air atmosphérique, et cette pression n'étant guère équivalente qu'à une colonne d'eau de cette hauteur, on ne peut pas prétendre que cette cause puisse porter l'eau à une hauteur plus grande. La distance du corps de pompe au réservoir doit même être presque toujours au-dessous de cette limite, parce que la pression de l'air est sujette à varier, et qu'elle est d'ailleurs plus petite, à proportion qu'on est plus élevé au-dessus du niveau de la mer. Au reste, la moindre hauteur du baromètre dans un lieu donné, fait toujours connaître quelle est la plus grande distance verticale, que l'on peut mettre entre la base du corps de pompe et le niveau du puits. Mais il convient que cette distance soit la moindre possible, tant pour assurer le succès de la pompe, que dans la crainte que l'air venant à s'insinuer par quelques gerçures dans le tuyau d'aspiration, elle ne se trouve, par cet accident, tout-à-fait hors de service.

§ 70. Quoique la pression de l'atmosphère ne puisse soutenir qu'une colonne d'eau *continue* de 11 mètres de hauteur, néanmoins cette pression peut porter à une hauteur beaucoup plus grande quelques portions successives de ce fluide. On raconte qu'un ferblantier de *Séville*, ignorant quelle était l'influence de l'air atmosphérique dans les pompes aspirantes, avait construit une pompe de cette espèce, au moyen de laquelle il prétendait élever l'eau par aspiration, jusqu'à une hauteur de 18 mètres. Dépité de voir qu'il ne pouvait en venir à bout, et que tous ses efforts étaient inutiles, il lança avec force son marteau, qui alla par hasard frapper le tuyau d'aspiration, et y fit un trou. Mais voilà qu'à l'instant même, l'eau arriva à la hauteur désirée de 18 mètres, et où, jusque-là, il l'avait attendue vainement. Ce singulier résultat se répandit

bien vîte ; et l'on fut d'abord fort surpris de voir l'eau parvenir, par la seule pression de l'atmosphère, à une hauteur de 18 mètres. Mais en y réfléchissant un peu, on apperçut bientôt la cause de ce phénomène, et l'on reconnut qu'il n'était nullement en opposition avec les principes de l'hydrostatique.

Supposons en effet que l'eau fût parvenue à 11 mètres dans le tuyau d'aspiration (fig. 52.e), et que le trou fait accidentellement à ce tuyau se soit trouvé placé à trois mètres au-dessus du niveau. A l'instant où l'air a pu s'introduire par cette ouverture, l'eau qui était au-dessous, a dû se précipiter dans le puits, et il n'est resté au-dessus qu'une colonne de 8 mètres. Mais comme la puissance de l'air est équivalente à 11 mètres d'eau, cette colonne de 8 mètres n'a pas pu faire équilibre à cette force : l'action de l'air a donc été supérieure, et elle a poussé l'eau subitement jusqu'à l'extrémité du tuyau. Ce n'est même pas à la hauteur de 18 mètres que cette colonne se serait arrêtée, si le tuyau eût eu plus de longueur : dans ce cas, comme il est facile de le comprendre, l'eau serait parvenue jusqu'à la hauteur où la pression de l'atmosphère ne peut plus soutenir que 8 mètres d'eau, c'est-à-dire, jusqu'à plus de 4000 mètres. Ceci, au reste, peut aisément se prouver au moyen de l'expérience suivante.

Expérience. Prenez un tuyau de verre (fig. 53.e) de 80 centimètres environ de longueur, scellé par un bout, et portant sur le côté une petite ouverture *a*, qui doit être bouchée exactement avec un morceau de vessie. Remplissez le tuyau de mercure, et renversez-le dans une cuvette contenant aussi du mercure, comme pour l'expérience de *Toricelli* : la partie supérieure du tube se videra, et le fluide se soutiendra à la hauteur ordinaire de 73 à 76 centimètres. Mais si vous percez la vessie qui bouche l'ouverture latérale, à l'instant le mercure qui est au-dessous du trou, tombera dans la cuvette, et celui qui est au-dessus

sera poussé avec force de bas en haut contre la voûte du tube, et il pourra même arriver qu'il la brise. Cet effet est dû évidemment à la force prépondérante de l'air atmosphérique, qui, n'ayant à soutenir qu'une colonne trop courte pour lui faire équilibre, la soulève avec plus ou moins de facilité, et la porterait jusqu'à la hauteur où cet équilibre pourrait exister. Remarquez que pour le succès de l'expérience, il convient que le diamètre intérieur du tuyau ne soit pas trop grand, et sur-tout que l'entrée de l'air soit aussi prompte et aussi brusque qu'il est possible.

Maintenant, pour en revenir à la pompe de *Séville*, si à l'endroit où le trou avait été fait, on eût ajusté un bout de tuyau garni d'un robinet; et qu'après avoir fait monter l'eau par aspiration jusqu'à 11 mètres, on eût ouvert le robinet: sur-le-champ la colonne fluide se serait divisée en deux, une partie serait retombée dans le puits, et l'autre serait parvenue à 18 mètres de hauteur. Ensuite fermant le robinet, on aurait recommencé à pomper pour amener encore l'eau à 11 mètres; et ouvrant de nouveau le robinet, une nouvelle quantité d'eau serait encore parvenue à la hauteur demandée, et ainsi de suite. L'on aurait donc pu avoir l'eau à cette hauteur de 18 mètres, par le moyen d'une pompe aspirante: mais le produit eût été interrompu par de longs intervalles de temps: on aurait eu alternativement un peu d'eau et beaucoup d'air; et de plus, il aurait fallu un mécanisme particulier pour ouvrir et fermer le robinet à propos.

Expérience. Pour imiter l'effet de la pompe de Séville, on a imaginé l'appareil suivant. AB (fig. 54.e) est un tuyau de verre surmonté d'un globe de même matière: la partie inférieure du tuyau est recourbée, et se termine par un *ajutage* fort délié CD. Cet ajutage est lui-même renfermé dans un autre globe de verre, qui porte dans sa partie supérieure un tuyau de petit diamètre EFG, lequel monte en serpentant

et formant divers replis, et s'élève au-dessus du globe supérieur, où il vient enfin se terminer. On introduit de l'eau colorée dans cet appareil par l'ouverture H; et comme le globe LK est soudé en C avec l'ajutage CD, l'eau se rend par le tuyau AB dans le globe MN. Lorsque celui-ci, et une partie du tuyau sont pleins, on renverse le tout, et l'on bouche l'ouverture H; l'eau jaillit alors par l'ajutage CD, et retombe dans le globe LK: mais le jet parvenant jusqu'à l'entrée du tuyau EFG, et l'air du globe LK qui est chassé par l'eau, étant obligé d'enfiler ce même tuyau pour se rendre dans le globe supérieur qui se vide, il arrive que cet air emporte avec lui quelques parcelles d'eau qui interrompent sa continuité, et parviennent aussi dans le globe MN. Le mouvement de toutes ces petites gouttes d'eau, qui serpentent et circulent rapidement dans le tuyau EFG, offre aux yeux un spectacle amusant et curieux. Cependant le globe inférieur se remplit, et l'effet cesse lorsque l'eau a atteint l'entrée du tuyau ascendant. On voit dans cette petite machine de physique, à laquelle on a donné le nom de *fontaine de circulation*, l'eau s'élever au-dessus de sa source en M, mais par le moyen d'une colonne *mixte*, composée d'eau et d'air.

§ 71. 3.° *Pompes foulantes*. Dans l'espèce de pompe dont il est ici question, et qu'on voit dans la fig. 55.e, le piston *pq* n'est point percé à son centre, comme dans les précédentes : mais il est entièrement *solide*, et ne doit point livrer passage à l'eau. Un tuyau GK, fixé latéralement vers la partie inférieure du corps de pompe, s'élève verticalement, et sert à porter l'eau à sa destination. Une soupape O est placée à la naissance de ce tuyau, et permet à l'eau d'y pénétrer, en lui interdisant le retour. Si la pompe est placée dans l'eau même du puits, le fluide entre dans le corps de pompe au moment où l'on lève le piston; et ne pouvant refluer dans le puits à cause de la soupape I qui est au-dessous, il est forcé, lorsque

le piston descend, de passer dans le tuyau GK, et de s'y élever de plus en plus, à mesure qu'on réitère les coups de piston. L'eau est donc poussée ou *foulée*, comme on dit, à chaque fois que le piston descend ; et ce qui la force de s'élever, c'est la pression qu'elle éprouve dans cette manière d'agir.

Si le corps de pompe est placé à quelque hauteur au-dessus du puits, alors la pompe doit commencer par aspirer : elle ne peut devenir foulante, que lorsque l'eau est arrivée à la base du piston. Par conséquent on doit lui appliquer dans ce cas tout ce qui a été dit de la pompe aspirante ; c'est à-dire, que la distance du corps de pompe au niveau du puits doit toujours être moindre que 11 mètres, et que le jeu du piston, et la capacité du tuyau d'aspiration doivent être réglés de manière, que l'eau puisse toujours arriver jusqu'au corps de pompe, et dans le moindre temps possible.

Dans la pompe élévatoire, l'eau ne monte que pendant la *levée* du piston : dans la pompe foulante, c'est pendant la *baisse* du piston que l'eau s'élève. Il y a donc encore ici pour la puissance, action et repos alternativement. Cependant quand le corps de pompe est à quelque distance du niveau, la puissance agit continuellement. En effet lorsque le piston monte, la soupape I du tuyau d'aspiration s'ouvre, et l'eau suit le mouvement du piston. Cette eau est soutenue alors par la pression atmosphérique : c'est donc à cette pression, que la puissance doit faire équilibre, pendant ce temps-là ; ou si l'on veut, elle est obligée de soutenir alors le poids de toute la colonne, qui est au-dessous du piston. Lorsqu'au contraire celui-ci descend, c'est la colonne qui est dans le tuyau montant, que la puissance est chargée de soutenir et de mouvoir. L'effort de la puissance est donc partagé en deux temps ; tandis que dans les autres pompes dont on a parlé, l'effort se fait tout-à-la-fois.

Il ne peut y avoir dans la pompe foulante, comme dans la pompe élévatoire, d'autre limite pour la hauteur où l'eau peut parvenir, que la grandeur de l'effort dont est capable l'agent que l'on emploie. Il est clair que cet agent doit à chaque instant être en état de mettre en mouvement une colonne d'eau, de même diamètre que le piston, et d'une hauteur égale à l'intervalle compris entre la base de ce piston et le sommet de la colonne.

Il est facile, comme on a dit, d'avoir le produit d'une pompe, dont le diamètre, la marche et la vîtesse du piston sont connus. Si l'on suppose, par exemple, que le diamètre du piston soit de 11 centimètres ou 4 pouces, la marche de 44 centimètres ou 16 pouces, et qu'il monte et descende en 2 secondes de temps : la pompe fournira par seconde, un cylindre d'eau de 11 centimètres de grosseur sur 22 de hauteur, ce qui fait 2090 centimètres cubes, ou 100 pouces cubes et demi, dont le poids est égal à 2 kilogrammes et près d'un *dixième*, ou un peu plus de 4 livres : c'est encore un peu plus de *deux pintes* par seconde.

Si l'on veut connaître la vîtesse de l'eau sortante, la chose sera facile, pourvu qu'on ait le diamètre du tuyau à son extrémité supérieure. Supposons ce diamètre *quatre fois* plus petit que celui du piston; l'*aire* de l'orifice sera donc 16 fois moindre que la base de ce piston, et comme celui ci parcourt 44 centimètres, la colonne d'eau qui sortira dans *deux secondes* de temps, aura 704 centimètres de longueur. L'eau sera donc lancée avec une vîtesse de 352 centimètres par seconde. Il est aisé de faire les mêmes calculs sur telles données qu'on voudra.

CHAPITRE VIII.

De quelques autres espèces de pompes.

Les pompes qu'on vient de décrire, sont les machines les plus usitées pour élever l'eau, qui doit servir à nos besoins journaliers. Afin d'en rendre le service plus facile et plus avantageux, on s'est attaché à perfectionner ces machines par différentes inventions, qui n'ont pas toutes été également heureuses, et qu'il faut néanmoins que nous fassions connaître ici, avec celles qui ont mérité d'être adoptées; parce qu'elles renferment des idées, qui peuvent être utiles dans quelques circonstances.

§ 72. 1.° Le produit d'une pompe est naturellement intermittent : on l'a rendu continuel par le moyen d'une *chambre d'air*. Mais la quantité d'eau fournie n'est pas pour cela plus considérable; et comme *la dépense* est distribuée sur un temps double, la vîtesse de l'eau à sa sortie se trouve diminuée dans le même rapport. Or, il importe quelquefois que ce fluide soit poussé avec toute la force, que l'agent peut lui communiquer. Pour obtenir donc un produit plus abondant, et poussé avec plus de vîtesse, on a imaginé d'assembler deux corps de pompe, et de les disposer de manière qu'une de ces pompes fût toujours agissante, pendant que l'autre était dans l'inaction. L'un des pistons descend donc, tandis que l'autre monte : ce qui donne bien à la puissance une peine double, mais qui fournit aussi une double quantité d'eau dans le même temps. L'eau sans cesse foulée ou élevée par les deux pompes, se réunit dans un même tuyau montant; de façon que le jet est à-peu-près sans interruption, et que l'eau a toute la vîtesse que la puissance peut lui imprimer. J'ai dit *à-peu-près*, parce qu'il y a

toujours un petit intervalle de temps perdu, quand le mouvoment change de direction : mais l'on peut rendre nulle cette petite interruption, par le moyen d'un réservoir d'air. Cette espèce de pompe, qui s'appelle *pompe à double corps*, ou *pompe à incendies*, se voit dans la figure 56.ᵉ Elle est principalement employée dans les incendies, circonstance où il faut beaucoup d'eau, et où il est fort important que le jet soit non interrompu, et lancé avec force. Les pompes établies dans les villes pour les besoins des habitans, sont aussi généralement des pompes à deux corps.

§ 73. L'on pourrait obtenir la même continuité et la même abondance, avec un seul corps de pompe; et voici de qu'elle manière. Le cylindre AB (fig. 57.ᵉ) est fermé à ses deux bouts, et communique avec l'eau du puits par deux tuyaux, dont l'un CD s'ouvre dans la partie inférieure du cylindre, au-dessous du piston P; et l'autre EF est adapté à la partie supérieure, au-dessus du même piston. Ces tuyaux sont garnis chacun d'une soupape, l'une placée en C, et l'autre en E. Deux autres tuyaux GH, IK, qui se réunissent ensuite en un seul, s'élèvent l'un du bas, et l'autre du haut du cylindre, et ils sont pareillement garnis d'une soupape, dans leur jonction avec le corps de pompe.

D'après cette disposition, on voit que, si en élevant le piston, on raréfie l'air qui est au-dessous, et qui remplit le tuyau CD, de même lorsque le piston descend, l'air qui est au-dessus et dans le tuyau EF, se raréfie à son tour; d'où il suit que le mouvement alternatif du piston, fait monter l'eau successivement dans l'un et l'autre tuyau, et que la pompe *doublement aspirante*, ne cesse jamais de travailler utilement. Lorsque l'eau est parvenue dans le corps de pompe, alors elle passe sans interruption dans le tuyau montant, parce qu'elle est continuellement, ou foulée quand le piston descend, ou élevée quand il remonte. Il n'y a donc ici point de perte de temps :

la puissance agit sans relache, et la pompe qui devient à-la-fois élévatoire et foulante, produit autant d'effet qu'une pompe double. Mais la difficulté de fermer assez bien la partie supérieure du cylindre, en même temps qu'il faut laisser à la tige du piston qui la traverse, un jeu libre et facile, est cause que cette espèce de pompe n'est pas usitée, et qu'on lui préfère les pompes à deux corps.

§ 74. 2.° Dans toutes les pompes qu'on a décrites, le piston éprouve contre les parois du cylindre dans lequel il se meut, un frottement considérable et nécessaire : car il faut empêcher que l'air ni l'eau, ne puissent passer entre le piston et le corps de pompe. Une partie de la puissance est donc employée à vaincre cette résistance, et se trouve par conséquent perdue pour *l'effet utile*. Deux prêtres, enfermés, dit-on, dans une prison d'état, pour des querelles de religion, occupèrent leurs loisirs à chercher quelque moyen propre à diminuer cette perte de force, et à la rendre à-peu-près nulle. Ils imaginèrent de supprimer le piston, et le remplacèrent par un *diaphragme* de cuir, qui divisait le corps de pompe en deux parties égales suivant sa hauteur : voyez la fig. 58.° Ce diaphragme CD, placé horizontalement, est arrêté fixément entre les deux moitiés du cylindre ; et forme dans l'intérieur une espèce de poche, qui peut devenir alternativement *concave* et *convexe*, et augmenter ainsi, ou diminuer la capacité de chacune des moitiés du cylindre. Le corps de pompe AB, communique avec le puits MN par un tuyau d'aspiration EF, garni d'une soupape O, et le diaphragme CD porte à son milieu une ouverture qui se ferme aussi par une soupape I. Au dessus du corps de pompe est un tuyau GK par lequel l'eau doit être élevée et portée à sa destination. Ce n'est donc, comme on voit, qu'une pompe aspirante élévatoire, qui ne diffère des autres que par la pièce CD qui tient lieu du piston. En effet, en faisant jouer le dia-

phragme, l'élevant et l'abaissant alternativement, au moyen de la tige LQ, on doit raréfier et condenser successivement l'air inférieur, le chasser enfin, et faire élever l'eau jusqu'à l'ouverture I. Parvenue là, l'eau passera au travers, et montera dans le tuyau GK, tout comme dans les autres pompes élévatoires. Cette invention, à laquelle on a donné le nom de *pompe des prêtres*, à cause de la qualité des inventeurs, semble d'abord avantageuse : nul frottement ne nuit ici à l'action de la puissance; mais elle est sujette à un inconvénient majeur; c'est la lenteur de son service. Le diaphragme ne pouvant avoir qu'un jeu très-borné, et bien moins étendu que celui d'un piston, l'air qui remplit le tuyau d'aspiration, et la partie inférieure du cylindre, ne peut être chassé qu'au bout d'un temps assez long; et l'eau ne parvient ainsi que fort tard et en petite quantité, au lieu où on veut la recevoir.

§ 75. 3.° La pompe de *Milan*, dont l'invention est due au chevalier *Lita*, est encore à-peu-près exempte de frottement : mais son service est aussi prompt, et son produit aussi abondant que celui d'aucune autre pompe. Voici quelle est sa construction. Une *demi-sphère* ou *demi-boule* creuse, de plomb, forme le corps de pompe. Cette demi-sphère CDE (fig. 59.[e]) est logée dans un cylindre de cuivre AB, de manière que sa convexité est tournée en bas. Un axe horizontal traverse par le centre le cercle supérieur qui sert de base à l'*hémisphère*. Cet axe porte deux plans ou *palettes* GK demi-circulaires, placées perpendiculairement l'une à l'autre, et dont les bords doivent raser exactement la surface intérieure de la demi-sphère. Au moyen d'un levier ou d'une manivelle, l'axe prend un mouvement alternatif, par lequel chaque palette passe de la position horizontale à la position verticale, et réciproquement. Enfin, le fond de la demi-sphère est ouvert d'une fente assez large, par laquelle l'eau du puits pénètre dans l'intérieur,

ou directement, ou par le moyen d'un tuyau d'aspiration. Tel est le corps de pompe. Il est fermé supérieurement par deux larges soupapes L, N, faites en demi-cercle, et par une calotte sphérique O P, du milieu de laquelle s'élève le tuyau montant Q R.

Cette description bien entendue, on voit qu'en faisant mouvoir les palettes, l'air contenu dans l'hémisphère, ainsi que celui du tuyau d'aspiration, doit être bientôt chassé au dehors, en soulevant les soupapes L, N; et que l'eau ensuite, passant de même au-dessus de ces soupapes, doit monter sans relâche par le tuyau Q R. La pompe est donc alors élévatoire, et son service est continu. Néanmoins, pour lui donner une continuité plus parfaite, on fait pénétrer le tuyau montant dans la capacité OP; ce qui en fait une *chambre d'air*, et rend le jet tout-à-fait sans interruption.

Cette espèce de pompe présente plusieurs avantages. 1.° La largeur des soupapes, fait que l'eau, à son passage, n'éprouve ni retard, ni augmentation dans sa vîtesse: ce qui a toujours lieu dans les autres pompes, et qui absorbe une partie de la puissance en pure perte; 2.° le frottement y est fort peu de chose, du moins lorsque les *ailes mobiles* ont été bien ajustées sur la concavité de la sphère. C'est là la condition la plus difficile à remplir : l'on pourrait, au moyen d'un cuir, obtenir une application plus exacte; ce qui, à la vérité, rendrait le frottement plus considérable, mais toujours moindre que celui d'un piston contre les parois d'un cylindre. Si la pompe est placée dans l'eau, cette grande justesse est moins nécessaire; 3.° le produit de cette pompe équivaut à celui d'une pompe double, parce qu'à raison de ses deux palettes, elle est continuellement agissante. Malgré ces avantages, cette pompe est peu répandue, à cause peut-être des difficultés de sa construction. Elle a été cependant exécutée en quelques endroits avec succès.

CHAPITRE

CHAPITRE IX.

Autres Machines à élever l'eau.

OUTRE les pompes qu'on vient de décrire, et dont on a expliqué les effets, il y a encore beaucoup d'autres inventions propres à élever l'eau, et dont nous nous contenterons de faire connaître ici les principales.

§ 76. 1.° Soit un tuyau cylindriqué (fig. 60.e) ouvert des deux côtés, et garni d'une soupape A sur quelque point de sa hauteur. Si l'on plonge ce tuyau dans l'eau par son extrémité inférieure, et qu'on le secoue dans le sens vertical, sans le faire sortir de l'eau, on verra ce fluide s'élever assez promptement dans le tube, et couler par son extrémité supérieure. C'est donc là une espèce de pompe où l'eau monte par l'effet des secousses imprimées au tuyau; et c'est toujours la pression de l'atmosphère qui la soutient jusqu'à la soupape; après quoi la pompe devient élévatoire. Voici comment ce tuyau, qu'on nomme *tuyau d'oscillation*, produit son effet.

La colonne d'eau qui a pénétré dans la partie inférieure du tuyau, pour se mettre au niveau de l'eau environnante; cette colonne, dis-je, s'allonge à l'instant où, par le mouvement du tuyau, elle reçoit une secousse de bas en haut; et une partie de l'air qui remplissait le tube soulevant la soupape, s'échappe au dehors: l'eau intérieure, élevée ainsi au-dessus du niveau, retombe en partie dans le puits; mais l'air qui est au-dessus se raréfie en occupant l'espace abandonné. Il faut donc qu'il reste dans le tube une petite colonne d'eau, laquelle est soutenue par la pression plus forte de l'air atmosphérique. Un second

coup fait sortir une nouvelle portion d'air et monter une nouvelle quantité d'eau. Ce fluide parvient donc par ce moyen jusqu'à la soupape, qui évidemment doit être placée à moins de 11 mètres au-dessus du niveau du puits. Lorsque l'eau y est arrivée, alors tout l'air est exclus, et chaque oscillation du tube fait passer une petite colonne de liqueur au-dessus de la soupape. Telle est la manière dont le tuyau d'oscillation fait monter l'eau à la hauteur desirée. Mais il faut observer qu'on ne peut guère l'élever par ce moyen qu'à une hauteur médiocre; que le produit est intermittent; et que la soupape ne doit pas être placée trop loin de la surface de l'eau. Au lieu de donner la secousse de bas en haut, il est aussi avantageux et plus commode de la donner de haut en bas, parce qu'alors c'est au tuyau seul que le mouvement est imprimé, et qu'on peut le faire relever aisément au moyen d'un ressort.

2.° La *machine de Véra* (fig. 61.e) est encore une machine pour élever l'eau. Une corde, communément de *sparterie*, passe sur deux poulies A et B, placées l'une au-dessus de l'autre, la première dans une espèce de réservoir, où l'eau doit être reçue, et la seconde dans le puits, à une profondeur plus ou moins grande. La corde qui passe sur ces deux poulies embrasse aussi une grande roue PR, et se rattache à elle-même, de manière à former ce qu'on appelle une *corde sans fin*. Si l'on met donc la roue en mouvement, toutes les parties de la corde passeront successivement dans l'eau, et se chargeront de ce fluide, qu'elles élèveront jusque dans le réservoir supérieur : là, la force *centrifuge* résultante du mouvement que prend la corde en passant sur la poulie A, détache les molécules d'eau adhérentes à cette corde, et les disperse tout autour : mais cette eau, retenue par les parois du réservoir, se réunit dans le fond, et s'écoule au-dehors par le *dégorgeoir* D. Cette machine est simple, mais son produit est médiocre.

3.° Si l'on conçoit qu'à une chaîne disposée verticalement, et embrassant de même deux cylindres ou *tambours* (fig. 62.ᵉ), soient attachés plusieur seaux, dont l'ouverture est tournée dans le même sens ; on voit qu'en passant sous le cylindre inférieur, tous ces seaux se rempliront d'eau, l'un après l'autre, et qu'ils la porteront à la hauteur AB, où ils la verseront, en passant sur le cylindre supérieur. Cette espèce de pompe très-anciennement connue, s'appelle une *pompe à chapelet.*

Quelquefois au lieu de seaux, le chapelet est composé de *godets* ou *rondelles* de bois ou de métal, dont les bords sont garnis de cuir, et qui sont placés à une certaine distance l'un au-dessus de l'autre (fig. 63.ᵉ). Ces godets en remontant passent dans un tuyau vertical, dont l'extrémité inférieure plonge dans l'eau, et dont le diamètre intérieur est égal à celui des godets. Par ce moyen il monte continuellement une colonne d'eau de la grosseur du tuyau, et l'eau se verse en même temps, et d'une manière continue par l'ouverture supérieure de ce tuyau. C'est la pompe à chapelet qui donne le produit le plus abondant : c'est aussi celle que l'on emploie de préférence pour les *épuisemens.*

On attache quelquefois les seaux qui doivent puiser l'eau, à la circonférence d'une roue ; et s'ils sont suspendus librement, ou construits d'une manière convenable, ils porteront l'eau jusqu'à la hauteur du diamètre vertical de la roue, où elle se versera par l'inclinaison *naturelle* ou *forcée* des seaux.

4.° Le *tympan* des Anciens (fig. 64.ᵉ) est une roue creuse, en forme de tambour, dont la circonférence est percée de plusieurs ouvertures A, A, etc., et dont l'intérieur est divisé en chambres par des cloisons transversales. La partie inférieure de cette roue, en passant dans l'eau, se remplit de ce fluide, et le mouvement de révolution élève cette eau jusqu'à la hauteur du centre de la roue. Là, une issue lui est

offerte, et l'eau s'écoule au dehors, et se rend dans un réservoir F, pour être ensuite employée à tel usage qu'on voudra. On peut voir dans *Bélidor* la description d'une autre roue du même genre, mais plus parfaite que celle-là. Ces machines, au reste, sont très-inférieures aux pompes à chapelet.

§77. 5.° La *vis d'Archimède* (fig. 65.e) est une autre invention plus belle et non moins ancienne, également propre à élever l'eau à quelque hauteur. Qu'on se représente un long tuyau creux AB, ouvert à ses deux bouts, et enveloppant, en forme de *spirale*, toute la longueur d'un cylindre. Si le bout inférieur du tuyau étant plongé dans l'eau, et le cylindre étant mis dans une position inclinée à l'horizon, on fait tourner l'appareil sur son axe, au moyen d'une manivelle, l'eau s'élèvera le long du tuyau, et parviendra jusqu'à son extrémité supérieure, par où elle coulera au dehors.

L'ascension de l'eau dans cette admirable machine, dont l'invention est due au génie d'Archimède, semble d'abord contrarier les lois de la pesanteur. Mais en examinant la chose de plus près, on reconnaît bientôt qu'elle n'y est nullement opposée, et l'on apperçoit facilement la cause de l'effet qu'elle produit. Considérons l'eau qui occupe la partie A la plus basse du tuyau, et voyons ce qu'elle doit devenir par le mouvement de rotation imprimé à la machine. Au moment où celle-ci tourne, le point A s'élève de plus en plus, jusqu'à ce qu'il ait fait une demi-révolution : mais l'eau, qui ne peut suivre ce point dans son élévation, se trouve obligée de passer sur un point E, qui est plus élevé que celui où elle était d'abord, et qui est en même temps plus avancé sur la longueur du tuyau. Cet effet ayant lieu continuellement pendant que le cylindre tourne, l'eau avance sans cesse vers l'extrémité supérieure, et monte sans relâche, comme sur un *plan incliné* continu. Elle se trouve par-tout entre la nécessité, ou de s'élever

directement avec le point sur lequel elle repose, ou d'avancer sur le point suivant, qui se glisse, pour ainsi dire, au-dessous d'elle. Ce dernier effet, comme le plus facile, est celui qui a lieu.

Il faut remarquer que, comme l'eau ne peut se tenir que dans les arcs inférieurs de la spirale, les colonnes qui montent en même temps, ne peuvent pas être *contiguës*, et le produit de cette machine est nécessairement interrompu. La vis d'Archimède, admirable pour l'invention, est cependant d'une utilité bornée : la quantité d'eau qu'elle peut fournir est d'autant plus petite, que son axe fait un plus grand angle avec l'horizon. Il y a même tel degré d'inclinaison où l'eau cesse de monter, et au-delà duquel elle descendrait même, si le tuyau avait été rempli auparavant. On ne peut donc guère l'employer que pour de médiocres hauteurs, et l'on ne pourrait s'en servir pour élever l'eau un peu haut, qu'en lui donnant une longueur excessive. Au reste, il est facile de voir que cette machine étant portée sur deux pivots, et n'ayant à prendre qu'un mouvement de rotation sur son axe, ne *dépense* que très-peu de force, et a de ce côté un très-grand avantage. On l'a employée avec succès dans les *desséchemens*.

§ 78. 6.° Une machine qui n'est pas moins ingénieuse que la vis d'Archimède, et qui promet plus d'utilité, c'est le *bélier hydraulique* de M. *Montgolfier*. AB (fig. 66.e) est un cylindre vertical de *cinq à six* pouces de diamètre et de quelques pieds de hauteur, qui reçoit l'eau du réservoir CD. EF est un tuyau horizontal de la même grosseur, et de 15 à 20 pieds de longueur, qui se joint au premier en B. Vers l'extrémité F du tuyau horizontal, et dans sa partie supérieure, est une ouverture circulaire, fermée d'une soupape G, qui s'ouvre de haut en bas, et qui porte une tige au moyen de laquelle elle ne peut pas descendre dans le tuyau au-delà d'une certaine limite. L'extrémité du tuyau est surmontée d'une cloche de métal LN, avec

laquelle il communique par une ouverture semblable à la première, et qui est aussi fermée d'une soupape K, mais qui s'ouvre de bas en haut. La partie supérieure de la cloche est traversée par un tuyau montant TU, qui s'élève à une hauteur plus ou moins considérable, et qui pénètre assez avant dans la capacité de la cloche. Telle est la construction du bélier hydraulique. Voici comment il produit son effet.

Supposons la soupape G appliquée contre l'ouverture du tuyau, et ce tuyau, de même que celui AB, remplis d'eau l'un et l'autre. Concevons de plus, que le tuyau montant soit pareillement rempli d'eau jusqu'à une hauteur quelconque, jusqu'en T, par exemple. Dans ce cas tout demeurera en repos, et il n'existera encore aucune cause de mouvement. L'eau contenue dans le tuyau AB exercera sa pression contre les soupapes G et K, et celle-ci sera soutenue par l'eau du tuyau TU, ou par le ressort de l'air renfermé et comprimé dans la cloche. Tout est donc en repos, tant que l'ouverture G est fermée. Mais si l'on vient à baisser cette soupape G, à l'instant toute la masse du fluide qui remplit les cylindres AB, EF, se met en mouvement, et une partie s'échappe au dehors par l'ouverture G. Cependant l'eau, dans son mouvement, relève la soupape, et se ferme à elle-même toute issue par-là. Mais ce mouvement ne peut pas s'anéantir subitement; et à l'instant où la soupape G se ferme, il se fait un effort contre la soupape K, qui s'ouvre au même moment, et laisse passer dans la cloche une certaine quantité d'eau.

Maintenant si, après cela, la soupape G demeurait fermée, alors la puissance aurait produit tout son effet: le mouvement cesserait, et tout rentrerait dans l'état d'équilibre et de repos. Mais cette soupape G qui est d'un métal élastique, et qui a été poussée brusquement de bas en haut, rejaillit en arrière; de façon que l'ouverture G ne demeure fermée que pendant un instant fort court, et que le mouvement de

la colonne ABEF, suspendu un moment, recommence aussitôt de la même manière. L'eau s'échappe donc de nouveau par l'ouverture G : mais la soupape remonte bien vîte, et celle en K se rouvre une seconde fois : il passe donc encore un peu d'eau dans la cloche, comme la première fois. Ce jeu se continue de la même manière, et sans interruption, par l'action à chaque instant renouvelée de la charge AB, et l'eau parvient ainsi à la hauteur désirée. Arrivée à l'extrémité supérieure du tuyau d'ascension, elle s'écoule au dehors par un mouvement continu, quoique l'action de la puissance soit intermittente : cet effet est dû au ressort de l'air renfermé dans la partie OL de la cloche.

Dans la machine ingénieuse et tout-à-fait *neuve* qu'on vient de décrire, la force motrice réside dans le fluide même qu'on veut élever. Une chute de *sept* à *huit* pieds suffit pour faire monter l'eau à une hauteur de *cent* pieds et plus. Ce résultat étonne d'abord, et il avait trouvé dans l'origine bien des incrédules : cependant il est facile d'en rendre raison. D'abord il n'y a qu'une partie de l'eau *agissante* qui soit ainsi élevée ; l'autre partie s'échappe par l'ouverture G et se perd. En second lieu, l'*effet utile* est, dans cette machine, comme dans toutes les autres, plus petit que la *puissance*. M. *Montgolfier* établit, que la quantité proportionnelle d'eau qu'on peut élever par le moyen du belier hydraulique, est exprimée par une fraction, qui a l'*unité pour numérateur, et dont le dénominateur est le nombre de fois que la hauteur de la chute est contenue daus le double de la hauteur demandée.* Ainsi la quantité d'eau élevée est plus petite, à mesure que l'élévation devient plus grande ; ce qui doit être. L'on conçoit en effet que le temps pendant lequel la soupape K demeure ouverte, est d'autant plus court, et que la quantité d'eau qui peut entrer à chaque fois dans la cloche, est d'autant plus petite, que la colonne ascendante

devient plus longue. Enfin, la résistance que cette colonne, supposée de 30 mètres de hauteur, par exemple, peut opposer à la puissance, est une *force morte*, comme on dit, ou une force qui n'est animée d'aucune vitesse. C'est une *simple pression* qui s'oppose à l'ouverture de la soupape K, tandis que la masse fluide ABEF, qui s'est mise en mouvement pendant que la soupape G était ouverte, vient heurter la première avec toute la vîtesse que la pesanteur a pu lui communiquer dans ce court espace de temps. C'est donc une *force vive*, et qui doit l'emporter pendant quelques instans sur une *force morte*; comme la chute d'un poids de 10 livres dans le bassin d'une balance soulèvera momentanément un poids de 20 livres placé dans le bassin opposé. Ainsi, lors même que le tuyau d'ascension est déjà rempli d'eau, la soupape K doit s'ouvrir au moment où la soupape G se ferme, et il doit passer dans la cloche une petite quantité d'eau. Il n'y a donc, dans l'invention de M. *Montgolfier*, rien qui contrarie les lois connues de l'hydraulique et de la mécanique.

Mais l'auteur ne s'est pas contenté de cette démonstration théorique : il a prouvé la chose par le fait. Il a établi à Paris, dans la maison qu'il habite, un bélier hydraulique (1), dont il prend plaisir à montrer les effets à tous les curieux qui le désirent. Par le moyen de cette machine, et avec une chute artificielle de 8 pieds, il fait monter l'eau à une hauteur de 52 pieds, c'est-à-dire, *six* à *sept* fois plus grande que la hauteur de la chute : c'est tout ce que la maison où il est, a pu lui permettre. La quantité d'eau élevée n'est guère que la dixième partie de l'eau employée; et c'est dans cette perte que consiste le

(1) Cette dénomination paraît due aux coups réitérés, que frappe la soupape G contre la paroi du tuyau, poussée à chaque instant par le fluide.

seul reproche que l'on puisse faire à cette admirable machine. Mais quand on a beaucoup d'eau à sa disposition, cette perte est de peu de conséquence; et l'on doit regarder comme une très-belle et très-utile invention, celle qui nous offre le moyen de porter sans effort une partie de cette eau, à la hauteur où sa présence nous est nécessaire. D'ailleurs, cette perte d'eau a également lieu dans toutes les machines destinées à élever ce fluide, dont l'eau est le moteur, et l'on verra plus bas que le produit fourni par le bélier hydraulique, est supérieur à celui de toutes les machines connues de ce genre. (Note 13.e)

§ 79. 7.° Une dernière invention dont nous ne pouvons donner ici qu'une idée imparfaite, invention superbe, et qui est une des plus heureuses applications des connaissances physiques, c'est la *pompe à feu*, autrement dite, *machine à vapeur*. *Papin*, médecin français, professeur de physique à *Marbourg*, est un des premiers qui se soient occupés de la force expansive de la vapeur. On connaît son *digesteur*, au moyen duquel l'eau devient capable de ramollir, et de dissoudre en quelque sorte les os et les substances les plus dures. *Papin* donna même, en 1695, l'idée d'une pompe qui serait mue par la force de la vapeur: on assure que des physiciens anglais l'avaient devancé à cet égard. Ce qu'il y a de certain, c'est que ce sont les Anglais qui, les premiers, ont exécuté des machines dans lesquelles la vapeur de l'eau fût employée comme agent. Ces machines ont ensuite été perfectionnées par des savans et des artistes de la même nation, comme aussi par quelques Français; et leur utilité a été si généralement reconnue, que l'usage s'en est établi en France, en Angleterre, et dans toute l'Europe. (Note 14.e)

§ 80. La vapeur de l'eau est l'agent le plus puissant qui soit entre les mains de l'homme, agent d'autant plus utile, que nous pouvons modérer son action et la régler à notre volonté. Lorsque l'eau est pénétrée

d'un degré de chaleur suffisant, elle se convertit subitement en un fluide élastique, dont la force d'expansion est prodigieuse, et qui occupe sous cette forme un espace incomparablement plus grand que celui que l'eau occupait sous la forme de liqueur. *Muschenbroek* avait trouvé que le volume de la vapeur était *quatorze mille* fois plus grand, que le volume de l'eau qui l'avait fournie : d'autres physiciens ont rabattu beaucoup de cette évaluation. M. *Deluc* ne donne à la vapeur qu'un volume 800 fois plus grand ; ce qui est trop peu : car alors la vapeur aqueuse serait un peu plus pesante que l'air au travers duquel nous savons pourtant qu'elle s'élève. M. *Lavoisier* supposait avec plus de probabilité, que le volume de la vapeur était *trois à quatre mille* fois plus grand que celui de l'eau. Les expériences les plus récentes donnent cette augmentation seulement de 1600 fois environ : et c'est le résultat que M. *Berthollet* paraît admettre dans sa *Statique chimique*. Au reste, la vapeur une fois formée, peut se dilater de plus en plus par l'application d'une chaleur croissante ; et c'est sans doute ce qui a jeté tant de discordance dans les résultats obtenus par les différens physiciens.

La vapeur de l'eau, lorsqu'elle est libre, et qu'elle n'est point unie à l'air, ou dissoute dans ce fluide, repasse subitement à l'état de liqueur, quand elle vient à rencontrer un corps froid. Ainsi la même quantité d'eau peut tout-à-coup s'étendre dans un espace fort grand, et l'instant d'après laisser cet espace presque entièrement vide. C'est sur ces importantes propriétés de la vapeur aqueuse qu'est fondé tout l'artifice d'une pompe à feu. Voici en gros quelle en a été d'abord la construction.

§ 81. AB (fig. 67.e) est une grande chaudière établie au-dessus d'un fourneau EF : la chaudière est aux trois quarts environ remplie d'eau, que l'on entretient en pleine ébullition. La vapeur qui s'en élève continuellement passe dans un large cylindre CD, qui a

quelquefois deux mètres, et même plus, de diamètre, et pousse devant elle une lourde masse P qui en remplit la largeur, à la manière d'un piston. Cette masse est suspendue à l'extrémité d'un long levier KL, mobile sur le milieu de sa longueur, et qui s'abaisse par conséquent d'un côté, tandis qu'il s'élève de l'autre. Pour faciliter l'ascension du poids P, on charge le bras opposé du balancier de quelque contre-poids. Lorsque la masse P est arrivée au haut du cylindre, le passage de la vapeur se ferme : une petite quantité d'eau froide jaillit dans l'espace qu'elle occupait : un vide se forme à l'instant au-dessous du poids P, qui retombe aussitôt, tant par l'action de la pesanteur, que par la pression de l'atmosphère. Dans ce moment le passage s'ouvre de nouveau, et la vapeur fait remonter le piston P, qui redescend ensuite de la même manière. Ce mouvement alternatif s'entretient ainsi tant qu'il se forme de la vapeur dans la chaudière AB, et que cette vapeur est douée d'une force expansive suffisante. Il peut donc servir à faire jouer une ou plusieurs pompes, et à élever l'eau par conséquent à telle hauteur qu'on voudra. C'est pour fournir de l'eau à une partie de la ville de Paris, que MM. *Perrier* ont établi une semblable machine à *Chaillot*. Ils avaient aussi proposé de substituer à la fameuse *machine de Marly*, des pompes à vapeur, qui auraient fourni à *Versailles* une plus grande quande quantité d'eau, et à beaucoup moins de frais.

La description qu'on vient de donner d'une machine à vapeur, ne convient plus à celles que l'on construit depuis 15 ou 20 ans. MM. *Watt* et *Bolton* ont fait à cette machine des changemens essentiels, et qui l'ont beaucoup améliorée. Le plus important de ces changemens est celui-ci, que c'est l'action de la vapeur qui fait mouvoir le piston P, soit en allant, soit en revenant; et qu'on n'a plus besoin pour cela de la pression de l'atmosphère. En

effet, lorsque le piston est parvenu au terme de sa course dans un sens, le passage de la vapeur dans ce sens-là, se ferme, et à l'instant un autre passage s'ouvre, et la vapeur vient presser la face opposée du piston P : mais en même temps la première vapeur qui remplissait le cylindre, a la faculté de se retirer dans une capacité, qui s'ouvre aussi au même instant, et où elle est condensée par l'injection de l'eau froide. Le piston ramené par la nouvelle pression qu'il éprouve, est repoussé ensuite de la même manière, et tout se passe de même de l'un et de l'autre côté. Cette action alternative de la vapeur se continue sans relâche : c'est la même force qui agit constamment : la marche du piston est plus vive et plus régulière : il y a moins de chaleur absorbée, et moins de temps perdu. Ces machines ainsi perfectionnées s'appellent *machines à double effet.* Le grand cylindre EF se met quelquefois dans une position horizontale; et souvent au balancier KL, on substitue un grand *volant* ABR (fig. 68.e), dont l'arbre porte une double manivelle, qui fait jouer deux pompes à-la-fois. Les mouvemens nécessaires au service de la machine, soit ancienne, soit moderne, s'exécutent d'eux-mêmes : les robinets pour le passage de la vapeur, pour l'injection de l'eau froide, pour l'évacuation de cette eau, s'ouvrent et se ferment par le jeu de différentes pièces. Enfin le feu une fois allumé, et le mouvement communiqué, il ne faut pour le service de cette admirable machine, qu'un seul homme qui ait soin d'entretenir le feu. (Note 15.e)

§ 82. Les machines à vapeur peuvent être employées à des usages différens : mais l'on s'en sert principalement pour épuiser l'eau qui s'amasse quelquefois en très-grande quantité dans les mines, et à des profondeurs d'où les agens ordinaires ne pourraient la tirer qu'avec d'extrêmes difficultés. M. *Bossut* donne les dimensions d'une machine à feu non perfectionnée, qui tire l'eau

d'une profondeur de 600 pieds par une répétition de six pompes. Le cylindre a 52½ pouces de diamètre, sur 9½ pieds de hauteur : le jeu du piston est de 6½ pieds. La chaudière a 15½ pieds de diamètre : son fond est convexe en dedans : le balancier a 25 pieds de longueur. Une machine à double effet avec de moindres dimensions, pourrait tirer l'eau d'une profondeur plus grande. Celles-ci quand elles sont bien construites, et que le feu est bien conduit, peuvent frapper environ 60 coups de piston par minute, c'est-à-dire qu'à chaque seconde, le piston parcourt la longueur du cylindre.

§ 83. Pour évaluer la puissance de l'agent dans une machine à vapeur, il faut savoir que lorsqu'elle est en pleine activité, *la force élastique de la vapeur est à la pression atmosphérique, comme* 5 *est à* 4 (1). Cette force est donc équivalente à une colonne d'eau de près *de* 14 *mètres* de longueur. Si donc le piston P, sur lequel agit la vapeur, a *un quart de mètre* seulement de diamètre, sa base aura environ un 20.e de mètre quarré de surface, et sera pressée par la vapeur, comme par une masse d'eau de 7 *dixièmes* de mètre cube, ou de 700 kilogrammes. Si le diamètre du piston P était *double*, la pression serait *quadruple*, et ainsi des autres suppositions qu'on peut faire. Quant à la résistance, on doit l'évaluer, comme on a fait plus haut, par le diamètre des pistons des pompes, et la hauteur de la colonne d'eau élevée ; à quoi il faut ajouter les frottemens, la résistance que l'air ou la vapeur peuvent opposer, et tous les autres obstacles qu'il faut évaluer séparément.

(1) Quelques auteurs font la dilatabilité de la vapeur un peu plus grande qu'on ne l'a supposé ici ; et trouvent que sa force élastique vaut au moins *une fois et demie* la pression atmosphérique.

l'autre à soutenir une colonne de fluide. Si ces deux colonnes EA et GK étaient d'une égale hauteur, alors l'air se trouverait également chargé des deux côtés : ce qui lui resterait de force serait égal de part et d'autre ; et le fluide demeurerait suspendu dans les deux branches du sifon, sans couler d'aucun côté ; puisqu'il n'existerait alors aucune cause de mouvement. Mais si les colonnes fluides sont de différentes longueurs, alors l'air qui répond à la plus longue, sera plus chargé, et perdra par conséquent plus de sa force : celui qui agit contre la plus courte, conservera une plus grande partie de la sienne, et aura l'avantage sur l'autre. Celui-ci sera donc forcé de céder, et l'eau coulera de son côté : on verrait la liqueur, après qu'on a aspiré, retrograder et rentrer dans le vase, si la branche extérieure était la plus courte.

Telle est la cause de l'écoulement des liqueurs par les sifons, et la chose est prouvée d'une manière bien évidente par le sifon de la figure 71.[e] Ce sifon est mastiqué dans le col d'un flacon, dont l'intérieur ne peut communiquer avec l'air du dehors, que par une ouverture *a*, fermée d'un robinet. Lorsque le robinet étant ouvert, on aspire par l'orifice *b*, l'écoulement a lieu comme à l'ordinaire : mais si l'on ferme le robinet, l'écoulement s'arrête à l'instant ; parce que l'air du flacon étant un peu raréfié par la sortie d'une petite quantité de liqueur, se trouve moins fort que celui qui presse en *b*, et qui s'oppose à l'écoulement du fluide.

§ 87. La vîtesse avec laquelle la liqueur s'écoule par un sifon, dépend de l'inégalité des deux branches ; puisque c'est cette inégalité qui mesure la différence de force, entre la colonne d'air qui pousse le fluide, et celle qui le retient. Ainsi lorsqu'on transvase une liqueur par le moyen d'un sifon, la quantité de fluide qui sort par l'orifice dans un temps donné, diminue à mesure que le niveau baisse, et

et que les longueurs des deux branches deviennent moins inégales.

§ 88. On a fait quelques applications amusantes de la propriété des sifons : nous les ferons connaître ici par occasion. 1.° Les *verres à diabètes* (fig. 72 et 73) sont des coupes au milieu desquelles s'élève un sifon, dont la plus courte branche s'ouvre vers le fond du verre, et l'autre passe au travers du pied, et vient s'ouvrir en dehors. On verse de l'eau dans le vase jusqu'à une certaine hauteur, et l'eau ne s'échappe point, parce que le sifon n'est pas entièrement plein, et qu'il reste encore de l'air dans la courbure supérieure. Mais si l'on ajoute de l'eau, jusqu'à ce que le sifon en soit couvert, sur-le-champ l'eau commence à couler par le fond, comme s'il était percé, et le vase se vide entièrement. Quelquefois le sifon est caché dans une petite colonne, qui s'élève du milieu de la coupe, et l'expérience a alors l'air d'un enchantement.

2.° Le *sifon fraternel* (fig. 74.e) est un sifon composé de trois branches parallèles, et égales *bc*, *de*, *gf*, qui s'ouvrent toutes les trois dans un globe A, placé au-dessus d'elles. Si on fait plonger les branches du sifon dans trois verres B, C, D, contenant de l'eau à des hauteurs différentes; et que par le moyen d'un papier allumé, on chasse une partie de l'air contenu dans le globe A : on verra de suite la liqueur s'élever jusque dans ce globe; et les trois branches communiquant alors ensemble, l'eau se distribuera également entre les trois verres, et parviendra dans tous les trois à la même hauteur.

3.° Le *sifon à jet d'eau*. La fig. 75.e représente une espèce de sifon : CD, EF en sont les deux branches, qui, comme on voit, ont des longueurs différentes; elles s'ouvrent l'une et l'autre dans une espèce de cloche AB. La plus courte branche se termine par un petit ajutage K. On verse d'abord une certaine quantité d'eau dans le vase AB, et le renversant ensuite, on fait aussitôt plonger dans l'eau la plus courte branche du sifon. La

liqueur du vase AB s'écoule à l'instant par EF : mais en même temps de nouvelle eau s'élance dans la cloche par l'ajutage K; et cet effet se continue, tant que la plus courte branche du sifon est tenue dans l'eau.

Une partie de l'eau qui était dans AB, étant tombée au premier moment, l'air resté dans ce vase, occupant plus d'espace, se trouve raréfié, et hors d'état de faire équilibre à celui qui agit en D. De-là le jet qui s'élève par l'ajutage K. D'un autre côté, l'eau qui remplit la longue branche EF, pèse sur l'air qui répond à l'orifice F, et l'oblige de céder : ce qui produit l'écoulement au-dehors. Le jeu de ce sifon vient donc de ce que l'air intérieur est plus faible que celui qui agit en D, et plus fort que celui qui agit en F, et qui est chargé de la colonne liquide EF.

4.° Soit *ab* (fig. 76.e), un foyer établi entre deux tuyaux *cd*, placés verticalement, et de longueurs très-différentes. La chaleur du foyer raréfiera l'air dans l'un et dans l'autre : mais l'air du tuyau le plus long, comme raréfié sur une plus grande hauteur, s'élèvera dans l'atmosphère, et celui du tuyau le plus court s'écoulera continuellement dans le premier, pour le remplacer. Ce sera, comme on voit un *sifon d'air*, dans lequel l'écoulement se fera de bas en haut, et toujours par la branche la plus longue.

§ 89. On a expliqué certaines sources *intermittentes* par la théorie des sifons. Une veine de sable, courbée en manière de sifon, et communiquant avec un réservoir où l'eau s'amasse peu à peu, donnera écoulement à cette eau, lorsque son niveau sera parvenu à une certaine hauteur; et après que le réservoir aura été ainsi vidé, il faudra, pour que l'écoulement recommence, que le niveau de l'eau soit revenu au même point.

HYDROSTATIQUE.

TROISIÈME SECTION.

ÉQUILIBRE DES SOLIDES PLONGÉS DANS LES FLUIDES.

CHAPITRE PREMIER.

Des diverses pressions que supporte un corps plongé dans un fluide.

§ 90. Un corps entièrement plongé dans un fluide, 1.° *est pressé par le fluide sur tous les points de sa surface ;* 2.° *cette pression augmente avec la hauteur du fluide ;* 3.° *elle se fait par-tout perpendiculairement à la surface du corps ;* 4.° si l'on décompose chaque pression particulière en deux forces, l'une horizontale et l'autre verticale, *les pressions horizontales se feront mutuellement équilibre*, et *la somme des pressions verticales sera égale au poids du volume de fluide dont le corps occupe la place.* Examinons en particulier, et démontrons chacune de ces proportions.

1.° et 2.° Le corps plongé servant d'appui au fluide qui l'environne, et les molécules qui sont en contact avec lui, éprouvant toutes, des pressions qu'on a enseigné à connaître et à évaluer dans la

première section, il est nécessaire pour l'équilibre, que les différens points de la surface du corps éprouvent des pressions semblables. Aussi dès qu'on vient à retirer ce corps, on voit le fluide se précipiter dans l'espace qu'il abandonne, preuve sensible de l'effort qui se faisait de toutes parts contre sa surface. La pression que supporte un point quelconque de la surface du corps, est évidemment la même, que celle de la molécule qui lui est contigue : elle est donc égale au poids du filet vertical de fluide qui lui répond. Cette pression est donc aussi plus grande pour les points, qui sont à une plus grande profondeur.

§ 91. Si le corps plongé est *flexible*, et de nature à pouvoir être comprimé, comme serait une bulle d'air, ce corps subira une diminution de volume plus ou moins considérable; et sa forme demeurera la même, si son volume est assez petit, pour que tous les efforts qui se font contre les différens points de sa surface, puissent être considérés comme égaux. Une bulle d'air à *onze* mètres de profondeur dans l'eau, n'a plus que la moitié du volume, qu'elle a à la surface de ce fluide. Lorsqu'elle est fort petite, sa forme n'éprouve aucune altération : mais si elle est d'une certaine grosseur, alors les pressions qu'elle éprouve sur sa surface, ne pouvant plus être considérées comme égales entr'elles, non seulement le volume de la bulle est diminué, mais sa forme est changée : elle n'est plus *sphérique*, comme il arrive lorsqu'elle est fort petite; mais elle est applatie dans sa surface inférieure, ou même elle devient concave en cet endroit, tandis que la partie supérieure est bien arrondie. On peut s'assurer de la chose en prenant un tuyau de verre (fig. 77.e), de quelques lignes de diamètre, le remplissant d'eau, et faisant monter au travers de cette eau, des bulles d'air de différentes grosseurs.

Quelques-uns ont pensé, que la forme *sphérique* qu'affectent les gouttes des liqueurs, était due à la

pression, qu'elles éprouvent également dans tous les sens de la part de l'air, ou de quelque autre fluide plus subtil que l'air. Il ont attribué à la même cause, la réunion de deux gouttes en une seule, lorsqu'elles arrivent au contact. Mais il est aisé de voir, que cette égalité de pression tend plutôt à conserver aux corps plongés dans les fluides, la forme qu'ils ont déjà; et qu'ainsi il faut chercher ailleurs la cause, qui arrondit en sphères les plus petites molécules des fluides, comme les corps les plus volumineux de la nature.

Ce qui arrive à une bulle d'air, qui est plongée dans l'eau, à lieu aussi à l'égard d'un *globe aérostatique* plongé dans l'air; c'est-à-dire que son volume est diminué à raison de la pression qu'il éprouve de la part de l'air. Mais à mesure qu'il s'élève, la pression diminue, le volume du globe augmente, son enveloppe se tend de plus en plus, et elle se déchirerait bien vîte, si on ne laissait échapper le *gaz surabondant.*

La pression augmentant avec la profondeur, on conçoit sans peine, que dans les abîmes de la mer, l'effort produit par l'eau supérieure, doit être énorme. On assure qu'on a fait descendre dans la mer, et à de grandes profondeurs, des bouteilles vides et bien bouchées; et qu'on les a retirées pleines d'eau, sans que le bouchon eût été chassé de sa place. Il s'était fait contre le bouchon de la bouteille et l'air qu'elle contenait, un effort si grand, que l'eau avait pénétré dans l'intérieur au travers des pores du liége. On a prétendu que ce fluide dans d'autres expériences, s'était fait jour au travers des pores du verre : ce qui n'a nulle vraisemblance.

§ 92. Si le corps plongé n'est pas de nature à se laisser comprimer; si ses molécules ne peuvent pas se rapprocher à-la-fois, de manière à conserver entr'elles les mêmes rapports de situation : alors quelque soit la fragilité de ce corps, et quelque soit l'intensité

de la pression, ce corps résistera parfaitement, et conservera sa même forme. Qu'on prenne une petite boule de verre creuse, fort mince et scellée *hermétiquement;* qu'au moyen d'un lest suffisant, on la fasse descendre à une grande profondeur sous l'eau; on la retirera saine et entière, quoiqu'elle ait dû éprouver une très-grande pression, et qu'un médiocre effort suffise pour l'écraser.

La boule de verre résiste dans cette expérience, parce que la pression se faisant également sur tous les points de sa surface, il faudrait que toutes ses parties cédassent à-la-fois, et qu'en se rapprochant mutuellement, son volume diminuât d'une manière égale et uniforme : ce qui ne peut avoir lieu, à cause de la *rigidité* des molécules du verre. Toutes ces molécules s'appuyant donc mutuellement les unes les autres, elles deviennent ainsi capables d'une résistance insurmontable. C'est ici le même cas que pour l'œuf de l'expérience rapportée dans la première section. Il ne faut pas croire, comme on a dit, qu'il ait été rendu capable de résister, par la matière dont il était plein : il eût opposé la même résistance, quand il aurait été vidé. De même ce n'est pas l'air contenu dans la petite boule de verre, qui fait sa force : elle serait encore la même, quand on y ferait le vide. Il est d'ailleurs évident, que l'air, à raison de sa compressibilité, devrait céder, si la pression pouvait parvenir jusqu'à lui.

On a supposé que tous les points de la sphère creuse de verre étaient pressés avec une égale force. Il est pourtant certain, comme on a dit plus haut, et comme il sera encore prouvé bientôt, que la pression est plus forte sur la moitié inférieure : mais la différence est peu de chose, quand le fluide n'a pas une très-grande densité, ou le corps un volume fort considérable. Ainsi pourvu que la sphère de verre soit capable de résister à cette différence, qui d'ailleurs est la même à toutes les profondeurs dans un fluide

incompressible, elle ne saurait être écrasée, quelque part qu'elle soit plongée dans l'eau.

§ 93. Pour prouver la pression qui se fait contre les corps plongés dans les fluides, quelques auteurs indiquent l'expérience suivante. Prenez une vessie pleine d'eau (fig. 78.e), et liée à un tuyau de verre de suffisante longueur. Plongez la vessie dans l'eau, et vous verrez la liqueur qu'elle contient, s'élever dans le tube, d'autant plus que vous l'enfoncerez davantage : preuve, dit-on, que les fluides pressent les corps qu'ils environnent, et que cette pression augmente avec la profondeur.

Cette preuve peut bien être admise ; mais si l'on y fait attention, on remarquera que la hauteur de l'eau dans le tube au-dessus du niveau du vase, est toujours la même, à quelque profondeur que l'on plonge la vessie. En voici la raison. La masse de liquide renfermée dans la vessie est comme un corps étranger, de même densité que l'eau, et plongé dans ce fluide. Il éprouve certainement des pressions sur tous les points de sa surface : mais les pressions sur la surface inférieure sont plus grandes, comme on vient de dire ; et comme la colonne liquide qui répond à l'ouverture du tube, est la seule qui soit libre, elle s'élève d'une quantité égale à la différence des deux pressions, supérieure et inférieure. Cette différence étant la même à toutes les profondeurs, la hauteur de la colonne liquide au-dessus du niveau, doit donc aussi toujours demeurer la même.

CHAPITRE II.

De la pression que l'air exerce sur nos corps.

§ 94. PUISQUE les corps qui sont plongés dans un fluide éprouvent sur tous les points de leur surface une pression dépendante de la hauteur du fluide, il suit qu'étant plongés dans l'air atmosphérique, et de toutes parts environnés par ce fluide, nos corps doivent être comprimés par l'air dans toute leur surface, avec une force équivalente au poids de la colonne d'eau que cet air peut soutenir. En partant de ce principe, qui est certain, quelques physiciens se sont étonnés du peu d'effet que cette pression de l'air produisait sur nous. La surface du corps d'un homme de taille moyenne, est d'environ *un mètre carré et demi* (14 pieds carrés.) La pression atmosphérique sur cette surface est donc de 31360, ou de plus de 15000 kilogrammes. Comment, dit-on, se peut-il faire que nous résistions à une charge aussi considérale, et même que nous ne nous en appercevions pas? Quelques-uns n'ont trouvé d'autre moyen pour expliquer ce prodige, que de supposer que l'habitude nous rendait insensibles à cette énorme pression : comme s'il était possible qu'aucune habitude annullât l'effet physique d'une charge bien plus que suffisante pour nous écraser. Cette idée est donc absolument inadmissible; et tout ce que l'habitude fait ici, c'est de rendre nul pour nous le *toucher* de l'air, parce que ce fluide nous touche sans cesse, et qu'une *sensation continue* ne saurait être apperçue.

Mais si ce n'est pas la force de l'habitude, quelle est donc la cause qui nous empêche de sentir la pro-

digieuse pression que l'air exerce sur nous ? Comment notre corps peut-il résister à une charge de plus de 15000 kil. ? Tout comme un globe creux et mince, un globe de papier, si l'on veut, dont la surface serait d'un pied carré, résiste victorieusement à une pression de plus de 1000 kil. C'est se faire une idée fausse de l'action que les fluides exercent sur les corps qu'ils environnent, que de considérer cette action comme une *charge*. Ce mot semblerait indiquer une force qui se fait sentir toute entière dans le *même sens*, et qu'on ne peut contre-balancer que par le moyen d'une force égale agissant en sens contraire. Mais ce n'est point ainsi qu'un corps est pressé par un fluide. Cette pression se distribue sur tous les points de sa surface, et elle agit dans toutes sortes de direction. Il est bien vrai que la *somme* des pressions que l'air exerce sur nos corps s'élève à plus de 15000 kil. : mais ces pressions se font la plupart équilibre entre elles, parce qu'elles sont opposées les unes aux autres. De plus, chaque partie de la surface de notre corps n'en supporte qu'une très-petite portion ; et divisée ainsi, la pression atmosphérique n'a plus rien d'énorme, et notre insensibilité à cet égard n'a plus rien de merveilleux.

Si l'on considère les parties solides et incompressibles du corps de l'homme, il est clair, d'après ce qui a été dit dans le chapitre précédent, que la pression de l'air ne peut produire sur elles aucun effet sensible : car, pressées également de tous côtés, elles ne pourraient céder qu'en rentrant sur elles-mêmes et se pénétrant mutuellement : ce qui est impossible. S'il s'agit des parties molles et flexibles, comme sont les vaisseaux du corps humain, il est visible que la pression de l'air ne peut rien non plus sur elles : car leurs parois sont toujours soutenues, ou par les liqueurs qui les remplissent, ou par des particules aériennes qui y sont logées. Ces parties

si cela est ainsi, c'est à la même cause qu'il faudra aussi attribuer l'espèce d'affaiblissement que nous ressentons d'ordinaire ici-bas, lorsque le baromètre descend à ses moindres hauteurs. Voici comme il me semble que l'on peut concevoir la chose.

Les vaisseaux qui contiennent le sang, tels que les veines et les artères, sont, de leur nature, susceptibles de compression et de dilatation. Leurs parois sont soumises constamment à l'action de deux forces opposées, la pression de l'air extérieur, et la réaction de l'air intérieur, jointe à l'impulsion du sang qui les parcourt. Lorsque le poids de l'air diminue, la pression que ce fluide exerce sur les vaisseaux sanguins et sur les molécules aériennes qu'ils contiennent, diminue pareillement : la force impulsive du sang qui tend à les dilater, ne trouve plus dans cette pression une résistance suffisante : ces vaisseaux se dilatent donc en effet, tant par cette cause que par la dilatation de l'air intérieur. Leur capacité se trouvant donc augmentée, la vîtesse du sang se rallentit : c'est comme si nous en avions perdu accidentellement une partie. Nous nous trouvons donc ainsi dans un état de faiblesse et de mal-aise qui peut aller fort loin, si l'air a éprouvé dans sa pesanteur une diminution un peu considérable, comme cela arrive sur les montagnes très-élevées.

Si le poids de l'air vient au contraire à augmenter, alors la pression qui se fait sur les parties compressibles augmente aussi. L'air réagit avec plus d'avantage contre l'impulsion du sang : il s'oppose à la dilatation des vaisseaux, et de l'air qu'ils contiennent. Le sang plus gêné est obligé de les parcourir avec plus de vîtesse : notre activité et notre force se trouvent augmentées : c'est comme si nous avions plus de sang et plus de vie.

C'est aussi de cette manière qu'on peut expliquer les hémorragies, que l'on a remarquées quelquefois chez les plongeurs qui étaient descendus à de

grandes profondeurs dans la mer. On les a vus, dit-on, revenir à la surface de l'eau, faisant le sang par les narines, par les yeux, par les oreilles : la grandeur de la pression sur les vaisseaux et [illegible] intérieur, avait forcé le sang à se faire jour par [illegible] parties les plus délicates et les plus faibles. Les plongeurs, immédiatement comprimés par l'eau, ont plus à souffrir que ceux qui descendent dans la mer sous une cloche pleine d'air. Chez ceux-ci, l'air intérieur se met en équilibre avec l'air qui les environne, et résiste comme lui à la pression : pour les autres, l'air contenu dans leur corps ne peut que céder à l'énorme pression qu'il éprouve, et ne saurait par conséquent en défendre les vaisseaux où il est renfermé. On assure que de semblables hémorragies sont survenues à quelques-uns de ceux qui se sont élevés à de grandes hauteurs au moyen des *aérostats*. Si cela est, ces accidens n'ont pu être occasionnés, dans ce cas, que par la grande dilatation de l'air intérieur, et par l'extension et l'affaiblissement des parois des vaisseaux sanguins les plus délicats.

Je ne crois pas qu'on puisse objecter contre le système d'explication qu'on vient d'exposer, ce qui est connu de tout le monde, que l'air des pays de montagnes est en général plus salubre, que celui qu'on respire dans les lieux bas et les vallées. D'abord il n'est jamais question, dans cette comparaison, que d'une différence de hauteur assez médiocre : et en second lieu, l'air de la montagne n'a d'avantage sur celui de la plaine, qu'à raison de sa pureté : la différence de pesanteur est ici pour très-peu de chose.



CHAPITRE III.

De la poussée verticale des fluides.

3.° et 4.° LES pressions qu'un corps plongé dans un fluide éprouve sur les différens points de sa surface, se font toutes *perpendiculairement* à cette surface; et la raison en est la même que celle qu'on a apportée dans la première section, au sujet de la manière dont se fait la pression d'un fluide contre les parois qui le contiennent. Mais chacune de ces pressions perpendiculaires peut se décomposer en deux, l'une horizontale, et l'autre verticale; et alors on trouve que la somme des pressions horizontales se réduit à zéro, parce que toutes ces pressions se font mutuellement équilibre, et que celle des pressions verticales est toujours équivalente au poids d'un volume de fluide égal au volume du corps. En voici la démonstration, qui diffère peu de celle donnée plus haut, au chapitre 4.e de la 1.re section.

§ 96. Soit M le corps plongé, NV le niveau du fluide (fig. 80.e). Si l'on imagine que le corps soit coupé par deux plans parallèles à l'horizon, infiniment voisins l'un de l'autre; on formera ainsi une tranche solide horizontale, d'une égale épaisseur par-tout; et si l'on conçoit un troisième plan perpendiculaire aux premiers, et passant par le centre de gravité de la tranche, cette tranche sera partagée en deux parties. Cela posé, il est facile de voir que les pressions horizontales qui se font de part et d'autre du plan vertical, sont égales entr'elles : car on sait que ces pressions ont pour valeur les *projections* sur le plan vertical des surfaces abc, $a'b'c'$, *multipliées* par la

distance de leurs centres de gravité au niveau. Or, les projections et les distances sont égales ici : donc il y aussi égalité entre les pressions horizontales opposées : donc ces pressions se font mutuellement équilibre, et leur somme se réduit à zéro.

Pour trouver à quoi se réduit la somme des pressions verticales, imaginons de même deux plans perpendiculaires à l'horizon, parallèles entr'eux, et infiniment voisins l'un de l'autre. Représentons ces plans par les lignes verticales rq, $r'q'$, et prenons pour le plan horizontal de projection, la surface NV du fluide. La pression verticale que supporte le partie pp' de la surface du corps, est égale, comme on sait, à sa projection rr', *multipliée* par la distance pr : celle qui se fait contre la surface qq' est de même égale à sa projection rr', *multipliée* par qr ; mais ces deux pressions sont opposées l'une à l'autre : donc la pression réelle que supporte le corps dans les deux portions de sa surface pp', qq', est égale à rr', *multiplié* par pq. Or, ce produit exprime le poids d'une colonne fluide, égale à la colonne solide $pp'qq'$. Le même raisonnement s'appliquant à toutes les autres parties de la surface du corps, il suit que la somme des pressions verticales que supporte un corps plongé dans un fluide, est égale au poids du volume de fluide, dont le corps occupe la place.

§ 97. Un corps entièrement plongé dans un fluide, ne peut donc aller ni à droite, ni à gauche, ni se mouvoir d'aucune manière en vertu des pressions *latérales* qu'il éprouve : quelque soit sa forme, quelques soient son volume et sa densité, les forces qui agissent contre lui dans le sens horizontal, se font toujours équilibre, et ne peuvent par conséquent produire aucun mouvement. Il n'en est pas de même des efforts qui se font dans le sens vertical : ces efforts sont nécessairement inégaux. La partie supérieure du corps étant moins abaissée au-dessous du niveau, doit être moins pressée : la partie inférieure doit l'être davantage,

par la raison contraire ; et comme ces deux efforts se font dans deux sens opposés, et que celui qui agit de bas en haut est supérieur à l'autre, il suit qu'un corps plongé dans un fluide, éprouve de sa part un effort qui tend à le soulever. Cet effort s'appelle la *poussée verticale* du fluide. On la démontre en physique par l'expérience suivante.

Expérience. On prend une rondelle de plomb, AB (fig. 81.e), au centre de laquelle est attaché un gros fil, pour pouvoir la soutenir. La rondelle est couverte avec une cloche de verre CD, surmontée d'un tube, et qui doit s'appliquer assez exactement sur le plomb, pour empêcher l'eau de se glisser entre l'un et l'autre. Si l'on plonge cet appareil dans l'eau, en tenant la rondelle par le fil, on observera que, lorsqu'elle sera parvenue à une profondeur de quelques pouces, il ne sera plus nécessaire de la soutenir ; et qu'en abandonnant le fil, et se contentant de tenir le tuyau de verre, elle demeurera appliquée contre la cloche, sans tomber au travers de l'eau. Cet effet ne peut pas être attribué à une certaine force de *cohésion* : car il n'a point lieu, et la rondelle tombe, lorsqu'elle est ainsi abandonnée trop près de la surface de l'eau.

On voit dans cette expérience le plomb, qui est un corps si lourd, flotter et se soutenir dans l'eau ; tout seul, ou plutôt par la seule pression inférieure, qu'il éprouve de la part du fluide. La cloche de verre n'est ajoutée ici, que pour empêcher la pression du fluide sur la surface supérieure du plomb, et pour laisser ainsi toute son énergie à celle qui se fait sentir contre l'autre surface. La force avec laquelle le fluide pousse la rondelle de bas en haut, se mesure par le poids d'une colonne d'eau, qui aurait pour base la surface inférieure de la rondelle, et pour hauteur la distance de cette surface à la ligne du niveau. Lorsque l'enfoncement du plomb est tel, que le poids de cette colonne égale le poids de la rondelle,

alors

alors le plomb est soutenu par l'eau, et la rondelle est en équilibre. Ainsi ce métal étant *onze fois* aussi pesant que l'eau, il est nécessaire pour que cet effet ait lieu, que le plomb soit enfoncé dans l'eau d'une quantité égale à *onze fois* son épaisseur. A une moindre profondeur, la rondelle abandonnée tomberait au travers de l'eau : à une profondeur plus grande, elle serait poussée de bas en haut par ce fluide.

§ 98. L'existence et la réalité de la poussée verticale des fluides, ayant été parfaitement prouvées par l'expérience précédente, on prouve de même par une expérience, que cette poussée est égale au poids d'un volume du fluide, égal au volume du corps plongé.

Expérience. On a deux cylindres de métal, A et B (fig. 82.[e]), de même diamètre, et d'égale longueur. L'un des deux est creux; et l'autre qui est solide, doit remplir exactement la capacité du premier. On suspend le cylindre solide sous le cylindre creux, et l'on met le tout en équilibre au bras d'une balance. On fait ensuite plonger le cylindre solide dans l'eau; et aussitôt l'équilibre est rompu, et le bras opposé de la balance l'emporte : mais si l'on remplit d'eau le cylindre creux qui est au-dessus de l'autre, l'équilibre se rétablit parfaitement : le fléau redevient horizontal, et le cylindre solide se trouve entièrement plongé dans l'eau. Il faut observer que la hauteur de l'eau dans le vase doit être telle, que le cylindre creux n'en puisse pas toucher la surface, et que le cylindre solide en soit entièrement couvert, lorsque le fléau a pris la position convenable pour l'équilibre.

Dès que le cylindre B trempe dans l'eau, la poussée verticale du fluide qui agit contre lui, et tend à le soulever, diminue sa pesanteur, et le bras où il est suspendu, devient par conséquent plus léger. En versant de l'eau dans le cylindre A, et le remplissant de ce liquide, on ajoute de son côté le poids d'un volume d'eau égal au volume du cylindre

solide ; et puisque par cette addition, l'équilibre est rétabli, et que le cylindre B plonge entièrement dans l'eau, il faut donc en conclure que ce corps perd une partie de son poids par la poussée verticale du fluide, et que cette poussée est bien réellement égale au poids du volume d'eau, dont le cylindre occupe la place.

§ 99. Lorsqu'un corps est entièrement immergé dans un fluide, loin d'être sollicité à descendre par le poids du fluide, qui est au-dessus de lui, il est au contraire sollicité à monter par l'action que ce même fluide exerce sur lui. Il ne faut donc pas croire, qu'en descendant dans l'eau, un corps ait à supporter le poids de l'eau supérieure, et que sa charge aille ainsi en croissant, à mesure qu'il arrive à une plus grande profondeur. Non : pour peu qu'il ait de l'eau au-dessous de lui, quelque mince que soit la couche de fluide qui le sépare du fond, tout l'effort supérieur est annullé par celui qui se fait en dessous et en sens contraire. Pour détacher les cailloux du fond d'une rivière, il ne faut d'autre force, que celle qui est nécessaire pour vaincre leur pesanteur. Il y a plus : l'eau en leur ôtant une partie de leur poids, favorise leur enlèvement. Au reste, ce n'est pas que le fluide placé au-dessous du corps, ait en lui-même la vertu de détruire l'effort qni se fait au-dessus de ce corps. Il ne sert qu'à transmettre contre la surface inférieure de celui-ci, la pression qu'il éprouve lui-même de la part du fluide supérieur.

On voit par-là combien se trompent ceux qui se figurent, que nous avons à supporter le poids de l'air, qui est au-dessus de notre tête. Environnés de tous côtés par ce fluide, ayant de l'air au-dessous de nos pieds, nous sommes placés ainsi entre deux efforts opposés, et dont celui qui se fait de bas en haut, est supérieur à l'autre. A la vérité la différence est comme nulle, puisqu'elle ne vaut que le poids d'un volume d'air égal au volume de notre corps.

Mais si les deux forces qui agissent contre nous dans le sens vertical, sont à-peu-près égales, il est donc évident, que le poids de l'air supérieur ne peut pas se faire sentir à nous, et qu'il ne peut nuire à aucun de nos mouvemens.

Dans un fluide d'une densité uniforme, comme l'eau pure, la poussée contre un corps *incompressible* est la même, à quelque profondeur qu'il soit plongé; parce qu'il déplace partout le même volume de fluide, et que le poids de ce volume ne peut pas manquer d'être aussi par-tout le même. Mais dans un fluide dont la densité est inégale, et augmente avec la hauteur, la poussée est d'autant plus grande, que le corps est plongé plus avant; par la raison que le volume de fluide dont il tient la place, est alors plus pesant. Ainsi l'air dans les parties inférieures de l'atmosphère, fait pour soulever les corps légers, plus d'effort, qu'il ne peut en faire dans les parties supérieures.

CHAPITRE IV.

De l'équilibre des corps plongés.

§ 100. L'EFFORT par lequel les fluides tendent à soulever les corps qu'ils environnent, se fait toujours suivant une *ligne verticale*. Cet effort est la *résultante* de toutes les petites forces qui pressent chaque point de la surface inférieure du corps: toutes celles qui tendraient à le pousser à droite ou à gauche, se faisant mutuellement équilibre, il ne peut rester que celles dont l'action pousse le corps dans le sens vertical. Mais quelle est la position de cette ligne verticale? Cette ligne passe toujours, et dans toutes

les positions du corps, par un point qui est le *centre de gravité* du volume de fluide déplacé, ou ce qui est la même chose quand la densité du fluide est uniforme, qui est le *centre de figure*. Si le corps a une figure sphérique, et qu'il soit, comme nous le supposons toujours, entièrement plongé, le fluide déplacé aura la figure d'une sphère, et la direction de la poussée verticale passera par le centre de cette sphère. Quelque soit la figure du corps plongé, le volume du fluide dont il tient la place, aura évidemment la même figure que ce corps; et si l'on cherche le centre de gravité de cette figure, considérée comme *homogène*, ou d'une *densité uniforme*, ce centre sera un point de la ligne verticale, suivant laquelle la poussée du fluide se fait sentir: la position de cette ligne sera donc connue. Il est facile de voir, que tout plan mené par cette ligne, divise en deux parties égales le volume déplacé; et que la somme des efforts qui se font contre le corps, est égale des deux côtés du plan.

Mais outre la poussée verticale du fluide, qui tend à mouvoir le corps de bas en haut, une autre force agit sur lui, et fait effort pour l'entraîner en bas : c'est la pesanteur. Celle-ci agit de même par une ligne verticale, et qui passe par le *centre de gravité du corps*. Voilà donc deux forces qui agissent en sens contraire, et dont les directions passent par deux points connus, le centre de gravité du fluide déplacé, et le centre de gravité du corps plongé. Si ces deux points se trouvent confondus en un seul, ou s'ils sont seulement dans une même ligne verticale, alors l'opposition sera parfaite, et les deux forces se détruiront mutuellement en totalité ou en partie. Mais si les deux points ne sont pas situés comme on vient de dire, alors les directions des deux forces passant l'une à côté de l'autre, le corps tournera sur lui-même, jusqu'à ce que ces forces soient

directement opposées entr'elles ; après quoi, ou le corps *demeurera en repos*, ou *il descendra au travers du fluide*, ou *il montera à la surface*, selon que son poids absolu sera, ou *égal*, ou *supérieur*, ou *inférieur* à la poussée du fluide. (*f*)

§ 101. Lorsqu'un corps descend au travers d'un fluide, dont la densité est par-tout la même, son mouvement se fait avec uue *vîtesse accélérée* : car la *poussée* ne pouvant dans ce cas détruire qu'une partie de la pesanteur, et étant, comme on a dit, la même à toutes les profondeurs ; il suit que le corps sera entraîné en bas, avec une partie seulement de l'action de la pesanteur, qui accélérera sa chute, comme l'aurait fait la pesanteur totale. Il est vrai que la résistance du fluide augmentant avec la vîtesse, celle-ci se trouvera rallentie par cette cause, suivant une loi, qu'on fera connaître par la suite. Dans le cas où la densité du fluide irait en augmentant de haut en bas, le corps descendra avec une vîtesse, qui pourra d'abord être accélérée, mais qui deviendra bientôt décroissante ; et il s'arrêtera enfin, lorsqu'il sera parvenu dans une couche du fluide, où son poids sera égal à la poussée. C'est ainsi que les nuages descendent souvent dans l'atmosphère, d'une région supérieure dans une région plus basse, où leur poids est en équilibre avec l'action soulevante de l'air. Le rallentissement qui vient de cette cause, serait insensible, si la densité du corps était beaucoup plus considérable que la plus grande densité du fluide, comme si du plomb tombait au travers de l'air.

(*f*) Soit φ le poids absolu du corps, p sa pesanteur sous l'unité de volume, v son volume, φ' la poussée du fluide, et p' sa pesanteur : on aura $\varphi = pv$, et $\varphi' = p'v$, donc $\varphi - \varphi' = v(p-p')$: équation qui indique ce qui doit arriver à un corps plongé, lorsque sa pesanteur et celle du fluide sont connues.

Si la pesanteur du corps est telle, qu'il soit forcé de s'élever au travers du fluide, son mouvement *ascensionnel* se fera aussi d'une manière accélérée dans un milieu d'*égale densité;* parce que la différence entre le *poids* du corps, et la *poussée* du fluide est par-tout la même : or, c'est cette force qui l'oblige de monter, et qui le suivant sans relache, ajoute à chaque instant à sa vîtesse. La vîtesse d'un morceau de liége qui monte au travers de l'eau, n'est donc pas la même à tous les instans de son élévation; et elle s'accélèrerait de plus en plus, sans la résistance qu'oppose le fluide. Si le volume du corps augmentait à mesure qu'il s'élève, sa vîtesse irait aussi en augmentant. Lorsque la densité du fluide va en décroissant de bas en haut, la vîtesse ascensionnelle du corps va en diminuant, parce que la *poussée* décroit sans cesse dans le même sens. C'est pour cette raison que la vîtesse avec laquelle un globe aérostatique s'élève au travers de l'air, diminue de plus en plus; et que le globe s'arrête enfin, lorsque la diminution graduelle de la *poussée*, l'a réduite à l'égalité avec le *poids* du ballon.

CHAPITRE V.

De la diminution qu'éprouve la pesanteur d'un corps plongé dans un fluide.

§ 102. L'EFFORT que font les fluides pour soulever les corps, qui sont plongés au milieu d'eux, étant directement opposé à l'action de la pesanteur, le poids de ces corps est nécessairement diminué ; et cette diminution est évidemment égale à la poussée du fluide, c'est-à-dire, au poids du volume de fluide déplacé. Il suit de là, que la quantité dont le poids d'un corps diminue, quand il est plongé dans un fluide, est d'autant plus grande, que le fluide a plus de densité. Ainsi un corps pèse moins dans l'eau de mer, que dans l'eau douce, moins dans une eau froide, que dans une eau dont la température est plus élevée.

Expérience. On place dans de l'esprit-de-vin (fig. 83.e) une petite figure d'émail, dont le poids est tel, qu'elle surnage à peine. On chauffe cet esprit-de-vin; et lorsque sa température est parvenue à un certain degré, on voit le corps qui était à la surface, descendre au travers de la liqueur, jusqu'à ce qu'il soit arrivé au fond : ce qui prouve qu'il est alors plus lourd, que le volume de fluide dont il occupe la place. Il n'est ainsi devenu plus pesant, que parce que la liqueur, en s'échauffant, est devenue plus légère, et qu'elle ôte alors à la figure d'émail une moindre partie de son poids. La même figure par la raison contraire, remonte à la surface, lorsque la liqueur se refroidit.

Autre expérience. Si l'on met sur de l'eau pure un corps dont la pesanteur soit telle, qu'il plonge presqu'entièrement, on le verra descendre au travers du fluide, lorsqu'on versera de l'esprit-de-vin sur cette eau ; et réciproquement, un corps qui serait au fond de l'eau, mais qui n'aurait qu'un très-petit excès de pesanteur, remonterait à la surface, si l'on faisait dissoudre dans cette eau une suffisante quantité de sel. Si donc la densité ou la température d'un fluide sont sujettes à varier, la pesanteur relative des corps qui y sont plongés, subira des variations correspondantes ; et si leur poids diffère peu du poids du fluide, on les verra monter ou descendre, suivant les circonstances. La fumée qui sort du sommet de l'*Etna*, quelquefois s'élève dans l'atmosphère, et d'autres fois descend le long de la montagne : on la voit aussi dans certains temps, s'étendre et former une couche horizontale. Il est visible que ces phénomènes dépendent de la densité de l'air qui environne le sommet de la montagne, et que la direction de la fumée peut servir à faire connaître cette densité, et tenir en quelque sorte lieu de baromètre. On remarque aussi la même chose dans les brouillards et les nuages.

§ 103. Si la perte de poids que fait un corps plongé dans un fluide, dépend de la densité de ce fluide, elle dépend aussi du volume du corps, et elle augmente ou diminue, selon que ce volume devient plus grand ou plus petit.

Expérience. Dans un flacon plein d'eau (fig. 84.e), plongez une ampoule ou sphère creuse de verre, percée dans sa partie inférieure d'une petite ouverture. En introduisant un peu d'eau dans cette sphère, réglez-en le poids de manière qu'elle soit presqu'entièrement immergée. Le flacon étant exactement rempli d'eau, bouchez-le avec un morceau de vessie fortement lié autour du goulot. L'ampoule de verre se tiendra naturellement, à la surface de l'eau :

mais si l'on vient à presser un peu la vessie avec le doigt, on la verra aussitôt descendre au travers de la liqueur, et elle remontera à la surface, dès qu'on cessera de presser. On pourra même ménager la pression, de manière que le corps se tienne en équilibre dans le fluide, sans monter ni descendre.

Dans l'expérience qu'on vient de décrire, la pesanteur *relative* du corps plongé, ou le rapport de son poids au poids de l'eau qu'il déplace, change en plus ou en moins, parce que son volume éprouve lui-même des changemens en sens contraires : mais la chose se fait sans que l'œil puisse s'en appercevoir. L'ampoule de verre est creuse intérieurement, et sa capacité ne communique au dehors que par la petite ouverture dont on a parlé, et qui est placée dans la partie inférieure. Cette capacité est naturellement remplie d'air, et l'eau ne saurait y pénétrer d'elle-même, au moins tant que l'ampoule est à la surface du fluide. Le volume de ce petit corps se compose donc du volume de la matière dont il est fait, plus de celui de l'air qu'il contient. Son volume, c'est tout l'espace qu'il occupe dans l'eau, et dont il exclut ce fluide. Le poids absolu de ce corps est donc diminué de tout le poids de l'eau dont il tient la place.

Cela posé, lorsqu'on presse avec le doigt la vessie qui bouche le flacon, cette pression se transmet, au moyen de l'eau, jusqu'à l'air qui est logé dans la sphère de verre. Ce dernier fluide, comme étant compressible, cède à cette force, et se resserre dans un plus petit espace : un peu d'eau s'introduit dans l'intérieur de la sphère, et le volume de celle-ci est ainsi diminué, puisqu'elle déplace une moindre quantité d'eau. Elle perd donc une moindre partie de son poids ; et se trouvant alors plus pesante qu'un pareil volume d'eau, elle descend au travers de ce fluide. Lorsque la pression cesse, l'air intérieur reprend

ses premières dimensions, et repousse l'eau qui avait pénétré dans l'espace qu'il remplissait : le corps plongé revient à son premier volume ; et déplaçant la même quantité de fluide que d'abord, il se trouve respectivement plus léger, et remonte à la surface. En diminuant plus ou moins par la pression le volume de cet air, qui fait partie du volume du corps, on peut à son gré changer le rapport entre le poids absolu de l'ampoule de verre, et celui de l'eau dont elle tient la place.

§ 104. On pourrait penser peut-être que c'est l'eau qui a pénétré dans la sphère de verre, qui la rend ainsi plus pesante, en ajoutant son poids au sien. L'on pourrait même vouloir citer à l'appui de cette opinion, l'expérience suivante, qu'on trouve dans plusieurs ouvrages de physique, et où elle est assez mal expliquée.

Expérience. On met en équilibre au bras d'une balance (fig. 85.e) une petite fiole de verre, vide et bouchée, et qui plonge entièrement dans l'eau, au moyen d'un lest suffisant. L'équilibre établi, on ôte le bouchon : à l'instant la fiole se remplit d'eau et entraîne la balance de son côté : on rétablit l'équilibre, en mettant dans le bassin opposé un poids égal au poids de l'eau qui est entrée dans la fiole. On a conclu de cette expérience, que le bras de la balance qui soutient la fiole, soutient en outre le poids de l'eau dont elle est remplie, lors même que la fiole est entièrement plongée dans ce fluide. Mais il est facile de faire voir que cette conséquence est fausse, et ne saurait être admise en aucune manière.

Chacun sait assez par expérience, que lorsqu'on tire de l'eau d'un puits, le bras n'a presqu'aucun effort à faire, tant que le seau est au-dessous de l'eau ; et que le poids de celle qu'il contient ne commence à se faire sentir, que lorsqu'il s'élève au-dessus du niveau. Il résulte de ce fait commun et non contesté, qu'il n'est pas vrai que le poids de

l'eau dont la fiole de l'expérience ci-dessus est remplie dans le second cas, se fasse sentir au bras de la balance. Si l'équilibre est rompu lorsqu'on laisse entrer l'eau dans la fiole, s'il se rétablit lorsqu'on ajoute de l'autre côté un poids égal au poids de l'eau entrée, il faut en chercher une autre raison que celle qu'on a apportée tout-à-l'heure.

La fiole vide ou pleine d'air, ce qui est ici la même chose, tient la place d'un volume d'eau dont le poids exprime ce que cette fiole, ainsi plongée dans l'eau, perd de sa pesanteur propre. La même fiole remplie d'eau, ne déplaçant plus qu'un volume beaucoup moindre, perd moins par conséquent, et doit paraître plus pesante. Voilà évidemment la raison pour laquelle l'équilibre est rompu, quand on laisse entrer l'eau dans la fiole. De plus, la différence entre les volumes de fluide, déplacés dans les deux cas, est justement égale au volume de l'eau que la fiole a reçue dans sa capacité. L'excès de son poids, dans le dernier cas, sur son poids dans le premier, est donc égal au poids de cette quantité d'eau, qu'elle déplace de moins: voilà aussi pour quelle raison cette même quantité d'eau est nécessaire et suffisante pour rétablir l'équilibre. L'expérience est donc expliquée dans toutes ses parties, conformément aux véritables principes de l'hydrostatique. Du reste, ce qui ajouterait à la preuve de raisonnement la preuve de fait, c'est que l'expérience donne le même résultat, lorsque l'ouverture de la fiole est tournée en bas, et que le poids de l'eau dont elle est remplie, ne peut évidemment pas se faire sentir au bras de la balance.

§ 105. C'est de la même manière qu'il faut expliquer l'expérience par laquelle on prouve ordinairement la pesanteur de l'air. On prend un ballon de verre, dans lequel on fait le vide le plus exactement qu'il est possible, et on le pèse lorsqu'il est ainsi purgé d'air. Après cela on ouvre le ballon, et on laisse

rentrer l'air dans son intérieur : on le pèse de nouveau, et il se trouve alors plus pesant qu'il n'était auparavant. La différence de pesanteur, dans les deux cas, exprime le poids de l'air que le ballon contient, ou plutôt de l'air que la pompe pneumatique en avait chassé : car on sait qu'il n'est pas possible de faire par ce moyen un vide parfait.

La conséquence tirée de cette expérience est vraie, mais par une raison différente de celle qu'on imagine d'abord. En effet, on conçoit qu'il n'est pas possible de peser l'air dans l'air même ; parce que ce fluide étant par-tout en équilibre avec lui-même, toutes ses parties se soutiennent et se contre-balancent mutuellement, et ne peuvent par conséquent faire sentir leur pesanteur particulière. Pour peser l'air directement, il faudrait que le vaisseau où il est contenu, fût placé dans le vide ; ce qui ne serait guère praticable. Mais cette réflexion n'empêche pas, que l'expérience rapportée ne fasse en effet connaître le poids de l'air.

Quand on pèse le ballon dans lequel on a fait le vide, ce n'est pas le poids absolu de ce ballon que l'on obtient, mais son poids, diminué du poids du volume d'air dont il tient la place ; et ce volume est alors égal au volume total du ballon, y compris sa capacité intérieure. Quand ensuite on le pèse une seconde fois rempli d'air, l'on n'a encore que son poids, moins celui de l'air déplacé. Or, il est évident que la quantité de ce fluide, qui est déplacée dans ce second cas, est bien moindre, puisque l'air remplit la capacité du ballon. La différence entre les volumes déplacés dans les deux cas, est visiblement égale à cette capacité, ou plus exactement, au volume de l'air que la pompe a chassé. L'augmentation trouvée dans le poids du ballon à la seconde pesée, doit donc représenter le poids du volume d'air qui est rentré. Il est donc vrai de dire qu'on a pesé l'air dans cette expérience : mais c'est en l'expliquant, comme on vient de faire.

§ 106. C'est encore ici le lieu de relever une expérience dont on a donné une explication très-erronnée, et de la ramener aux véritables principes. Voici le fait.

Expérience. On suspend au bras d'une balance (fig. 86.e) un vase contenant de l'eau; et après avoir établi l'équilibre au moyen d'un contre-poids suffisant, on fait plonger dans l'eau du vase un corps quelconque, un cylindre de métal, par exemple, que l'on tient à la main, ou qui est attaché fixément à quelque support. Aussitôt l'équilibre est rompu par cette seule *immersion* en faveur du vase, et le contre-poids est enlevé. Le vase devient donc plus pesant, quoique le corps plongé ne cesse pas d'être soutenu par la main qui le tient, ou par le support où il est fixé. Cet effet est le même, soit que le cylindre plongé soit creux ou solide; qu'il soit de bois ou de métal.

Pour expliquer cette expérience, on a dit, que le vase devenait plus pesant par l'immersion du cylindre, par la raison que le niveau du fluide s'élevant alors, la pression sur le fond devenait plus grande; et que cette augmentation de pression se faisait sentir au bras de la balance qui soutenait le vase. Mais en donnant cette explication, on avait sans doute oublié la distinction importante établie précédemment, entre le *poids* d'un fluide et la *pression* qu'il exerce. On avait oublié, que si la pression d'une quantité donnée de fluide peut varier suivant les circonstances, le poids de cette même quantité de fluide est une chose absolument invariable; et qu'il demeure le même, quelque soit la figure que prend le fluide, quelque soit l'espace qu'il occupe. Il est trop évident, qu'une livre d'eau ne peut jamais peser ni plus, ni moins qu'une livre; et qu'il est également impossible que la forme du vase puisse augmenter ou diminuer ce poids. C'est cependant ce poids seul que supporte le bras de la balance : l'explication apportée ne peut donc être admise; et il n'est pas douteux

pèse autant que l'eau qu'il déplace (*g*). C'est au reste ce qui peut se prouver par l'expérience.

Expérience. Un vase cylindrique (fig. 87.e) communique avec un tuyau de verre *ab*, qui s'élève parallèlement à côté du vase : on met de l'eau dans le vase, et l'on marque avec un fil la hauteur *cd* du fluide dans le tuyau latéral. On pose ensuite sur l'eau un corps assez léger, pour qu'il puisse flotter, et qui ne soit pas de nature à s'imbiber d'eau, tel que serait une boule de cire. A l'instant le niveau s'élève en *ef*, et l'eau monte dans le tube au-dessus du fil. Au moyen d'un petit robinet, on soutire par le bas toute l'eau nécessaire, pour ramener le niveau à la marque faite d'abord ; et l'on a ainsi la quantité de fluide qui a été déplacée par l'immersion de la boule de cire. On pèse l'eau tirée, et son poids se trouve exactement égal au poids de ce corps. Il est donc prouvé, qu'un corps qui surnage dans un fluide, déplace dans ce fluide un volume, dont le poids est justement égal au sien. Un corps qui s'élève au travers d'un fluide, ne peut s'arrêter, que lorsque cette condition se trouve remplie. Si ce corps est d'abord poussé de haut en bas par une certaine force, après être descendu quelques instans dans le fluide, il remontera toujours à la surface, où l'équilibre s'établira, comme on vient de dire.

§ 108. Quoique un corps soit plus léger que le fluide où il est plongé, et que pour cette raison il demeure à la surface ; il est néanmoins facile de le faire plonger entièrement, et de le forcer de descendre

(*g*) L'équation ci-dessus $\varphi - \varphi' = pv - p'v$, qui a lieu, lorsque le corps est entièrement plongé ; devient $\varphi - \varphi' = pv - p'v'$, lorsqu'il surnage en partie, et qu'on désigne par v' le volume plongé. Dans le cas d'équilibre $\varphi = \varphi'$: donc $pv = p'v'$; ou le poids du corps égale le poids du fluide qu'il déplace.

descendre au travers du fluide. Il suffit pour cela de le lier à quelque autre corps d'une masse, et d'un volume tels, que l'assemblage total soit plus pesant qu'un pareil volume de fluide. Ainsi un morceau de liége descend dans l'eau, s'il est lesté avec une quantité suffisante de plomb.

Pareillement lorsqu'un corps est plus pesant que le fluide dans lequel il est plongé, et qu'il se trouve ainsi tout-à-fait au fond, on peut encore le faire élever au travers de ce fluide, en l'unissant à d'autres corps plus légers, et faisant ensorte que l'assemblage pèse moins, que le volume de fluide dont il tient la place. C'est ainsi qu'avec *cinq* ou *six* livres de liége, le corps de l'homme flotte sur l'eau, sans pouvoir enfoncer entièrement. C'est ainsi encore qu'on voit un morceau de sucre s'élever au travers de l'eau, lorsque les bulles d'air, dégagées par l'acte de la *dissolution*, et adhérentes à la surface du sucre, lui donnent un volume qui le rend plus léger qu'un pareil volume du fluide : mais il retombe à l'instant, dès que ces petites bulles d'air se sont détachées et dissipées dans l'atmosphère.

CHAPITRE VII.

Des globes aérostatiques.

§ 109. C'EST en faisant usage des principes qu'on vient d'établir, qu'on est parvenu à faire élever dans l'air des corps d'un poids considérable, et celui même de l'homme, qui par la pesanteur de sa masse, semblait condamné à ne pouvoir se détacher de la surface de la terre. La première expérience dans laquelle on vit un globe de toile ou de papier, monter au travers de l'air, quoique fort simple, et indiquée par les premiers principes de l'hydrostatique, excita l'étonnement et l'admiration de tout le monde. Une chose qui aurait du être connue depuis long-temps, un fait dont plusieurs savans avaient autrefois apperçu la possibilité, c'est M. Montgolfier qui nous l'a montré pour la première fois en 1783. Cet homme célèbre nous apprit à cette époque, que si l'on prend une enveloppe assez grande et assez légère, ayant à-peu-près la forme d'un globe; et qu'au moyen du feu, l'on raréfie l'air qu'elle renferme; on verra cette enveloppe, devenue plus légère que l'air, monter au travers de ce fluide; et si elle emporte avec elle le foyer, qui est la cause de son ascension, elle continuera de monter, jusqu'à ce qu'elle soit arrivée dans une région, où il y ait équilibre entre son poids, et la poussée du fluide environnant.

Quelques savans respectables ont cherché à l'ascension des globes à feu, une autre cause que la raréfaction de l'air, opérée par l'action de la chaleur, et par la présence de la flamme. Dans une expérience faite à ce sujet, on avait trouvé, que l'air contenu dans le globe était plus pesant

que l'air du dehors ; et l'on avait conclu de-là, que l'air raréfié ne pouvait être la cause de l'ascension de ces machines. Mais premièrement ce n'est pas l'air seul qui a été pesé, mais un air mêlé avec la fumée des matières combustibles, et qu'on a puisé dans le ballon, pendant qu'il était retenu, et qu'il ne pouvait s'élever au-dessus de ces vapeurs grossières. En second lieu cette fumée pesée avec l'air, ne peut, comme on l'a cru, être un obstacle à l'élévation du ballon : car il est évident qu'elle ne pèse que sur l'air inférieur, et qu'elle doit rester au-dessous, à mesure qve le ballon s'élève. Enfin je ne crois pas que personne doute aujourd'hui, que la véritable cause de l'ascension des globes à feu, soit le courant d'air raréfié, qui passe au travers de la flamme, et qui à raison de cette grande raréfaction, jouit d'une force ascensionnelle très-considérable, et entraîne le globe avec lui.

§ 110. Dès qu'on eut trouvé le moyen de faire élever des globes à feu au travers de l'air, on imagina de s'en servir pour donner des ailes à l'homme, et le transporter au milieu des régions atmosphériques. C'est encore M. *Mongolfier* qui en eut la première idée, et qui la mit le premier à exécution. Depuis long-temps l'homme paraissait jaloux de voyager dans les plaines de l'air : plusieurs mécaniciens avaient cherché le moyen de se faire des ailes. M. *Mongolfier* a mis fin à toutes ces recherches, en nous fournissant le moyen de nous élever dans l'atmosphère, et même de tenter quelques voyages au travers de l'air.

C'est à Lyon que la première grande expérience de ce genre a été exécutée. Au commencement de 1783, on vit dans cette ville un globe immense, de *cent pieds* environ de hauteur, fait en toile, fortifié extérieurement par un grand nombre de petites cordes, entrelacées en manière de filet, portant un vaste réchaud, et une galerie circulaire, se dilater par le moyen du feu, s'enfler à la vue d'une foule immense, et enlever avec lui sept

voyageurs, dont les noms recommandables la plupart sous d'autres aspects, seront inscrits honorablement dans les fastes de la science. Il serait difficile de décrire la profonde sensation, que produisit dans tous les esprits un spectacle aussi nouveau, et sur-tout de peindre la frayeur universelle, lorsque ce ballon, après s'être élevé quelques instans, redescendit précipitamment vers la terre. Le globe qui avait beaucoup souffert par le mauvais temps, qui était déchiré et pourri dans plusieurs endroits, et qui d'ailleurs était excessivement chargé, s'entrouvrit à une petite hauteur, et retomba à peu de distance du lieu d'où il s'était élevé. Heureusement que l'immensité de son volume rallentit sa chute, et qu'il n'arriva aucun mal aux hardis voyageurs. Ce mauvais succès ne découragea point, et peu de temps après, un autre ballon, mais d'une moindre dimension, fut encore lancé à Lyon, en présence du Roi de Suède, et les deux voyageurs que ce globe avait enlevés, descendirent avec lui sans accident. (Note 16.e)

§ 111. Un globe qui s'élève par le moyen du feu, peut parvenir à une assez grande hauteur. En effet, le globe emportant avec lui un foyer toujours en activité, et qui raréfie avec la même énergie l'air qui l'environne, dans les différentes régions qu'il traverse, ce globe s'élèverait de plus en plus, si son enveloppe était d'ailleurs assez légère. Mais, comme on sait, l'activité du feu diminue à mesure qu'on monte plus haut, à cause de la rareté de l'air. Il y a même un tel degré de raréfaction, où la flamme ne saurait subsister. Le terme de l'élévation d'un globe pareil, ne peut donc pas être placé à une très-grande hauteur. Ajoutez à cela, que son poids est encore un obstacle invincible à une élévation indéfinie; et qu'il est forcé de s'arrêter enfin, lorsque ce poids est égal à la force ascensionnelle de l'air raréfié.

D'un autre côté, l'activité du feu étant sujette à varier, il est clair que le globe ne pourra pas se

maintenir long-temps à une même hauteur ; et il sera forcé de descendre lorsque le feu diminuera. De plus les mouvemens de l'air pouvant entrainer par côté une partie de cette colonne plus légère, qui fait monter le ballon, son ascension se fera d'une manière inégale : il se balancera dans l'air ; et il pourra même se faire, que l'enveloppe prenne feu dans quelqu'une de ses inclinaisons, comme cela est arrivé fréquemment aux globes de papier, que l'on a fait élever par amusement. Il paraît même que c'est un accident de cette espèce, qui occasionna le malheur du trop hardi *Pilatre de Rosier*, et le précipita du milieu des airs, lorsqu'il se proposait de passer de France en Angleterre, au moyen d'un ballon. Cette malheureuse catastrophe, les dangers qui accompagnent l'emploi du feu, la difficulté de l'entretenir, et sur-tout d'en régler l'action, ont fait renoncer à ce moyen dangereux, et on en préfère aujourd'hui un autre plus dispendieux, mais plus sûr.

§ 112. On obtient de l'acide sulfurique sur le fer et l'eau, un fluide semblable à l'air par les apparences extérieures, mais qui en diffère essentiellement par diverses propriétés, et sur-tout par une pesanteur beaucoup moindre. Ce fluide que l'on appelle *gaz hydrogène*, et qui est inflammable, pèse lorsqu'il est bien pur, environ *treize fois* moins que l'air atmosphérique. Une enveloppe fort mince, faite en *peau de bodruche*, ayant seulement *un pied*, ou même moins, de diamètre, lorsqu'elle est remplie de ce gaz, s'élève au travers de l'air, dans les parties basses de l'atmosphère. On conçoit donc, qu'en donnant au globe une capacité suffisante, on peut, en le remplissant de ce fluide léger, le rendre capable de s'élever très-haut dans l'air, et d'emporter avec lui des corps très-pesans.

C'est avec des globes remplis de ce gaz inflammable, que différens artistes et physiciens se sont élevés au milieu des airs, et ont même fait d'assez

longs trajets dans l'atmosphère. M. *Charles*, physicien distingué de la Capitale, est le premier qui ait employé ce moyen, dans la même année 1783, et qui ait osé prendre ainsi son essor. Il partit avec un de ses amis, M. *Robert*, du milieu des *Tuileries*, et alla au bout d'un temps fort court, descendre à plusieurs lieues de Paris. D'autres à son exemple, ont voyagé de même au milieu des airs; et M. *Blanchard*, célèbre par un très-grand nombre d'ascensions, exécutées avec autant d'intelligence que de bonheur, a eu seul jusqu'ici la hardiesse de passer en 1789, d'Angleterre en France, sur la foi d'un globe à gaz hydrogène. Dans ces derniers temps, des physiciens du premier mérite, se sont élevés de même très-haut dans l'air, pour y faire des observations; et il paraît qu'on est parvenu par ce moyen jusqu'à une hauteur de 3000 toises environ, ou 6000 mètres.

A mesure que le globe monte dans l'air, le gaz moins pressé s'étend de plus en plus, et fait effort contre son enveloppe. Pour empêcher qu'il ne la déchire, on laisse dans la partie inférieure, une ouverture par laquelle le fluide surabondant peut s'échapper dans l'atmosphère. Le gaz contenu dans le ballon se raréfiant donc à mesure qu'il parvient dans un air plus rare, il est ainsi toujours plus léger que le fluide environnant. Mais le mouvement d'ascension doit néanmoins se rallentir de plus en plus, et cesser enfin quand le poids de l'enveloppe, qui est toujours le même, plus celui du fluide qu'elle contient, se trouve égal à l'excès du poids de l'air déplacé sur le poids total du ballon.

§ 113. S'il était difficile de faire élever au travers de l'air des masses d'un certain poids, il ne l'était pas moins de les faire redescendre, en ménageant leur vîtesse, et empêchant que leur retour vers la terre ne fût une véritable chute. Pour obtenir cet effet dans les globes à feu, il fallait diminuer graduellement

l'activité du feu, ce qui était très-difficile; ou laisser pendre jusqu'à terre une corde, par le moyen de laquelle on pût ramener le ballon, ce qui présentait d'autres inconvéniens. Dans les globes à gaz *inflammable* ou *hydrogène*, le seul moyen consiste à ouvrir une soupape, qui est sur le côté, pour laisser échapper une partie du gaz, qui est ainsi perdue. Mais le globe devenu par ce moyen plus pesant que le fluide dans lequel il se trouve, descend avec une vîtesse proportionnelle à cet excès de pesanteur, et que l'on peut modérer, soit en laissant sortir moins de gaz, soit en jettant quelque portion du *lest*, que l'*aréonaute* a toujours soin d'emporter avec lui.

CHAPITRE VIII.

De la stabilité des corps flottans.

LORSQU'UN corps flotte sur un fluide, l'équilibre, comme on a vu, ne peut avoir lieu, qu'autant que les deux forces qui agissent sur lui, la *pesanteur*, et la *poussée* du fluide, sont directement opposées; et par conséquent il est nécessaire pour cela, que les centres de gravité, G et G′, (fig. 88.) qui sont les centres de ces forces, soient situés sur une même ligne verticale, AB. Mais lorsque cette dernière condition est remplie, le corps en équilibre peut avoir plus ou moins de *stabilité*, c'est-à-dire, être plus ou moins facile à renverser. Examinons les circonstances qui peuvent favoriser son renversement, ou le rendre plus difficile.

§ 114. Lorsqu'une force étrangère agit contre un corps flottant, et qui est en équilibre sur un fluide, son action fait de suite pencher le corps; elle en élève

certaines parties, oblige d'autres à s'enfoncer, et tend à le renverser tout-à-fait. La résistance que le corps oppose à ce renversement, dépend de la position respective des points G et G', centres d'action de la pesanteur et de la poussée. Or, il y a trois cas ici à considérer : ou le centre G de gravité du corps est placé au-dessus du centre G' de gravité du fluide déplacé, ou ces deux centres se trouvent confondus en un seul et même point, ou enfin G est situé au-dessous de G'. Commençons par ce dernier cas.

1.° Soit donc G (fig. 88.e) le centre de gravité du corps, placé dans l'état de repos, au-dessous de G', centre de gravité du fluide déplacé. Si l'action du vent, ou une autre force quelconque, oblige le corps de prendre la situation *ab*, le centre de gravité G restera toujours au même point de l'axe du corps, tandis que l'autre centre G' s'en sera écarté du côté vers lequel penche ce corps, parce que la partie immergée n'est plus la même. Dans cet état des choses, il est facile de voir que les deux forces G et G' luttent toutes les deux, contre la force étrangère, qui agit en *a* : car la première fait effort pour baisser l'extrémité inférieure *b* de l'axe, et l'autre pour relever son extrémité supérieure *a*. Aussi dès que cette force étrangère cessera d'agir, on verra le corps se redresser, et revenir à sa première position, après avoir fait néanmoins un nombre d'oscillations plus ou moins considérable, semblables à celles d'un *pendule* autour de la ligne de son repos. Lorsque les deux centres de gravité sont donc placés comme on vient de dire, il est absolument impossible que le corps soit renversé, puisqu'il faudrait pour cela, que G' passât de l'autre côté de l'axe, ou du côté qui s'élève au-dessus de l'eau. Un bâtiment qui, à raison de sa construction, ou de la manière dont il est chargé, se trouve dans le cas dont il est ici question, jouit de toute la *stabilité* possible : il peut *puiser* et *couler à fond* : mais il ne saurait *chavirer*,

et il est à l'abri de tout renversement opéré par une cause quelconque.

2.° Si le centre de gravité du corps se trouve placé au même point, que le centre de gravité du fluide déplacé, le corps sera également difficile à renverser. En effet, lorsque quelque force extérieure fera pencher ce corps, son centre de gravité restant fixe, ce sera le point sur lequel agit la poussée du fluide, qui changera de place : mais ce point devant toujours se trouver du côté par lequel le corps penche, et enfonce davantage, comme on le voit dans la figure 89.e, il suit que cette dernière force, de même que la pesanteur, quoique agissant en sens contraire, travaillent encore l'une et l'autre à ramener le corps dans sa première situation ; et le corps en effet y reviendra bien vîte, dès qu'il en aura la liberté.

3.° Reste enfin le cas où le centre de gravité du corps se trouve placé audessus de celui de la partie submergée. Dans cette position, le corps aura plus ou moins de stabilité, suivant la distance qu'il y aura entre ces deux points ; et l'inclinaison que pourra prendre le corps sans se renverser, aura une limite au-delà de laquelle le renversement deviendra inévitable. On trouve que le corps flottant, quelque soit son inclinaison, tend toujours à se relever, tant que *la verticale, menée par le centre de gravité de la partie submergée dans cet état d'inclinaison, rencontre l'axe du corps en un point placé au-dessus du centre de gravité du corps total.* Dans ce cas, la poussée du fluide conspire avec la pesanteur, pour ramener le corps dans sa première position. Mais si le centre de gravité du corps se trouve placé au-dessus de l'intersection des deux lignes, alors il faut de nécessité que le corps se renverse, la poussée du fluide agissant comme la pesanteur, pour le faire tourner sur lui-même, et faire passer son centre de gravité au-dessous de celui de la partie submergée.

La chose est rendue extrêmement sensible par la fig. 90.e, où G est toujours le centre de gravité du corps, et G′ celui de la partie submergée, considérée comme homogène. Dans la position où l'axe AB est perpendiculaire à la surface du fluide, ces deux centres de gravité sont au-dessus l'un de l'autre, et le corps est en équilibre et en repos. Dans la position inclinée *a b*, le centre de gravité de la partie plongée n'est plus dans la même ligne verticale avec l'autre, et il a passé en G′. Mais comme la verticale élevée par ce point G′ va rencontrer l'axe au-dessus du point G, il est clair que la poussée du fluide fait effort pour redresser cet axe, et rétablir le corps dans son premier état. La pesanteur, de son côté, concourt aussi pour produire le même effet. Enfin, si l'axe du corps est dans la situation *a′ b′*, la direction de la poussée rencontrant cet axe au-dessous du centre de gravité G, cette force tend évidemment à augmenter l'inclinaison du corps, et à le faire tourner sur lui-même. La pesanteur, dont la direction passe à côté de G′, du côté où penche le corps, tend aussi à l'entraîner en bas, et à amener son centre de gravité au-dessous de celui de la partie immergée. Dans ce cas le renversement est inévitable, et le corps tourne sur lui-même. Au reste, on pourra toujours reconnaître aisément ce qui doit arriver dans tous les cas, en considérant les forces G et G′ comme deux forces égales, parallèles, agissant suivant des lignes verticales, et appliquées aux deux extrémités de la droite, menée de l'une à l'autre.

Concluons de ce qu'on vient de dire, que pour donner à un corps flottant toute la stabilité désirable, il faut avoir soin de placer son centre de gravité le plus bas possible. C'est pour cette raison qu'on charge le fond des bâtimens avec du sable, du gravier, des boulets, et autres matières pesantes, ce qu'on appelle le *lest ;* et qu'en distribuant la *cargaison*, on a soin de mettre plus bas tout ce qu'il y a de plus lourd.

Le centre de gravité de tout cet assemblage ou *système* de corps, se trouve ainsi placé le plus bas qu'il se peut, et le bâtiment en acquiert plus de stabilité, et ne court point de risque d'être renversé par l'action du vent ou le choc des vagues.

C'est la mauvaise position du centre de gravité qui rend les petits bateaux sujets à *chavirer*. Lorsqu'un batelet est rempli de passagers, sur-tout si les passagers se tiennent debout, le centre de gravité commun se trouve fort élevé au-dessus du centre de gravité du volume d'eau déplacé : par conséquent, si quelque imprudence ou quelque accident vient à faire pencher un peu trop la barque, elle tourne tout-à-fait sur elle-même, et tous les passagers sont précipités dans l'eau. Cet accident est moins à craindre dans les bateaux qui *tirent plus d'eau ;* c'est-à-dire, qui enfoncent davantage dans l'eau, parce que leur centre de gravité est nécessairement placé plus bas.

§ 115. Lorsqu'un corps flotte sur un fluide, il ne faut pas croire que ce soit la quantité de fluide qui est au-dessous de lui qui soutienne ce corps. Non : le fluide qui est au-dessous n'est pour rien dans l'effet, et le corps est également soutenu, soit qu'il y ait plusieurs pieds d'eau sous lui, soit qu'il n'y en ait que quelques lignes. Il est vrai que si, dans ce dernier cas, il vient à balancer, il est exposé à toucher le fond. Ce qui soutient le corps, c'est le fluide qui s'élève autour de lui : ce sont les colonnes latérales, dont la pression se transmet à sa surface inférieure, et qui font effort pour le soulever. Ainsi, quelques livres d'eau peuvent soutenir un poids de plusieurs quintaux. Il suffit pour cela qu'elles soient contenues dans un bassin profond, et qui n'ait guère plus de largeur que le corps qu'il faut soutenir, comme on le voit fig. 91.e Pourvu que ce corps pèse moins qu'un volume d'eau égal à son propre volume, il sera soutenu, quoique le poids réel du fluide qui

le soutient soit bien inférieur à son propre poids. C'est ici un phénomène semblable à celui du *soufflet hydrostatique*, dont il a été question dans la première section.

CHAPITRE IX.

De la manière de déterminer par l'hydrostatique le volume d'un corps.

LES principes établis dans cette troisième section fournissent la solution de plusieurs *problèmes* importans dont nous allons nous occuper.

§ 116. Le *volume* d'un corps est la grandeur absolue de l'espace qu'il occupe. Le volume se mesure ordinairement en *pieds-cubes*, en *pouces-cubes*, etc. ; ou bien comme dans le nouveau système, en *mètres-cubes*, en *décimètres-cubes*, etc. Le pied cube est une portion d'espace qui a un pied de hauteur, un pied de longueur, et un pied de largeur. On voit par-là ce que c'est que le pouce-cube, le mètre-cube, etc. Le pied cube contient 1728 pouces cubes, qui est le résultat de 12 *multiplié par* 12 *multiplié par* 12. Le mètre cube renferme 1000 décimètres cubes, qui viennent de 10 *multiplié par* 10 *multiplié par* 10.

Quelque soit la figure d'un corps, on conçoit que l'espace qu'il occupe, pourrait contenir un certain nombre de pieds cubes ou de mètres cubes ; et ce nombre exprime alors le volume du corps. La *géométrie* enseigne à trouver le volume des corps : mais pour faire usage des moyens qu'elle fournit, il faut que les corps aient une certaine régularité. Quand

la figure d'un corps est fort irrégulière, la géométrie ne saurait en donner le volume qu'avec beaucoup de peine, et par approximation seulement. L'hydrostatique vient ici à son secours, et mesure avec exactitude le volume des corps les plus irréguliers, pourvu qu'ils puissent être plongés dans l'eau, sans être attaqués ou pénétrés par ce fluide.

§ 117. On donne le nom de *balance hydrostatique* à une balance ordinaire (fig. 92.e) dont le fléau, porté par un pied de forme quelconque, peut s'élever ou s'abaisser au moyen d'une crémaillère, et dont les bassins sont garnis par-dessous d'un petit crochet, qui sert à suspendre les corps que l'on veut soumettre à l'expérience. Ces corps sont tenus au moyen d'un crin de cheval, afin que leur volume n'en reçoive pas une augmentation sensible, et parce que le crin est à-peu-près de même pesanteur que l'eau. L'aiguille du fléau se meut devant un arc de cuivre divisé, afin qu'on puisse juger plus surement de la position de ce fléau. La description de cet appareil devait précéder la solution du problème.

§ 118. Soit donc proposé de trouver par l'hydrostatique le volume d'un corps; et supposons d'abord que le corps dont on veut avoir le volume, soit plus pesant que l'eau. Dans ce cas, on commencera par peser le corps suivant la méthode ordinaire; c'est-à-dire, en le mettant dans un des bassins de la balance, ou le suspendant au-dessous avec un crin de cheval, et mettant dans l'autre bassin les poids nécessaires pour l'équilibre. On le pèsera ensuite une seconde fois, en le faisant entièrement plonger dans l'eau. Il pèsera moins dans ce second cas, et son poids sera justement diminué d'une quantité égale au poids de l'eau dont il tient la place. Or, comme ce fluide se moule exactement sur le corps qu'il embrasse, le volume de fluide déplacé par l'immersion du corps est parfaitement égal au volume de ce corps. La différence des deux pesées donne donc le poids d'une

§ 119. Il y a un autre moyen *hydrostatique* de connaître le volume des corps. On a pour cela un vaisseau (fig. 93.[e]) qui porte sur le côté un tuyau recourbé, et qu'on remplit d'eau jusqu'à la courbure du tuyau. On y plonge ensuite avec précaution le corps dont on veut connaître le volume, et l'on recueille avec soin toute l'eau, que son immersion a fait sortir par le tuyau latéral. On pèse cette eau, et de son poids l'on déduit son volume, qui est le même que celui du corps plongé. Si le corps n'est pas assez pesant pour plonger entièrement, ce procédé donnera seulement le volume de la partie enfoncée dans le fluide.

C'est par ce dernier moyen qu'on peut trouver le volume du corps d'un homme. On le fait plonger entièrement dans un bassin exactement rempli d'eau jusqu'au bord, et l'on recueille toute la quantité d'eau qu'il en fait sortir. On pèse ensuite cette eau, ou bien on la mesure. Le volume du corps d'un homme de taille moyenne, et pesant environ 70 kilogr., est d'un peu moins de 7 *centièmes* de mètre cube, ou de *deux pieds cubes*. Si le bassin avait une forme régulière, il ne serait pas nécessaire de le remplir entièrement pour avoir le volume d'un corps : ce volume serait donné par la quantité dont le niveau du fluide se serait élevé.

CHAPITRE

CHAPITRE X.

De la manière de déterminer ce qui est nécessaire pour faire plonger dans un fluide un corps plus léger que ce fluide.

LORSQU'ON connaît le poids et le volume d'un corps plus léger que l'eau, on peut désirer encore de savoir, quelle est la quantité d'une autre matière connue qu'il faudrait y ajouter, pour le faire plonger entièrement, ou seulement pour le faire enfoncer d'une quantité donnée. Il y a ici deux cas à considérer : ou le volume de la matière ajoutée sera perdu dans le volume du corps donné, et ne contribuera point ainsi à l'augmenter : ou ce volume s'ajoutera à celui-ci, et occupera aussi une place dans le fluide. Voyons d'abord le premier cas, et prenons un exemple.

§ 120. On demande combien il faudrait ajouter de plomb à un cube de liége d'un *décimètre* de côté, pour qu'il descendît dans l'eau. Supposons que la pesanteur du liége soit le quart de celle de l'eau : donc le cube de liége ne déplacera que le quart d'un *décimètre cube* d'eau, et n'enfoncera dans ce fluide que le quart de son volume. Mais en introduisant du plomb dans son intérieur, et remplaçant les parties du bois par celles du métal, on pourra lui donner une pesanteur qui le fasse plonger entièrement : dans ce cas, il déplacera le volume d'un *décimètre cube* d'eau. Maintenant, le *décimètre cube* d'eau pèse *un kilogramme*, ou 1000 *grammes :* le cube de liége ne pèse donc que 250 grammes : donc, pour le faire plonger entièrement, il faudra y ajouter 750 grammes

de plomb, ou de toute autre matière plus pesante que l'eau, plus le poids du liége retiré (*l*).

On pourrait déterminer de la même manière quelle serait la charge nécessaire pour faire couler une barque à fond. Il faudrait d'abord mesurer par quelque moyen le volume de la barque; et dans ce volume est compris tout l'espace qui forme sa capacité intérieure. On saura ainsi quel est le nombre de mètres cubes d'eau qu'elle déplacerait, si elle enfonçait jusqu'à ses bords. On peut connaître d'ailleurs quel est le volume et le poids de la matière propre dont la barque est faite : il est donc facile de trouver quels sont les poids dont il faudrait la charger pour la submerger entièrement. Pour faire descendre dans la mer une barrique vide, il est visible qu'il faut un poids plus grand que celui de la quantité d'eau de mer qu'elle pourrait contenir; parce que le bois dont elle est faite est moins pesant que l'eau. De même une barque qui se remplit d'eau ne coulerait point à fond, si ce n'était le poids des matières qu'elle contient.

Il faut observer ici que lorsqu'un corps flotte sur l'eau, sa forme ne contribue point à le rendre plus ou moins léger. Tant que rien d'étranger ne s'ajoute à ce corps, il faut toujours le même poids pour le faire descendre dans l'eau; et plongé dans ce fluide, il en déplace toujours le même volume. Il est vrai

(*l*) On a toujours entre le poids du corps, son volume et sa pesanteur spécifique, l'équation $pv = a$. Si P est la pesanteur spécifique de l'eau, et b son poids sous le volume v, on aura, $Pv = b$. p' étant la pesanteur spécifique de la matière ajoutée, v son volume, a' son poids : $p'v' = a'$. Donc dans le cas où le corps plonge entièrement, et se tient en équilibre dans le fluide, on a l'équation, $pv + p'v' = Pv$, on a aussi $a + a' = b$. D'où l'on tire $a' = b - a$; ou $v' = \frac{v(P-p)}{p'}$. Le premier résultat donne le poids de la matière qu'on veut ajouter, et le second le volume de cette matière, dont la pesanteur spécifique est censée connue.

qu'il l'écarte avec plus ou moins de facilité, selon la forme particulière dont il est doué.

§ 121. Si le volume de la matière ajoutée doit entrer en considération, alors le problème reçoit une solution différente. Prenons toujours notre cube de liége pour exemple. Si c'est avec du plomb qu'on veut le faire plonger, on observera que ce métal perdant dans l'eau un onzième de son poids, les 750 grammes qu'il fallait dans le premier cas, où ils étaient en dedans du cube, à présent qu'ils sont en dehors, perdront à-peu-près 68 grammes. Il sera donc nécessaire d'en ajouter encore 75 environ pour obtenir l'effet demandé. La différence serait plus grande si l'on employait une matière moins pesante.

Toutes les questions de ce genre peuvent être résolues par la règle suivante : *Multipliez le volume du corps donné par la différence entre sa pesanteur et celle de l'eau ; divisez ensuite par la différence entre la pesanteur de l'eau et celle de la matière ajoutée ;* et vous aurez ainsi le *volume cherché* de ce qu'il faut de cette dernière. Si, au lieu du volume, on demandait le poids, faites comme il suit : *Déterminez le poids du corps donné, et cherchez celui d'un volume d'eau égal au volume de ce corps ; prenez la différence de ces deux poids ; multipliez-la par la pesanteur spécifique de la matière qu'on veut ajouter, et divisez par la différence entre cette pesanteur spécifique et celle de l'eau.* Le résultat de cette opération sera le poids demandé (*m*).

(*m*) Dans le cas présent, le volume déplacé est $v+v'$; donc l'équation devient, $pv+p'v'=P(v+v')$ d'où l'on conclut, comme dans le texte, $v'=\frac{v(P-p)}{p'-P}$: tel est le volume de la matière qu'on veut ajouter, et dont on doit connaître la pesanteur spécifique. On en aura le poids absolu, par l'équation $a'=p'v'$; dans laquelle substituant la valeur de v' qu'on vient de trouver, il vient $a'=\frac{(Pv-pv)p'}{p'-P}$

§ 122. Il n'est aucun corps assez leger pour flotter sur l'eau, qu'on ne puisse faire plonger entièrement, en lui ajoutant une quantité suffisante d'une matière étrangère plus pesante que l'eau. Mais cette quantité de matière *additionnelle* est d'autant plus considérable, que le corps flottant a plus de volume et moins de pesanteur. On conçoit même que l'on pourrait faire des navires qui seraient *insubmergibles*, quoiqu'entièrement chargés d'hommes et de marchandises, et même, en apparence, remplis d'eau. Il suffirait pour cela que l'on eût ménagé dans leur intérieur plusieurs cavités où l'eau ne pût pas pénétrer, et qui demeurant vides, ne permettraient pas que le tout pût devenir plus pesant qu'un pareil volume d'eau.

Si l'on demandait que le corps flottant, au lieu de plonger entièrement, n'enfonçât que d'une certaine quantité, alors connaissant le volume immergé dans le premier cas, et celui qui doit plonger dans le second, on connaîtrait le nombre de mètres cubes d'eau que le corps doit déplacer de plus : d'où il serait facile de conclure le volume et le poids de la matière ajoutée, qui doit produire l'effet désiré.

$= \frac{(b-a)p'}{p'-P}$. Si l'on voulait que le corps n'enfonçât que d'une certaine quantité, en désignant par v'' le volume total plongé après l'addition de la matière étrangère, les équations ci-dessus seraient, $v' = \frac{Pv''-pv}{p'-P}$, $a' = \frac{(Pv''-pv)p'}{p'-P}$. donneraient également le volume et le poids de la matière additionnelle nécessaire pour opérer l'effet demandé.

CHAPITRE XI.

Déterminer ce qu'il faut pour faire flotter sur l'eau un corps plus pesant que ce fluide.

ÉTANT donnés le poids et le volume d'un corps plus pesant que l'eau, on voudrait savoir quelle est la quantité d'une autre matière donnée, plus légère que l'eau, qu'il faudrait y ajouter pour maintenir ce corps à la surface du fluide. Ce problème est l'inverse du précédent : il présente aussi deux cas ; mais nous nous bornerons à celui où la matière ajoutée est attachée extérieurement au corps, et qu'elle accroît ainsi le volume de fluide déplacé et la poussée verticale. Il est visible que si l'on voulait faire flotter un corps en l'évidant intérieurement, il faudrait en ôter une quantité de matière telle que le restant fût plus léger que le volume déplacé.

§ 123. Soit donc pour exemple une sphère solide de fer, d'un *décimètre* de diamètre ; on demande quelle est la quantité de liége qu'il faudrait y joindre pour la faire flotter sur l'eau. Une sphère d'*un décimètre* a un volume équivalent à un peu plus de la moitié d'un *décimètre cubique :* tel est donc le volume d'eau déplacé par la sphère supposée. Le poids de ce volume d'eau est de 523 grammes ; et comme le fer pèse *sept fois* autant que l'eau, le poids de la sphère de fer est hors de l'eau de 3660 grammes, et de 3137 seulement dans l'eau. C'est ce poids restant qu'il faut contre-balancer et rendre nul par l'addition d'une quantité suffisante de liége. Or, on a dit que la pesanteur du liége n'était guère que le quart de celle de l'eau. Donc un gramme pesant de

liége entièrement plongé dans l'eau, est poussé de bas en haut avec un effort équivalent à *trois grammes*. Il faudra donc, pour équilibrer les 3137 grammes de la sphère de fer, lui ajouter plus de 1000 grammes de liége. Une petite quantité de plus suffira pour la rendre plus légère que l'eau, et pour la faire élever, ou la maintenir à la surface de ce fluide.

Voici une règle semblable à celle qui a été donnée dans le chapitre précédent, par le moyen de laquelle on pourra toujours trouver le volume de la matière qu'on veut ajouter. *Multipliez le volume du corps donné par la différence entre sa pesanteur spécifique et celle de l'eau ; divisez ensuite par la différence entre la pesanteur de l'eau et celle de la matière qu'on veut ajouter.* Le résultat exprimera le volume de cette matière, nécessaire pour tenir le corps en équilibre dans l'eau. Pour en avoir le poids, il faut *multiplier l'excès du poids du corps sur le poids d'un pareil volume d'eau, par la pesanteur spécifique de la matière ajoutée, et diviser par la différence entre cette pesanteur et celle de l'eau* (*n*). C'est ainsi qu'on a trouvé que *cinq à six livres* de liége suffisent, pour maintenir à la surface de l'eau le corps d'un homme ordinaire.

§ 124. On assure que quelques individus, soit à raison de leur embonpoint, soit pour toute autre raison, se trouvent naturellement plus légers que l'eau ; mais en général, la pesanteur *moyenne* du corps humain *est à* celle de l'eau *comme* 11 *est à* 10 ; c'est-à-dire

(*n*) L'équation est ici la même que pour le cas précédent. On a toujours $pv + p'v' = P(v + v')$ mais p est plus grand, et p' est plus petit que P. On aura donc $v' = \frac{v(p - P)}{P - p'}$. C'est là le volume de la matière plus légère que le fluide, qu'il faut ajouter, pour mettre le corps en équilibre avec le fluide. Le poids de cette matière est donné par l'équation, $a' = p'v' = \frac{(a - b)p'}{P - p'}$.

qu'elle est d'un dixième plus grande. Le volume d'un homme de moyenne taille est d'environ 6 centièmes de mètre cube. En faisant donc usage de la règle ci-dessus, je multiplie le volume $\frac{6}{100}$ es. par $\frac{1}{10}$e., qui est la différence entre la pesanteur du corps humain et la pesanteur de l'eau, et je trouve $\frac{6}{1000}$ es. pour produit. Je divise ensuite ce résultat par $\frac{3}{4}$, qui est la différence entre la pesanteur de l'eau et celle du liége; et il vient $\frac{2}{250}$ es. Cette fraction exprime le volume de liége nécessaire pour tenir en équilibre dans l'eau le corps d'un homme ordinaire. Il faut donc pour cela les $\frac{2}{250}$ es. d'un mètre cube; ce qui vaut, en mettant le mètre cube à 250 kilogrammes, 2 kilogr., ou $4\frac{2}{5}$ livres. Cinq à six livres de liége sont donc bien suffisantes pour maintenir un homme à la surface de l'eau, et l'empêcher d'aller à fond.

Puisque la pesanteur du corps humain surpasse de si peu la pesanteur de l'eau, on conçoit qu'un effort médiocre doit suffire pour qu'un homme se soutienne à la surface de l'eau; et voilà pourquoi l'homme nage avec tant de facilité. Cependant il a encore besoin de quelque étude; et les animaux ont de ce côté de l'avantage sur lui. C'est peut-être qu'il est plus prompt à s'effrayer, et qu'il se trouble plus aisément à la vue du danger: ou plutôt, c'est que la position naturelle de son corps est trop différente de celle qu'il doit prendre en nageant; et que la nécessité de soutenir sa tête au-dessus de l'eau, l'oblige à une attention continuelle et pénible. Les animaux sont, au contraire, quand ils nagent, dans leur position ordinaire, et leur tête se trouve naturellement et sans effort, élevée au-dessus de l'eau.

§ 125. Lorsqu'un bâtiment a coulé bas, on parvient à le tirer du fond de la mer, en lui liant des corps naturellement plus légers que l'eau, que l'on fait d'abord plonger en les chargeant convenablement, et que l'on décharge ensuite. Ainsi, si on attache fortement, et par plusieurs points, le bâtiment submergé

à un ou deux bâtimens complétement chargés; lorsqu'on ôtera la charge de ceux-ci, la poussée de l'eau les obligera de s'élever, et ils soulèveront en même temps celui qui avait coulé bas. En attachant ensuite celui-ci à d'autres navires également chargés, on parviendra ainsi à l'amener jusqu'à la surface de l'eau. On obtiendrait le même effet avec un nombre suffisant de barriques vides, et lestées à l'extérieur.

Quelque pesant que soit un corps, on peut donc toujours le faire flotter sur l'eau. Le cuivre, le plomb peuvent être rendus assez légers pour demeurer à la surface de ce fluide; et le moyen le plus efficace pour obtenir cet effet, consiste à courber ces métaux en forme de barque, et à leur faire ainsi embrasser un volume d'air considérable, qui fait partie du volume qu'ils enfoncent dans l'eau. Ce n'est pas parce que les bateaux et les navires sont faits de bois, qu'ils nagent sur l'eau: car la plupart des matières dont ils sont chargés, sont beaucoup plus pesantes que ce fluide. Mais c'est qu'à cause de leur forme, ils plongent dans l'eau une grande capacité remplie d'air, et déplacent ainsi un volume de fluide dont le poids est aussi grand que celui du bâtiment, et de tous les objets dont il est chargé. Lorsqu'un bateau coule bas, on sent que cet accident arrive, non par le poids de l'eau qu'il a reçue, mais parce que, déplaçant un moindre volume de fluide, par l'exclusion de l'air qui en occupait l'intérieur, sa pesanteur respective est devenue plus grande que celle de l'eau qui le soutenait.

CHAPITRE XII.

De la manière de trouver la pesanteur spécifique d'un solide.

§ 126. ON appelle *pesanteur spécifique* d'une matière quelconque, ce que pèse cette matière sous un volume convenu. Par exemple, un morceau d'or solide, taillé en forme de *dé*, ayant un centimètre dans tous les sens, ou un *centimètre cube* d'or, pesant 19 *grammes et un quart*, à-peu-près; ce nombre exprimera la pesanteur spécifique de l'or ; et lorsqu'on voudra comparer quelqu'autre corps à ce métal, de l'argent ou du plomb, par exemple, il faudra faire avec ces matières de petits solides qui aient exactement le même volume ; et ayant trouvé que le centimètre cube d'argent pèse 10 grammes, et celui de plomb 11 grammes, ces nombres exprimeront de même les pesanteurs spécifiques de ces métaux, et l'on pourra ainsi les comparer facilement entr'eux.

La pesanteur du centimètre cube d'or étant connue, l'on pourra en conclure le poids d'une masse d'or quelconque, sans être obligé de la peser, pourvu que l'on connaisse le nombre de centimètres cubes qu'elle contient. Lorsqu'on pèse à la balance une matière quelconque dont on ignore la pesanteur spécifique et le volume, cette opération ne peut donner que le poids absolu du morceau qu'on a pesé, et l'on ne peut rien en conclure pour le poids de tout autre morceau de la même matière. Mais la connaissance de la pesanteur spécifique sert à trouver le poids d'une masse quelconque, que l'on serait souvent dans l'impuissance de peser directement.

Qu'il soit question, par exemple, de connaître le poids d'un gros bloc de marbre ; il est clair que la chose sera bientôt trouvée, si l'on sait quel est le poids d'un décimètre cube de ce marbre : il ne faudra que déterminer par les principes de la géométrie quel est le nombre des décimètres cubes contenus sous le volume du bloc, et multiplier ce nombre par le poids d'un décimètre cube de cette matière. Mais pour avoir le poids d'un décimètre cube de marbre, il ne sera pas nécessaire d'en tailler un morceau, de manière à lui donner la forme d'un cube ayant un décimètre en tout sens : un fragment, un éclat quelconque pourra, comme on va l'expliquer, servir à trouver la pesanteur spécifique demandée.

§ 127. Supposons d'abord que le corps dont on demande la pesanteur soit de nature à pouvoir s'enfoncer entièrement dans l'eau : on suspendra ce corps au-dessous d'un des bassins de la balance, et l'on déterminera, premièrement, le poids absolu du corps, en le pesant dans l'air, et ensuite son volume, en le pesant dans l'eau, ou en faisant usage de la bouteille (fig. 93.e) Après cela, on divisera le poids absolu par le volume trouvé, exprimé en centimètres cubes, et l'on aura ce que pèse le corps donné par centimètre cube, et par conséquent la pesanteur spécifique de la matière dont il est fait.

Si le corps n'est pas assez pesant pour s'enfoncer dans l'eau, on cherchera toujours son poids absolu, lorqu'il est hors de l'eau. On le fera ensuite plonger dans ce fluide, au moyen de quelques poids additionnels dont le volume soit connu ; et le pesant encore dans ce second cas, on déterminera le volume, comme on a dit ci-dessus ; et en divisant le poids par le volume, on aura de même sa pesanteur spécifique.

Si l'on remplit entièrement d'eau une bouteille (fig. 94.e) dont l'ouverture soit un peu large, dont les bords soient bien dressés, et qui soit bien posée d'à-plomb, et bouchée avec un plan de glace : qu'après

l'avoir pesée avec soin, on introduise dans cette bouteille le corps dont on cherche la pesanteur spécifique, et qu'on la pèse de nouveau, en ayant attention qu'elle soit toujours également pleine : son poids, dans ce second cas, se trouvera plus grand que dans le premier, puisque la matière donnée est supposée plus pesante que l'eau, et cet excès servira à faire connaître la pesanteur demandée. En effet, en ôtant de l'une et de l'autre pesée, le poids de la bouteille avec son bouchon, il restera, d'une part, le poids de l'eau dont la bouteille était d'abord remplie, et de l'autre le poids de cette eau, *moins* celle qui est sortie, *plus* celui de la matière ajoutée. La différence de ces deux poids, qui sera la même que la différence des deux pesées, exprimera donc ce que le corps plongé a conservé de son poids dans l'eau. On peut d'ailleurs connaître son poids absolu, en le pesant directement ; et si de ce poids absolu, on retranche celui qui lui reste dans l'eau, on aura le poids d'un volume d'eau égal au volume du corps. L'on pourra donc connaître celui-ci, et en tirer par conséquent la pesanteur spécifique demandée.

Cette dernière méthode est plus longue que la précédente : mais elle n'est pas moins sûre, et elle est d'ailleurs applicable à des cas qui échappent à la première. On s'en sert, par exemple, pour trouver la pesanteur spécifique d'un sable, d'une poudre en général, qui ne soit pas dissoluble par l'eau. On prend une once ou deux de ce sable, on l'introduit dans la bouteille pleine d'eau, et on la pèse. La quantité dont son poids se trouve augmenté, est justement la différence entre le poids du volume de sable employé et le poids d'un pareil volume d'eau. Il est donc facile de tirer de là la pesanteur spécifique de ce sable.

§ 128. Donnons ici un exemple de la première méthode enseignée pour trouver la pesanteur spécifique d'un corps. Soit un fragment de pierre, un morceau de marbre d'une forme quelconque, dont on demande la

pesanteur spécifique. Je le suspends avec un crin au-dessous d'un des bassins de la balance; et le mettant en équilibre, je trouve qu'il pèse 25 grammes. Je le fais ensuite plonger dans l'eau d'un verre que je place dessous; et chassant avec soin toutes les bulles d'air qui peuvent lui être adhérentes, il arrive, comme il est alors devenu plus léger, qu'il faut ajouter de son côté la valeur de 9 grammes pour rétablir l'équilibre. Ces 9 grammes sont donc le poids du volume d'eau dont le corps soumis tient la place. Cette épreuve m'apprend déjà que le volume de ce corps est de 9 centimètres cubes, et que sa pesanteur est à celle de l'eau *comme* 25 *est à* 9. C'est là la pesanteur spécifique *relative*. Pour avoir la pesanteur spécifique *absolue*, je divise 25 par 9, et je trouve 2 et $\frac{2}{3}$ pour quotient: donc le marbre éprouvé pèse, par centimètre cube, *deux grammes et deux tiers*, et le problème proposé est résolu. Si le volume du solide était cherché en pouces cubes, l'opération serait plus longue; mais on trouverait encore facilement le poids d'un pouce cube de la matière donnée (*o*).

(*o*) En conservant les mêmes dénominations que ci-dessus, on a $pv = a$, lorsque le corps est pesé dans l'air; et $pv - Pv = b$, lorsqu'il est pesé dans l'eau. Si l'on soustrait ces deux équations l'une de l'autre, on trouve comme ci-dessus, $v = \frac{a-b}{P}$. Substituant dans la première, il vient : $p = \frac{aP}{a-b}$. Telle est la formule pour avoir la pesanteur spécifique d'un corps plus pesant que l'eau.

Si le corps est moins pesant que l'eau, en le fixant sous le bassin d'une balance, on le fera plonger; et l'on aura les deux équations ci-dessus : $pv = a$, et $Pv = a + b$. De celle-ci on tire, $v = \frac{a+b}{P}$; et l'autre par la substitution, donne $p = \frac{aP}{a+b}$. b est le poids additionnel nécessaire et suffisant pour faire plonger le corps.

CHAPITRE XIII.

De la comparaison des masses, des volumes, et des pesanteurs spécifiques des corps solides.

§ 129. LORSQUE deux corps suspendus aux bras d'une balance nous paraissent en équilibre, nous en concluons que ces deux corps ont des masses égales, ou qu'ils contiennent des quantités égales de matière. Cette conséquence n'est rigoureusement vraie qu'autant que la balance est placée dans le vide, ou que les deux corps ont des volumes égaux. Mais si leurs volumes sont différens, et qu'on les pèse dans l'air, il est bien certain que, malgré l'équilibre apparent, les poids absolus des deux corps sont inégaux. La raison en est évidente. Les corps plongés dans l'air perdent nécessairement une partie de leur poids, et d'autant plus grande qu'ils ont plus de volume. Quoique la différence soit d'ordinaire peu sensible, parce que l'air est un fluide très-léger, et qui pèse environ 850 fois moins que l'eau, elle n'en est pas moins réelle pour cela, comme on le fait voir par l'expérience suivante.

Expérience. On met en équilibre aux bras d'une petite balance fort délicate (fig. 95.e) une petite balle de plomb, et une grosse boule de verre, creuse et fort mince. On place cet appareil sur la machine pneumatique, sous une cloche, et l'on fait le vide aussi exactement qu'il est possible. L'on remarque alors que le fléau s'est incliné sensiblement du côté de la boule de verre: preuve que celle-ci est réellement plus pesante que la balle de plomb, qui lui fait équilibre dans l'air. Pour avoir le poids absolu d'un

corps, il faudrait donc le peser dans le vide; ou bien il faut ajouter au poids qu'il a dans l'air, le poids du volume d'air dont il tient la place. Mais l'air est un fluide assez léger, et le volume ou la valeur des matières qu'on pèse dans ce fluide est assez peu considérable, pour qu'on puisse négliger cette attention.

§ 130. Deux corps d'*égal poids* étant suspendus aux bras d'une balance, si on vient à les faire plonger tous les deux dans le même fluide, l'équilibre ne pourra subsister qu'autant que leurs *volumes* seront encore *égaux;* car dans ce cas ils perdront l'un et l'autre des parties égales de leurs poids. Si leurs volumes sont inégaux, il est évident que celui dont le volume est le plus grand, perdra davantage, et par conséquent il paraîtra plus léger que l'autre, et l'équilibre sera rompu en faveur de celui-ci. Ce qu'il faudra ajouter de grammes dans le bassin opposé pour rétablir cet équilibre, donnera la différence des volumes des deux corps, exprimée en centimètres cubes. Quant au rapport existant entre les volumes de ces corps, cette expérience ne saurait le faire connaître. Il faudrait pour cela avoir de plus le volume de l'un des deux corps (*p*).

Cependant si l'on connaissait les pesanteurs spécifiques des deux corps mis en équilibre, c'est-à-dire, ce que pèse le centimètre cube de l'un et de l'autre, on pourrait trouver le volume de chacun d'eux par la règle suivante. *Multipliez ce qu'il a fallu ajouter pour rétablir l'équilibre lorsqu'ils étaient dans l'eau,*

(*p*) Puisque les deux corps sont en équilibre dans l'air, on a l'équation, $pv = p'v'$; et puisqu'étant plongés dans l'eau, il faut pour rétablir l'équilibre, ajouter d'un côté un poids, que j'appelle d, on aura : $pv - Pv = p'v' - Pv' + d$; d'où à cause de l'équation précédente, on tirera, $v' - v = \frac{d}{P}$. On aura donc ainsi la différence des volumes, sans qu'il soit besoin d'avoir le volume de l'un ni de l'autre de ces corps.

par la pesanteur spécifique de l'un de ces corps, et divisez par la différence de leurs pesanteurs, multipliée par celle de l'eau : le résultat sera le volume de l'autre corps. On aura donc ainsi le volume de l'un des deux corps à volonté, d'où l'on pourra facilement conclure le volume de l'autre (*q*).

Deux corps d'espèce différente, qui sont également pesans, ont généralement des volumes inégaux ; et plongés dans un même fluide, ils éprouvent des pertes inégales, et proportionnelles à leurs volumes. On peut donc dire que *les volumes des corps également pesans sont en raison directe des pertes qu'ils éprouvent, lorsqu'ils sont plongés dans un même fluide* (*r*).

La perte que fait un corps plongé dans un fluide est d'autant plus grande, que la pesanteur spécifique de ce corps est plus petite, ou qu'il pèse moins relativement à son volume. Donc *deux corps dont les poids absolus sont égaux, ont leurs pesanteurs spécifiques en raison inverse de leurs volumes* (*s*).

§ 131. Si deux corps d'égal poids et de volume inégal ne peuvent plus être en équilibre lorsqu'ils sont plongés dans le même fluide : pareillement deux corps d'*inégal* volume, et qui sont en équilibre, plongés dans un *même* fluide, se trouvent inégalement pesans lorsqu'ils sont transportés dans l'air. En effet, l'équilibre qui avait lieu d'abord était dû à une diminution inégale, qu'ils éprouvaient l'un et l'autre dans leur poids :

(*q*) Si de la dernière équation on tire la valeur de v ou celle de v', et qu'on la substitue dans la première, on aura : $v' = \frac{dp}{P(p-p')}$, et $v = \frac{dp'}{P(p-p')}$: ce qui renferme la règle établie dans le texte.

(*r*) On a toujours quand les poids sont égaux, $pv = p'v' = a$; ensuite, $pv - Pv = b$, et $p'v' - Pv' = b'$ par conséquent $Pv = a - b$, et $Pv' = a - b'$. On tire de là la proportion suivante : $v : v' :: a - b : a - b'$.

(*s*) C'est ce qu'indique assez l'équation, $pv = p'v'$, de laquelle on tire : $p : p' :: v' : v$.

cette diminution n'ayant plus lieu lorsqu'ils sont hors de ce fluide, l'équilibre ne peut plus subsister. Donc pour rétablir alors l'équilibre entre eux, il faudra ajouter quelques poids du côté de celui qui a le moins de volume. Ce poids ajouté, *divisé* par le poids d'un centimètre cube du fluide, donnera encore ici la *différence* des volumes de ces corps; et si l'on connaît leurs pesanteurs spécifiques, on aura le volume de l'un d'eux, en *multipliant le poids ajouté par la différence entre la pesanteur spécifique de l'autre corps et celle de l'eau, et divisant par la pesanteur du fluide multipliée par la différence des pesanteurs des deux corps* (*t*).

§ 132. Deux corps qui ont le *même* volume ne peuvent être d'*égal* poids, qu'autant qu'ils sont faits de la même matière, ou de deux matières également pesantes. Mais s'ils sont composés de deux matières différentes, et dont la pesanteur n'est pas la même, ces deux corps auront nécessairement des poids différens. Si ces deux corps sont plongés dans le même fluide, il y aura encore la même différence entre leurs pesanteurs relatives : car leurs poids absolus seront diminués de la même quantité. Réciproquement, s'il faut un certain poids pour établir l'équilibre entre deux corps du même volume, et plongés dans un certain fluide, le même poids sera encore nécessaire

---

(*t*) Dans ce cas-ci, on a pour l'équilibre dans le fluide, $pv - Pv = p'v' - Pv'$; et pour l'équilibre hors du fluide, $pv + d = p'v'$. En retranchant ces deux équations l'une de l'autre, il vient : $v' - v = \frac{d}{P}$. Tirant de là la valeur de v, ou celle de v', et la substituant dans l'équation précédente, on trouve $v = \frac{d(p' - P)}{P(p - p')}$, et $v' = \frac{d(p - P)}{P(p - p')}$.

La première équation donne encore, $\frac{v'}{v} = \frac{p' - P}{p - P}$. Tel est le rapport des volumes. On en tire aussi : $v' - v = \frac{p'v' - pv}{P} = \frac{a' - a}{P}$; ce qui donne la différence des volumes telle qu'on l'avait trouvée : car, $a' - a = d$.

pour

pour maintenir cet équilibre lorsqu'ils seront hors de ce fluide.

§ 133. Deux corps d'*égal poids* et de *volumes différens* éprouvant, lorsqu'ils sont plongés dans un même fluide, des pertes inégales, et dépendantes de leurs volumes, on peut dire, que *les pesanteurs spécifiques de ces corps sont en raison inverse des pertes qu'ils font dans un même fluide.*

Deux corps de *différens poids*, qui éprouvent dans un même fluide des *pertes égales*, ont des *volumes égaux*, et par conséquent *leurs pesanteurs spécifiques sont en raison directe de leurs poids absolus.*

Enfin, si deux corps n'ont ni le même poids, ni le même volume, alors *leurs pesanteurs spécifiques sont en raison directe de leurs poids absolus, et en raison inverse de leurs volumes, ou des pertes qu'ils éprouvent dans un même fluide :* ce qui veut dire ; que la pesanteur spécifique de l'un de ces corps *est à* la pesanteur spécifique de l'autre, *comme* le poids du premier, *multiplié* par la perte du second, *est au* poids du second, *multiplié* par la perte du premier. Ainsi, en pesant successivement des morceaux de différentes matières, d'abord dans l'air, ensuite dans l'eau, on aura aisément le rapport de leurs pesanteurs spécifiques. Quant à la valeur absolue de ces pesanteurs spécifiques, c'est-à-dire, ce que pèse le centimètre cube de chacune de ces matières, c'est ce qui est donné directement par la perte qu'elles font dans le fluide (*u*).

(*u*) Soit $pv = a$, et $p'v' = a'$: on en tirera $p = \frac{a}{v}$ et $p' = \frac{a'}{v'}$. Donc $p : p' :: \frac{a}{v} : \frac{a'}{v'} :: av' : a'v$; ce qui renferme le rapport énoncé dans le texte. Si $a = a'$, on aura : $p : p' :: v' : v$. Si l'on suppose $v = v'$, il viendra, $p : p' :: a : a'$; proportions qu'on avait déjà trouvées.

On a vu plus haut, que $v = \frac{a - b}{P}$. De même $v' = \frac{a' - b'}{P}$. Donc $v : v' :: a - b : a' - b'$; et en désignant par d et d' les différences

§ 134. Faisons quelques applications des différentes règles établies dans ce chapitre. 1.° Soit deux balles, l'une de plomb, et l'autre d'étain, ayant le *même poids :* il s'agit de trouver le rapport qu'il y a entre leurs volumes, et ces volumes eux-mêmes. Puisque leur poids est le même, le rapport des volumes est égal au rapport renversé de leurs pesanteurs spécifiques. Mais la pesanteur de l'étain *est à* celle du plomb, à-peu-près *comme* 2 *est à* 3 : le volume de la balle de plomb est donc environ les *deux tiers* du volume de la balle d'étain.

Maintenant, si l'on fait plonger les deux balles dans l'eau, l'équilibre sera rompu, et le plomb, comme ayant moins de volume, l'emportera sur l'étain. Ce qu'il faudra ajouter du côté de celui-ci, dépend de la grosseur des masses qu'on a pesées. Supposons qu'un poids de *dix grammes* suffise pour ramener l'équilibre : alors on saura que le volume de l'étain surpasse de *dix* centimètres cubes le volume du plomb. Mais cela ne donne pas encore le volume de l'un ni de l'autre.

Pour avoir le volume de la balle d'étain, par exemple, sans connaître son poids, je fais usage de la règle établie plus haut. Je multiplie les dix grammes qu'il a fallu ajouter, par 3, pesanteur relative du plomb ; et comme la différence entre les pesanteurs relatives du plomb et de l'étain est égale à *un*, et que le poids du centimètre cube d'eau est pareillement égal à l'*unité ;* la division ne change rien au produit ; et l'on trouve ainsi, que le volume de la balle d'étain est de 30 centimètres cubes. Si l'on avait voulu avoir ce volume exprimé en pouces

---

$a - b$ et $a' - b'$, on aura : $v : v' :: d : d'$: ce qui a déjà été trouvé plus haut : en substituant ce dernier rapport dans la proportion, $p : p' :: av' : a'v$, elle deviendra, $p : p' :: ad' : a'd$; et dans le cas, où $a = a'$, $p : p' :: d' : d$.

cubes, l'opération eût été plus longue, mais également sure.

L'on pourrait actuellement connaître le *poids absolu* de la balle d'étain. Le centimètre cube de ce métal pesant 7 grammes et 3 dixièmes, les 30 centimètres cubes pèseront donc 219 grammes. Quant au plomb, son volume est évidemment de 20 centimètres cubes; et son poids étant de 11 grammes environ pour un centimètre cube, on aura pour le poids de la balle mise en expérience, 220 grammes; ce qui diffère peu du poids de la balle d'étain, et qui n'en différerait pas du tout, si les pesanteurs spécifiques avaient été prises avec plus d'exactitude. Une seule expérience suffit donc pour trouver et les poids absolus, et les volumes des deux balles, lorsque les pesanteurs spécifiques sont données.

2.° Prenons actuellement deux corps du *même* volume, deux sphères solides, l'une d'or et l'autre d'argent, ayant le même diamètre. Il s'agit encore de trouver leurs volumes et leurs poids absolus, d'après la seule connaissance des pesanteurs spécifiques. Supposons que pour établir l'équilibre entre ces deux sphères, il soit nécessaire d'ajouter du côté de l'argent un poids de 20 grammes, le même poids, comme on a dit, serait également nécessaire pour cela, si l'on faisait plonger les deux corps dans l'eau, ou dans tout autre fluide : cette opération ne nous donnerait donc aucun moyen de plus, pour trouver les choses demandées. Mais si l'on a recours aux pesanteurs spécifiques des deux métaux, que l'on suppose connues, et qu'on divise la différence des poids par la différence des pesanteurs spécifiques, on aura le volume cherché (*v*). Or, l'or pur pèse par

(*v*) Puisque les volumes sont égaux, on a pour le cas présent, $pv = p'v + d$: d'où l'on tire, $v = \frac{d}{p - p'}$.

centimètre cube 199 gr. 26 cent., et l'argent 10 gr. 47 cent., la différence est de 8, 79 : divisant par ce dernier nombre les 20 grammes de différence, qu'on a supposés entre les deux sphères, on trouve 2, 27 : c'est en centimètres cubes, le volume de chacune de ces sphères. Quant à leurs poids absolus, il est actuellement trop facile de l'avoir : il est pour l'or de 43 gr. 72 cent., et pour l'argent de 23 gr. 77 cent.

3.° Soit enfin deux morceaux, l'un de fer et l'autre de zinc; le premier pesant 20 grammes, et le second 30 grammes. Tant qu'on ne connaîtra rien de plus, on ne pourra point déterminer le rapport des pesanteurs spécifiques de ces deux métaux. Mais si l'on sait que le volume du fer est de 2,77 centimètres cubes, et que celui du zinc est de 4,17; on trouvera alors que la pesanteur spécifique du fer *est à* celle du zinc, *comme* 20 *multiplié* par 4,17 *est à* 30 *multiplié* par 2,77, ou *comme* 83 *est à* 83. Les pesanteurs spécifiques de ces deux métaux sont donc égales; et dans le vrai elles diffèrent extrêmement peu. Quant à la valeur absolue de ces pesanteurs spécifiques, il sera facile de l'avoir, puisqu'on connaît les poids absolus et les volumes.

§ 135. Pour obtenir plus aisément les rapports qui existent entre les pesanteurs spécifiques des différens corps, on a imaginé de les rapporter tous à une substance connue, et qu'il fût facile d'avoir toujours dans le même état. C'est l'eau qu'on a choisie pour cet objet. Ce fluide en effet, peut être obtenu dans le plus haut degré de pureté; et si l'on a soin d'ailleurs de le ramener à une température fixe et convenue, on aura un terme de comparaison, dont la densité sera toujours la même, et qui aura par conséquent toute la fixité désirable. On prend donc de l'eau *distillée*, ayant une température de 10 *degrés* au thermomètre de Réaumur.

Lorsqu'on pèse un corps, d'abord dans l'air, ensuite dans l'eau, on a en premier lieu le poids

absolu du corps, et secondement son volume. En divisant le volume par le poids, on trouve la pesanteur spécifique absolue : car cela revient à dire : *si un tel volume pèse tant, le centimètre cube que pèsera-t-il?* Mais en pesant le corps dans l'eau, on a directement le poids d'un volume d'eau égal au volume du corps pesé. Cette expérience donne donc immédiatement le rapport entre le poids absolu du corps, et le poids d'un pareil volume d'eau, ou le rapport de la pesanteur spécifique du corps à la pesanteur spécifique de l'eau. Si l'on pèse donc de cette manière des morceaux de toutes les matières, qui peuvent sans inconvénient être plongées dans l'eau, on aura le rapport de leurs pesanteurs à celle de l'eau distillée, et par suite les rapports de leurs pesanteurs respectives.

C'est ainsi qu'on a dressé des tables des pesanteurs spécifiques d'un très-grand nombre de matières différentes. La pesanteur spécifique de l'eau distillée, qui est le terme de comparaison, y est représentée par l'unité, suivie d'un nombre de zéros plus ou moins grand, selon le degré de précision que l'on veut mettre à cette évaluation ; et celle de toutes les matières que l'on a pu comparer à l'eau, est exprimée par des nombres plus grands ou plus petits, selon qu'elles sont plus ou moins pesantes que le fluide auquel on les compare. Quand on dit donc que la pesanteur de l'or est de 19 et $\frac{1}{4}$; que celle du mercure est de $13\frac{1}{2}$; cela signifie qu'un certain volume d'or pèse 19 fois et un quart autant qu'un pareil volume d'eau; et que le même volume de mercure *pèse treize fois et demie* autant.

Lorsqu'on a le rapport entre la pesanteur de l'eau, et celle d'une certaine matière, il est facile de trouver la pesanteur spécifique *absolue* de cette matière. Il suffit pour cela de séparer sur la droite du nombre qui exprime ce rapport, autant de chiffres que l'on avait mis de zéros à la suite de l'unité, pour représenter la pesanteur spécifique de l'eau :

car on sait que dans le système actuel, le poids du centimètre cube d'eau fait l'unité de poids, qui s'appelle *un gramme*. Les chiffres restant à gauche exprimeront des grammes, et ceux qui auront été séparés seront des fractions décimales du gramme. Le tout exprimera le poids du centimètre cube de la matière considérée. Dans l'ancien système, pour avoir le poids d'un pouce cube d'une matière donnée, il fallait établir une proportion entre les pesanteurs relatives et les pesanteurs absolues de l'eau, et de la matière en question. Il fallait savoir pour cela que le pied cube d'eau distillée pèse 70 livres, et le pouce cube 373 $\frac{1}{3}$ grains.

On trouvera à la fin de cet ouvrage une table des pesanteurs spécifiques *absolue* et *relative*, d'un grand nombre de matières. C'est une partie de celle que *Lavoisier* a insérée dans ses Élémens de chimie, et qu'il avait extraite du grand ouvrage de *Brisson* sur cet objet.

CHAPITRE XIV.

De la manière de déterminer par l'hydrostatique la nature d'un corps, ou la matière dont il est composé.

§ 136. TOUTES, ou à-peu-près toutes les matières connues, ont des pesanteurs spécifiques différentes, au moins quand ces pesanteurs sont prises avec trois ou quatre chiffres. Les pesanteurs de la plupart des substances connues ayant été déterminées avec soin, l'on peut faire usage de cette connaissance pour trouver de quelle matière un corps est composé, lorsqu'il y a quelque incertitude à ce sujet.

Par exemple, on a une petite sphère de métal, solide, et qui ressemble à l'argent par sa blancheur: mais on soupçonne qu'elle est de cuivre blanchi, ou légèrement argenté. Pour s'assurer de la vérité à cet égard, on la pèsera d'abord hors de l'eau, et ensuite dans l'eau; et l'on divisera le premier poids, par ce qu'il a fallu en retrancher dans le second cas. Si le résultat de cette division est 8, ou moins de 8, la sphère est de cuivre: elle est d'argent, s'il est 10, ou à-peu-près.

La raison de cette conséquence est facile à comprendre. La division prescrite doit donner le rapport entre la pesanteur du métal dont la sphère est composée, et la pesanteur de l'eau. Or, on sait que l'argent pèse *dix fois* autant que l'eau, tandis que le cuivre ne pèse que *sept* à *huit* fois autant. Il sera donc prouvé que la sphère est de cuivre, ou d'argent, selon qu'elle sera *huit fois*, ou *dix fois* aussi pesante que l'eau: bien entendu qu'il est sup-

posé qu'elle ne peut être que l'un ou l'autre. Le même procédé pourrait faire connaître si elle est entièrement solide, ou si elle cache quelque cavité intérieure : car dans ce dernier cas, sa pesanteur spécifique se trouverait beaucoup moindre. Mais l'on ne pourrait savoir par cette méthode, si elle est d'argent ou de cuivre, à moins que l'on connût la grandeur du vide intérieur, ou qu'on pût y faire pénétrer l'eau.

En effet, supposons une sphère creuse qui peut être d'argent ou de cuivre, et qui pèse 24 grammes. Le volume que l'on peut conclure d'après ce poids, dépend de la matière dont elle est faite. Si elle est d'argent, le volume du métal sera de *deux* centimètres cubes et *quatre dixièmes*. Si elle est de cuivre, il sera de *trois* centimètres cubes. Pesons maintenant cette sphère dans l'eau ; la perte qu'elle éprouvera sera évidemment la même, quel que soit le métal dont elle est faite. Supposons que son poids soit dans ce cas diminué de 10 grammes ; le volume total de la sphère est donc de 10 centimètres cubes : mais le vide intérieur sera de 7,6 centimètres cubes, si la sphère est d'argent, et de 7 centimètres cubes seulement, si elle est de cuivre : par où l'on voit qu'il faut savoir de quel métal la sphère est composée, pour pouvoir déterminer le volume de la cavité intérieure ; ou bien qu'il faut connaître la grandeur de cette cavité, pour pouvoir décider de quel métal la sphère est composée. Il est visible que l'on peut faire deux globes creux, l'un de cuivre et l'autre d'argent, ayant le même poids et le même volume apparent, et qui ne différeraient entre eux que par la grandeur du vide intérieur.

§ 137. Voyons maintenant si le corps donné était formé de l'alliage de deux matières connues, comment on pourrait découvrir dans quelles proportions elles ont été alliées. C'est ici le fameux problème proposé à *Archimède* par le roi *Hiéron*. On dit que ce prince

ayant fourni de l'or à un orfévre pour lui faire une couronne, fut curieux de savoir, si tout l'or fourni avait été fidèlement employé. On sait que l'or, pour être travaillé, et acquérir une certaine dureté, a besoin d'être allié avec quelque autre métal plus dur que lui. C'est le cuivre que l'on choisit ordinairement pour cela : mais la proportion de ce dernier métal peut être plus ou moins considérable ; et ainsi on ne saurait connaître par le poids seulement, quelle est la quantité de l'alliage. Le roi *Hiéron* proposa donc la question à *Archimède*, l'un des plus beaux génies qui aient jamais existé. Le *géomètre de Syracuse*, après avoir cherché vainement dans les principes connus de son temps, la solution de ce problème, la trouva tout-à-coup comme par inspiration. On raconte qu'en entrant un jour dans un bain, qui était entièrement plein, il observa qu'il sortait une quantité d'eau, dont le volume devait être égal au volume de son corps. Frappé de ce trait de lumière, on prétend qu'il sortit brusquement du bain, et que sans prendre garde qu'il était nu, il courut chez lui, en criant: *je l'ai trouvé*. Quoi qu'il en soit de cette anecdote, il est certain qu'*Archimède* découvrit, par le moyen de l'hydrostatique, quelles étaient les quantités d'or et de cuivre alliées dans la couronne, et qu'il put ainsi satisfaire la curiosité d'*Hiéron*.

Voici de quelle manière on peut concevoir que le problème fut résolu, en supposant qu'aucun autre métal que l'or et le cuivre, n'entrât dans la composition de la couronne. On pesa d'abord la couronne dans l'air, et ensuite on la pesa dans l'eau : la différence des deux pesées donna le poids d'un volume d'eau égal au volume de la couronne. On a déjà observé que la figure du corps est ici une chose indifférente ; et qu'une même quantité de matière, quelle que soit sa forme, déplace toujours un même volume d'eau, et perd par conséquent toujours la même partie de son poids. Le poids de l'eau déplacée par

la couronne étant donc connu, on en chercha le volume par la règle ci-dessus : ce volume était aussi celui de la couronne. On eut donc ainsi le poids et le volume de l'alliage total : on savait de plus quels étaient les deux métaux qui entraient dans cet alliage, et l'on connaissait leurs pesanteurs spécifiques : avec ces *données*, il était facile de résoudre le problème, comme on va voir.

Supposons le poids de la couronne de 125 grammes, et son volume trouvé, ainsi qu'on vient de dire, de 7 centimètres cubes. Si la couronne eût été entièrement d'or, le centimètre cube de ce métal pesant 19, 26 grammes, son poids absolu se fût trouvé de 134, 82 grammes : ce même poids n'eût été que de 58, 8 grammes, dans le cas où la couronne aurait été toute entière de cuivre. Le poids réel est donc compris entre ces deux-là ; et il est visible que s'il tenait justement le milieu entre les deux, l'alliage serait moitié or, moitié cuivre. Par conséquent il y a d'autant plus d'or, que le poids réel approche plus de celui que la couronne aurait eu, si elle avait été faite entièrement de ce métal. En prenant donc les différences entre ce poids réel, et chacun des deux autres, on conclura que les quantités d'or et de cuivre qui entrent dans la composition de la couronne, sont entre elles en *raison inverse* de ces différences. Si l'on retranche donc 125 de 134, 82, on aura pour reste, 9, 82 ; et retranchant ensuite de 125 le nombre 58, 8, il viendra 66,2 : telles sont les deux différences. On dira donc : *la quantité d'or qui entre dans la composition de la couronne, est à la quantité de cuivre, comme* 66, 2 *est à* 9, 82 ; c'est-à-dire que dans les suppositions que nous avons faites, la quantité de cuivre était un peu plus que la septième partie de la quantité d'or, qui entrait dans la couronne. Ainsi, représentant l'alliage total par le nombre 8, le volume de l'or serait exprimé par 7, et celui du

cuivre par 1. Il y avait donc dans la couronne 6 $\frac{1}{9}$ centimètres cubes d'or, et [illegible] de centimètre cube de cuivre.

La règle générale qu'on donne ordinairement pour ces sortes de questions, consiste, à *chercher le poids du corps donné, dont le volume et le poids réel sont censés connus, à le chercher, dis-je, comme s'il était tout entier de la première matière, et ensuite comme s'il était tout entier de la seconde. On prend la différence de chacun de ces poids avec le poids réel, et l'on divise séparément ces deux différences par la différence des pesanteurs spécifiques des deux matières qui forment l'alliage. La première division donne la quantité, ou le volume de la seconde matière, et la seconde fait connaître le volume de la première.* On trouvera par cette règle le même résultat qu'on vient d'obtenir. (w)

M. *Bossut* donne une autre solution du même problème. Il suppose qu'*Archimède* a pris une masse d'or et une masse de cuivre, telles qu'en les pesant séparément dans l'eau, leur poids éprouvât la même diminution que celui de la couronne. Il a eu par ce moyen-là trois corps dont les volumes étaient égaux, et dont les poids absolus étaient différens. Il a pris la différence entre le poids de la masse d'or et celui de la couronne, et pareillement la différence entre le poids de la couronne et celui de la masse de cuivre. En divisant la première différence par celle qui se trouvait entre les deux masses métalliques, il

---

(w) Soit p et p' les pesanteurs spécifiques de l'or et du cuivre; v et v' les volumes des deux métaux alliés; V le volume de la couronne; a son poids dans l'air, b son poids dans l'eau, P la pesanteur spécifique de l'eau. On a dabord: $V = \frac{a-b}{P}$: c'est le volume de la couronne. Ensuite $v + v' = V$, et $pv + p'v' = a$. D'où $v = V - v'$; et par suite, $pV - pv' + p'v' = a$. Donc $v' = \frac{pV - a}{p - p'}$. On aurait de même $v = \frac{a - p'V}{p - p'}$. C'est l'expression *analytique* de la règle établie dans le texte.

a eu la quantité de cuivre, qui était contenue dans la couronne; et il a eu la quantité d'or, en divisant la seconde différence par le même diviseur. Dans la première solution, on cherche d'abord le volume de la couronne, dont le poids est d'ailleurs connu; et on conclut les proportions de l'alliage d'après les pesanteurs spécifiques des deux métaux alliés. Dans la dernière, on cherche des volumes de chaque métal égaux au volume de la couronne; et sans avoir recours aux pesanteurs spécifiques, on tire des poids absolus les proportions de l'alliage (x).

§ 138. C'est par les procédés que l'on vient d'exposer, que l'on peut reconnaître, si une pièce d'or est *légitime*, ou si elle a été *falsifiée*. A l'exception

---

(x) Soit a le poids de la couronne pesée dans l'air, b son poids dans l'eau; m et n les poids de la masse d'or dans l'air et dans l'eau; m' et n' ceux de la masse de cuivre. On aura : $\frac{a-b}{P}$ pour le volume de la couronne, $\frac{m-n}{P}$ pour celui de la masse d'or, et $\frac{m'-n'}{P}$ pour le volume de la masse de cuivre. Ces volumes étant égaux, on a : $a-b=m-n=m'-n'$.

Cela posé, appellons v et v' les volumes cherchés de l'or et du cuivre, dont l'alliage forme la couronne : on a nécessairement : $v+v'=V$, ou le volume de la couronne. D'un autre côté on aura les poids de ces volumes, en faisant : $\frac{m-n}{P} : m :: v : \frac{Pmv}{m-n}$; et $\frac{m'-n'}{P} : m' :: v' : \frac{Pm'v'}{m'-n'}$. Ces poids réunis devant être égaux au poids de la couronne, on aura l'équation : $P(vm+v'm')=a(m-n)$: substituant à la place de v, sa valeur $V-v'$, il vient :

$$P\left\{(V-v')m+v'm'\right\}=a(m-n) \text{ d'où } v'=\frac{PVm-a(m-n)}{P(m-m')}.$$

Mais $PV=a-b$: donc $v'=\frac{an-bm}{P(m-m')}$; et comme $b=a-m+n$, on aura enfin, $v'=\frac{(m-a)(m-n)}{(m-m')P}$. Si l'on considère comme l'unité le volume commun aux trois corps, lequel est exprimé par $\frac{m-n}{P}$, on aura pour le volume du cuivre : $v'=\frac{m-a}{m-m'}$. On trouverait de même celui de l'or, $v=\frac{a-m'}{m-m'}$, comme le donne la règle établie dans le texte.

du *platine*, métal rare et cher, l'or est le plus pesant des corps de la nature. Par conséquent une pièce d'or falsifiée doit être *plus légère* que les pièces de *cours*, si elle a le *même volume ;* ou bien *son volume* sera *plus grand*, si elle a *le poids* qu'elle doit avoir. Comme l'altération sur le poids est facile à reconnaître, les faussaires s'attachent à conserver aux pièces qu'ils fabriquent, le poids des pièces de *bon aloi :* mais comme ils ne peuvent y parvenir, qu'en alliant à l'or des matières qui sont moins pesantes que lui, il suit que les pièces falsifiées ont nécessairement plus de volume que les autres.. L'œil juge mal de cette différence de volume : mais la balance hydrostatique la fait connaître avec évidence.

Si, en pesant dans l'eau la pièce que l'on suspecte, on trouve que sa pesanteur spécifique est au-dessous de celle qu'elle doit avoir d'après la loi, ou bien si elle perd dans l'eau plus que les pièces reconnues pour bonnes, on sera assuré que la pièce a été falsifiée; et, bien que la surface extérieure soit réellement de l'or, qu'elle porte une empreinte légale en apparence, et qu'elle ait le poids qu'elle doit avoir, elle contient néanmoins dans son intérieur quelque matière étrangère et différente de l'or. La falsification d'une pièce d'argent ne pourrait pas se reconnaître de même, parce qu'il y a des métaux qui pèsent plus que l'argent : mais cette falsification est plus rare, parce qu'elle tente moins la cupidité ; et il est d'ailleurs très-difficile de la bien déguiser, parce que l'argent, allié avec quelque métal vil, perd beaucoup de sa *qualité sonore*.

Les orfévres ont un moyen fort simple et très-expéditif pour connaître la nature d'un métal, et pour juger à-peu-près de l'alliage. Ils ont une pierre brune, fort dure, et d'un poli naturel, que l'on appelle *pierre de touche*. On traîne sur cette pierre, et par un angle ou une *arête*, le morceau de métal qu'on veut éprouver, de manière qu'il y laisse une trace, qui

se distingue fort bien sur la couleur rembrunie de la pierre, et fait juger à un œil exercé, si le métal éprouvé est or, ou argent, ou cuivre; s'il est allié, et quelles sont à-peu-près les proportions de l'alliage. Mais ce moyen n'est qu'un premier aperçu, qui a besoin d'être confirmé, ou rectifié par des expériences plus directes.

§ 139. Il est rare que l'or soit parfaitement pur: il est ordinairement allié avec de l'argent ou du cuivre. On préfère de l'allier avec ce dernier métal, qui ne peut point altérer sa couleur, et qui lui donne plus de dureté. La quantité de cuivre ou d'argent qui est alliée à l'or, fait le *titre* de l'or. L'or parfaitement pur, et sans aucun alliage, est dit à 24 *carats*. On se représente une masse quelconque de cet or, comme partagée en 24 parties égales, qu'on appelle *carats*. Maintenant, si l'on ôte une de ces parties, et qu'on la remplace par une quantité égale de cuivre ou d'argent, on aura de l'or qui ne sera plus qu'à 23 carats: c'est-à-dire que la masse totale ne contiendra plus que les $\frac{23}{24}$es. en or. Les métaux s'alliant par la *fusion*, on voit que le cuivre ou l'argent ajouté est répandu uniformément dans toute la masse; et qu'ainsi une portion quelconque de cette masse sera toujours au même titre, ou à 23 carats, parce qu'elle n'aura encore que les $\frac{23}{24}$es. en or. L'or n'est plus qu'à 22 carats lorsqu'il contient $\frac{2}{24}$es. d'alliage, et ainsi des autres proportions. Pour évaluer l'alliage avec plus de précision, on divise encore le carat en *trente-deux* 32emes. L'or, *au titre actuel de la monnaie de France, est à* 21 *carats et* $\frac{22}{32}$es.; c'est-à-dire que dans les pièces d'or frappées en France, il y a $\frac{2}{24}$es. et $\frac{5}{384}$es. d'alliage, ou un peu moins de $\frac{1}{10}$e. Il y en a plus ou moins dans les monnaies des autres pays. Les lingots d'or ont aussi des titres différens, suivant leur alliage: on peut trouver ce titre par la balance hydrostatique. L'or des bijoux n'est qu'à 20 carats. La pesanteur spécifique de la monnaie d'or de France est de 17,65,

et celle de l'or des bijoux, de 15,71. Il faut donc qu'une pièce d'or française, pesée dans l'eau, perde entre la 18.e et la 17.e partie de son poids; et un morceau d'or de bijou, entre la 16.e et la 15.^{e}

Le titre de l'argent se divise en *douzièmes*, que l'on appelle *deniers*. Le denier contient 24 *grains*. L'argent pur et sans alliage est dit à 12 deniers. Il n'est plus qu'à 11 deniers, lorsqu'il contient $\frac{1}{12}$ d'alliage. L'*argent, au titre de la monnaie de France, est à* 10 *deniers et* 21 *grains*. Il contient $\frac{1}{12}$e. et $\frac{1}{96}$e., ou $\frac{3}{32}$es. d'alliage, qui est du cuivre. Les monnaies d'argent des autres pays contiennent aussi plus ou moins d'alliage. L'argent au *titre de Paris*, est à 11 deniers et 10 grains, et par conséquent plus pur que l'argent monnoyé. Les lingôts d'argent peuvent aussi avoir des titres différens, suivant leur alliage; et ce titre se connaît, comme celui de l'or, par la méthode employée pour la couronne d'Hiéron.

Il faut observer au sujet de l'alliage des différens métaux, qu'il arrive quelquefois, que l'alliage a une pesanteur plus grande que celle qui devrait résulter des pesanteurs des deux métaux alliés, et d'autres fois une pesanteur moindre : ce qui vient de ce que certains métaux, en s'unissant, se pénètrent réciproquement, et qu'il se fait un rapprochement dans leurs molécules; tandis que pour d'autres métaux il arrive, au contraire, que leurs molécules, dans leur réunion, prennent un écartement plus considérable. L'expérience seule peut faire connaître ce qui se passe à cet égard dans l'alliage des différens métaux.

CHAPITRE XV.

De la manière de trouver la pesanteur spécifique des fluides.

§ 146. Le moyen de trouver la pesanteur spécifique d'un fluide est extrêmement simple et facile. On prend un corps qui puisse être plongé sans inconvénient dans ce fluide, comme serait un petit globe de verre, solide ou creux, mais lesté avec une suffisante quantité de mercure. On met ce corps en équilibre au bras d'une balance, et l'on en détermine ainsi le poids. On le fait ensuite plonger dans le fluide en question; et si le volume du corps est d'ailleurs connu, ce qu'il faudra ajouter de son côté, exprimera le poids d'un pareil volume du fluide. En pesant ainsi successivement le même corps dans des fluides de différentes espèces, les poids qu'il faudra à chaque fois ajouter de son côté pour l'équilibre, exprimeront simplement les rapports des pesanteurs spécifiques de ces fluides, si le volume du corps n'est pas connu, et ces pesanteurs absolues, si ce volume est donné. Ainsi, si l'on suppose que le globe de verre perde de son poids 1,75 grammes dans l'eau distillée, 1,61 dans l'huile d'olives, 1,46 dans l'esprit-de-vin, 2,00 dans l'eau salée, 3,22 dans l'acide sulfurique : ces parties exprimant les poids de ces différens fluides sous des volumes égaux, serviront aussi à exprimer les rapports de leurs densités ou de leurs pesanteurs spécifiques. Mais si l'on sait d'ailleurs que le volume du globe de verre est de 1 ¾ centimètres cubes, alors, en divisant chacun des nombres ci-dessus par 1 ¾, on trouvera les pesanteurs spécifiques absolues

absolues de ces différens fluides, ou ce que pèse le centimètre cube de chacun d'eux. On aura ainsi *un* gramme pour l'eau; 0,92 de gramme pour l'huile d'olives; 0, 84 pour l'esprit-de-vin; 1,14 pour l'eau salée; 1, 84 pour l'acide sulfurique.

On peut trouver encore les pesanteurs spécifiques des fluides, par le moyen d'un flacon d'un poids connu, qu'on remplit successivement de ces différens fluides, et qu'on pèse à chaque fois. Les volumes étant parfaitement égaux, les pesanteurs sont donc directement comme les poids trouvés, diminuées du poids du flacon. En évaluant d'ailleurs la capacité de ce flacon en centimètres cubes, on aura aisément la pesanteur spécifique absolue de chaque fluide. La capacité du flacon se détermine par le poids de l'eau distillée qu'il peut contenir. Ce poids, exprimé en grammes, donne directement le nombre des centimètres cubes, qui font la contenance du flacon.

Pour mettre plus de précision dans la détermination des pesanteurs spécifiques des fluides, il faut avoir soin de les amener tous à une même température : car la chaleur produisant un écartement sensible dans les molécules des fluides, et le froid, au contraire, les resserrant, il suit qu'un même fluide paraîtra plus ou moins pesant, selon qu'il sera moins ou plus échauffé. Il est donc nécessaire de choisir une température fixe : c'est ordinairement la température moyenne, marquée par le 10[e] degré au thermomètre de *Réaumur*.

§ 141. On trouve la pesanteur d'un fluide aériforme, de l'air atmosphérique, par exemple, en faisant d'abord le vide le plus exactement possible, dans un ballon de verre garni d'un robinet. On pèse le ballon ainsi purgé d'air. On le pèse de nouveau, lorsqu'on a laissé rentrer l'air. La différence des pesées exprime le poids de l'air, qu'on avait fait sortir du ballon. Si d'ailleurs la capacité du ballon est connue, et qu'on sache quelle est la quantité d'air qui était restée,

on connaîtra le volume de l'air sorti. Le volume de l'air et son poids étant connus, il sera facile d'avoir la pesanteur spécifique de ce fluide.

Supposons que la capacité du ballon soit de 8 décimètres cubes, et qu'il y soit resté la 32.e partie de l'air qu'il contenait; le volume de l'air extrait par le moyen de la pompe pneumatique, est donc de 7750 centimètres cubes. Si l'on établit maintenant que la différence des deux pesées s'est trouvée de 9,3 grammes; en divisant ce nombre par 7750, volume de l'air pesé, on trouvera que le centimètre cube de ce fluide pèse 0,0012, ou 12 *dix-millièmes* de gramme: ce qui est en effet, à peu de chose près, la pesanteur spécifique de l'air atmosphérique. On a dit plus haut, comment on devait concilier avec les principes de l'hydrostatique, l'expérience par laquelle on vient d'enseigner à déterminer le poids de l'air.

On peut encore peser l'air de la manière suivante. On prend un grand ballon de verre (fig. 96.e) garni d'un robinet, et surmonté d'une tige cylindrique, ou d'une règle d'une épaisseur bien égale, et portant une échelle bien divisée. Au moyen d'un lest suffisant, on fait plonger le ballon dans l'eau lorsqu'il est plein d'air, et l'on remarque à quelle division de l'échelle répond le niveau de l'eau. On retire l'air ensuite au moyen de la machine pneumatique; et remettant le ballon dans l'eau, on trouve dans ce cas qu'il enfonce moins. Ce qu'il faut ajouter pour que le niveau de l'eau réponde à la même division qu'auparavant, exprime le poids de l'air retiré. Ce poids, et le volume de l'air connus, on en conclut aisément la pesanteur spécifique de ce fluide.

On suit pour les autres fluides *aériformes*, la même méthode que pour l'air; c'est-à-dire qu'après avoir fait le vide dans un globe de verre, on le remplit du fluide élastique dont on veut connaître la pesanteur; et en pesant le globe dans les deux états, on trouve dans la différence des poids, la pesanteur

du fluide éprouvé. Pour remplir d'air commun un ballon où l'on a fait le vide, il n'y a qu'à ouvrir le robinet : la pression de l'atmosphère chasse à l'instant l'air dans l'intérieur du ballon, et le remplit en très-peu de temps. Pour y introduire un autre gaz, il faut ajouter au robinet un bout de tuyau, qui communique avec une vessie ou avec une cloche pleine de ce gaz ; et on laisse encore à la pression atmosphérique le soin de pousser le gaz dans le ballon.

C'est sur-tout dans les expériences qui ont pour objet de déterminer les pesanteurs spécifiques des fluides élastiques, que l'on doit avoir égard à la température ; par la raison qu'un changement médiocre dans la chaleur produit un changement très-considérable dans le volume de ces sortes de fluides. Il est nécessaire encore de tenir compte de la hauteur du baromètre, parce que tous ces fluides étant très-compressibles et très-dilatables, quelques petites variations dans la pression atmosphérique font varier sensiblement leur volume, et par suite leurs pesanteurs spécifiques.

CHAPITRE XVI.

De l'aréomètre ou pèse-liqueur.

§ 142. Quoique la méthode qu'on vient d'exposer pour avoir la pesanteur spécifique des fluides, soit assez facile à pratiquer, on lui préfère communément la méthode suivante, qui est encore plus simple, et qui peut donner de suite les pesanteurs, sans aucun calcul.

On appelle *aréomètre* ou *pèse-liqueur*, un instrument de verre ou d'argent, ou de quelque autre matière (fig. 97.e), composé d'un tuyau cylindrique, au bout duquel est une sphère creuse, d'une grandeur suffisante pour que l'instrument ne puisse pas aller à fond, et lestée avec du mercure pour qu'il puisse se tenir droit, et que sa tige cylindrique demeure bien verticale, lorsqu'il est plongé dans quelque fluide. C'est donc ici, comme on voit, un corps destiné à flotter sur les différens fluides pour lesquels on l'emploie, et qui déplace par conséquent toujours un volume de fluide dont le poids est parfaitement égal au sien.

§ 143. L'aréomètre peut être employé de deux manières différentes : ou son poids demeure toujours le *même*, et alors le *volume* de la partie plongée *varie* avec la *densité* du fluide ; ou bien le *volume* plongé est toujours le *même*, et dans ce cas, le *poids* de l'aréomètre doit *changer*, suivant la pesanteur spécifique du fluide. La première méthode est celle qui offre le moins d'exactitude : cependant c'est celle qui est la plus usitée, parce qu'elle est la plus commode dans la pratique, et que sans calcul, et d'un seul coup d'œil,

on peut lire sur l'instrument ce qu'on a intérêt de savoir.

Le poids de l'aréomètre demeurant donc le même, il est clair que cet instrument s'enfoncera moins dans un fluide plus pesant, et qu'il descendra davantage dans un fluide plus léger. Les poids des volumes, déplacés dans tous les cas, seront les mêmes, puisqu'ils sont toujours égaux au poids de l'aréomètre : mais le volume sera *plus grand* dans un fluide *plus léger*, et *plus petit* dans un fluide *plus pesant*. *Les pesanteurs spécifiques seront donc en raison inverse de ces volumes* (*y*).

Pour pouvoir juger de la grandeur relative des volumes déplacés, l'aréomètre, comme on a dit, porte une tige cylindrique d'une certaine longueur, et tout est proportionné de manière que le niveau des fluides auxquels il est destiné, puisse répondre à quelque point de la hauteur de cette tige. Il est donc facile de juger par-là, si le volume plongé est plus ou moins grand. La tige porte toujours une division adaptée à l'usage particulier de l'aréomètre. Le plus souvent, pour faire cette division, on se contente de plonger d'abord l'instrument dans le fluide le plus pesant de ceux pour qui il est destiné, et ensuite dans le plus léger : on marque à chaque fois le point de la tige où répond le niveau du fluide, et l'on divise cet intervalle en un certain nombre de parties égales. On juge de la pesanteur spécifique des liqueurs intermédiaires, par le degré de l'échelle du tube où répond leur niveau, lorsque l'instrument y est plongé.

(*y*) a est le poids de l'aréomètre, v et v' sont les volumes qu'il enfonce, dans deux fluides différens; p et p' les pesanteurs spécifiques de ces fluides. On a donc $pv = a$, et $p'v' = a$: donc $pv = p'v'$, d'où l'on tire : $p : p' :: v' : v$. On aurait donc le rapport des pesanteurs spécifiques, si les volumes plongés étaient connus.

Il est facile de voir que cette méthode, qui peut suffire dans bien des cas, n'est pas susceptible de beaucoup de précision. Premièrement, elle suppose que le tuyau de l'aréomètre est d'un diamètre bien égal ; ce qui doit se rencontrer assez rarement. En second lieu, les volumes des parties du tuyau comprises entre les divisions de l'échelle, n'ayant aucun rapport connu avec le volume total de la partie plongée, cet instrument ne peut faire connaître ni les pesanteurs spécifiques absolues des différens fluides, ni les rapports de ces pesanteurs. Tout ce qu'il peut nous apprendre, c'est que telle liqueur est plus légère ou plus pesante que telle autre ; ce qui, à la vérité, peut suffire dans plusieurs circonstances.

Pour avoir un aréomètre dont les indications aient quelque chose de plus instructif, M. *Beaumé* gradue le sien de la manière suivante. Il plonge d'abord l'aréomètre dans de l'eau pure, et marque le point où il s'arrête. Il le met ensuite dans un mélange de 99 parties d'eau, et *une* de sel : l'aréomètre enfonce moins, et il marque de même le point de la tige qui répond au niveau. Il continue de la même manière, en mélangeant 98 parties d'eau et deux de sel, et en ôtant ainsi successivement une partie d'eau et ajoutant une partie de sel, marquant à chaque fois sur la tige de l'aréomètre le point qui *affleure la s*urface de la liqueur. Par ce moyen, il a un instrument qui indique par son échelle, quelle est la quantité de sel contenue dans une eau donnée : chaque degré de l'aréomètre indique une quantité de sel égale à *un centième* du volume. Mais tous les sels n'augmentent pas de la même manière la densité de l'eau où ils sont dissous : il faut donc un aréomètre particulier pour chaque espèce de sel.

En prenant d'abord 16 parties d'eau pure, et en mélangeant successivement *une* partie d'*alcohol* ou esprit-de-vin avec *quinze* parties d'eau, *deux* parties d'alcohol avec *quatorze* parties d'eau, et ainsi de

suite, on construit des aréomètres qui font connaître quelles sont les quantités d'eau et d'esprit contenues dans une *eau-de-vie* donnée. Mais ces aréomètres ne peuvent être employés avec utilité que pour l'objet particulier auquel ils sont destinés.

§ 144. Dans la seconde manière d'employer l'aréomètre, la partie plongée est toujours la même, et le poids qui produit l'*immersion*, change avec la densité du fluide. L'aréomètre de *Farenheit* (fig. 98.e) est composé d'une sphère creuse de verre, lestée avec du mercure, portant une tige courte et menue, surmontée d'un petit bassin destiné à recevoir les poids nécessaires pour faire plonger l'instrument. Sur la tige est un petit bouton de verre qui doit se trouver à fleur du niveau dans tous les fluides, pour que le volume plongé soit toujours le même. Quand on se sert de cet instrument, on charge le bassin jusqu'à ce que l'enfoncement soit tel qu'on vient de dire; et en ajoutant au poids de l'aréomètre les poids mis dans le bassin, on a le poids du volume de fluide déplacé. Comme ce volume est le même dans tous les cas, *les pesanteurs spécifiques des fluides éprouvés sont donc entre elles comme ces poids* (z).

Je suppose, pour en donner un exemple, que l'aréomètre pèse tout seul 30 grammes; qu'il soit nécessaire d'en ajouter 5 pour le faire descendre dans une liqueur donnée jusqu'au point fixe, et que pour le faire plonger jusqu'au même point dans une autre liqueur, il faille le charger de 10 grammes. Les volumes déplacés et égaux des deux fluides pèseraient

(z) J'appelle v le volume constant de la partie plongée, a le poids total de l'aréomètre, y compris les poids additionnels, lorsqu'il est plongé dans un certain fluide, b son poids lorsqu'il est mis dans un autre fluide. On aura ici : $pv = a$, $p'v = b$, où $v = \frac{a}{p}$, et $v = \frac{b}{p'}$. Donc $\frac{a}{p} = \frac{b}{p'}$. D'où $p : p' :: a : b$.

donc, l'un 35 grammes, et l'autre 40. Leurs pesanteurs spécifiques seraient donc dans le rapport de 7 à 8. On suppose que la température des deux fluides était la même. On aurait les pesanteurs spécifiques absolues, en déterminant le volume de la partie toujours plongée de l'aréomètre.

L'aréomètre de *Nicholson* (fig. 99.e) est semblable à celui de *Farenheit*, avec cette différence qu'il peut également servir pour trouver la pesanteur spécifique des solides. Dans cet aréomètre, qu'on fait ordinairement en fer-blanc peint, la pièce inférieure qui sert de lest, est faite en forme de cône renversé, dont la base un peu concave peut recevoir les différens corps qu'on veut éprouver. Lorsqu'on veut se servir de cet instrument pour connaître la pesanteur spécifique des fluides, on l'emploie tout comme le précédent; c'est-à-dire qu'on charge le bassin supérieur des poids nécessaires pour le faire plonger jusqu'à un certain point fixe, marqué sur sa tige menue, et qu'on ajoute ces poids au poids connu de l'instrument, pour avoir les rapports des pesanteurs spécifiques des fluides.

Pour trouver la pesanteur spécifique des solides avec cet aréomètre, voici comme il faut l'employer. On prend de l'eau pure, ou, ce qui vaut mieux, de l'eau distillée : on y plonge l'instrument, et on le charge jusqu'à ce que le niveau soit arrivé au point fixe : on sait ainsi quels sont les poids nécessaires pour opérer l'immersion de l'aréomètre dans l'eau. C'est une opération faite une fois pour toutes. On ôte ces poids, et l'on met à leur place un morceau de la matière qu'on veut peser, bien entendu que ce morceau doit être moins pesant que les poids retirés. On y ajoute ce qu'il faut pour faire plonger de nouveau l'aréomètre jusqu'à la marque. La différence entre les poids employés dans les deux cas, donne évidemment le poids absolu du corps mis en expérience. On retire ensuite ce corps du bassin supérieur où il était, et on le place sur le

cône renversé qui sert de lest, ayant soin, lorsqu'il est plongé dans l'eau, qu'aucune bulle d'air ne demeure adhérente à sa surface. Dans cette nouvelle position, il perd une partie de son poids : il faut donc ajouter quelque chose dans le bassin supérieur, pour faire descendre l'instrument au même point; et ce que l'on ajoute est égal au poids du volume de fluide déplacé par le corps. Par conséquent, on a ici d'abord le poids total du corps, et ensuite son volume. En divisant l'un par l'autre, on aura la pesanteur spécifique du solide (*a'*).

Donnons un exemple. Je suppose qu'un poids de 50 grammes soit nécessaire pour faire plonger l'aréomètre dans l'eau pure jusqu'à la marque faite sur sa tige. Je place dans le bassin supérieur un fragment de marbre, et il se trouve que son poids n'est pas suffisant pour faire descendre l'aréomètre au même point, et qu'il faut pour cela ajouter un poids de 7 grammes et demi. Donc le morceau de marbre employé pèse $42\frac{1}{2}$ grammes. Maintenant j'ôte le marbre, et je le place sur le bassin inférieur. Dans ce cas, l'aréomètre enfonce moins, et il faut que j'ajoute dans le bassin supérieur un poids de 16 grammes. Donc ce morceau de marbre perd dans l'eau 16 grammes de son poids. Son volume est donc

---

(*a'*) Soit a le poids de l'aréomètre, b ce qu'il faut ajouter pour le faire plonger jusqu'à la marque; V le volume déplacé, P la pesanteur spécifique de l'eau. On a : $PV = a + b$. Soit pv le poids absolu du corps qu'on veut éprouver, d ce qu'il faut y joindre, pour que l'aréomètre enfonce de la même quantité. On aura de même : $PV = a + pv + d$. Donc $pv = b - d$; tel est le poids absolu du corps. En le plaçant dans le bassin inférieur, il perdra une partie de son poids; et si l'on appelle d' ce qu'il faudra encore ajouter dans le bassin supérieur, pour obtenir le même équilibre, il viendra : $PV + Pv = a + d + d' + pv$, et par conséquent $v = \frac{d'}{P}$; tel est le volume du corps. Mais $pv = b - d$; donc $p = \frac{P(b-d)}{d'}$. Ce sera donc là la pesanteur spécifique demandée.

de 16 centimètres cubes; et en divisant 42 ½, poids absolu, par 16, volume, on trouve 2,656, pesanteur spécifique du marbre éprouvé, ou ce qu'il pèse en grammes par centimètre cube.

On pourrait employer cet aréomètre pour trouver la pesanteur spécifique des matières plus légères que l'eau : mais alors lorsqu'on placerait ces matières dans le bassin inférieur, il faudrait avoir soin de les y attacher pour pouvoir les retenir dans l'eau. L'aréomètre de *Nicholson* est donc également utile pour déterminer les pesanteurs spécifiques des fluides et des solides. M. *de Morveau* en a encore étendu l'usage, et l'a appelé *gravimètre*. Il le fait de verre pour qu'il puisse être plongé dans toute sorte de liqueurs : il y ajoute une petite masse de verre solide, qu'il appelle le *plongeur*, et qu'on place dans le bassin inférieur pour éviter de charger trop le bassin supérieur, et pouvoir ainsi employer cet instrument à trouver la pesanteur des fluides qui sont plus pesans que l'eau.

On voit par tous les détails dans lesquels on est entré dans cette troisième section, que l'hydrostatique fournit des moyens également simples et faciles pour résoudre une foule de problèmes intéressans ; qu'elle est un supplément nécessaire à la géométrie, de même qu'à la minéralogie : car la pesanteur spécifique est souvent un caractère essentiel et distinctif des minéraux ; enfin, qu'elle offre aux arts des procédés utiles, et qu'elle a fourni au commerce un instrument nécessaire et d'un usage journalier.

HYDRAULIQUE PHYSIQUE.

DEUXIÈME PARTIE.

HYDRODYNAMIQUE.

On a exposé dans la première partie, les lois que suivent les fluides dans l'état de repos : un principe unique, l'égalité de pression, a été la source féconde de toutes ces lois. On a vu naître de ce principe la foule des phénomènes que présente l'équilibre des fluides ; et cette branche de l'hydraulique en a reçu la forme et l'ensemble d'une véritable science. La partie dont nous allons nous occuper à présent, ne jouit pas tout-à-fait du même avantage : elle n'a pas pu être encore amenée à cet état de simplicité. Les lois qui concernent le mouvement des fluides, paraissent extrêmement compliquées : aucun principe général n'a pu jusqu'à présent rendre une raison entière et satisfaisante de toutes les circonstances de ce mouvement; et comme on verra, on est souvent obligé sur cet objet, de se contenter de certaines règles plus ou moins exactes, fondées sur la seule expérience.

PREMIÈRE SECTION.

DES EAUX FLUENTES.

CHAPITRE PREMIER.

De la manière dont les fluides s'écoulent hors des vases ou reservoirs qui les contiennent.

§ 1. Soit un vase quelconque ABCD (fig. 100.e), rempli d'un fluide homogène, également pesant, et en repos: chaque molécule éprouvera dans tous les sens des pressions égales, et il y aura équilibre dans toute la masse du fluide. Mais supposons que l'on vient à déboucher tout-à-coup quelqu'ouverture pratiquée au fond du vase; alors l'équilibre est rompu et voici ce qui arrive. 1.° Les molécules qui répondent à l'ouverture débouchée s'échappent à l'instant. 2.° Elles sont suivies non seulement par celles qui étaient au-dessus d'elles, mais encore par les molécules qui les environnaient de toutes parts. 3.° Le fluide se dirige de tous côtés vers l'orifice, où il arrive successivement par des directions plus ou moins obliques. 4.° Cependant la surface du fluide s'abaisse en demeurant toujours horizontale et parallèle à elle-même. 5.° Enfin, lorsqu'il ne reste plus qu'une petite hauteur de fluide au-dessus de l'orifice, la surface tend à

s'abaisser vers ce point, et le fluide latéral accourt vers cet endroit pour conserver son niveau. Lorsque par le progrès de l'écoulement, son affluence n'est plus ni assez prompte, ni assez abondante, alors il se forme à la surface une cavité, une espèce d'*entonnoir*, dont la pointe est dirigée vers le centre de l'orifice, et le fluide finit par s'écouler en *nappe* sur les bords de cet orifice.

§ 2. A l'instant où l'on débouche l'ouverture, les molécules qui étaient soutenues par le bouchon, manquant subitement d'appui, tombent, entraînées par la pesanteur, et poussées par celles qui sont au-dessus d'elles; de façon que la vîtesse avec laquelle elles s'échappent, est le résultat de l'action de ces deux forces. Cependant si, le vase étant d'un diamètre égal sur toute sa hauteur, l'ouverture était aussi grande que le fond du vase, alors il est évident que la masse entière du fluide tomberait toute à-la-fois, comme ferait un corps solide : toutes les molécules obéiraient en même temps et de la même manière à la pesanteur, sans pouvoir exercer aucune action les unes sur les autres, soit pour accélérer, soit pour ralentir leur vîtesse.

Mais que deviendra la pression que le fluide exerçait auparavant, tant sur le fond du vase, que sur ses parois et sur lui-même? Cette force s'anéantira tout-à-coup par la suppression du fond. En effet, la pression n'est que le résultat des efforts que font les particules du fluide pour obéir à la pesanteur : dès qu'elles peuvent céder librement à cette force, il n'y a plus d'effort, ni par conséquent de pression. Si donc les parois du vase étaient percés quelque part d'une ouverture, aucune portion de fluide ne s'échapperait par-là; et le fond du vase étant supprimé, le fluide tomberait en masse et tout d'une pièce, n'exerçant plus aucune pression, ni sur lui-même, ni sur les parois.

Lorsque l'orifice est plus petit que le fond du vase, alors la chute du fluide étant gênée par la petitesse du passage, la pesanteur n'obtient qu'une partie de son effet : l'effort des molécules, pour obéir à cette force, ne saurait être anéanti. Il existe donc encore une pression qui se fait sentir contre le fond et les parois du vase, et contre les molécules du fluide. Celles-ci s'échappent donc, poussées par cette force, en même temps qu'elles sont entraînées par leur pesanteur propre.

§ 3. Il semble d'abord que les molécules qui sortent les premières, devraient être suivies seulement par celles qui sont au-dessus d'elles ; et que la colonne qui répond à l'orifice, et qui manque de soutien, devrait tomber toute entière, comme dans le cas où le fond du vase vient à manquer. Cela serait en effet, si la colonne tombante pouvait réagir contre celles qui l'environnent, avec la même force que dans l'état de repos. Dans ce cas, à mesure que cette première colonne s'écoulerait, les colonnes voisines se verseraient dans le vide qu'elle laisserait après elle : il n'y aurait ainsi dans le fluide qu'un mouvement vertical, qui se ferait de haut en bas, dans la ligne seulement qui répond à l'orifice, et un mouvement horizontal qui aurait lieu à la surface, et qui pousserait les molécules dans l'espace abandonné par la colonne descendante. Le reste du fluide demeurerait d'abord en repos, et ne se mettrait en mouvement qu'à son tour, et successivement ; mais les choses ne peuvent pas se passer ainsi.

La colonne de fluide qui est au-dessus de l'orifice, en commençant à tomber, et obéissant ainsi à la pesanteur, ne peut plus réagir avec la même force contre les colonnes environnantes ; et comme celles-ci ont toujours la même pression verticale à supporter, elles se trouvent avoir une force supérieure à celle que la première colonne est en état de leur opposer. Mais c'est sur-tout auprès de l'orifice que cette

inégalité de force se fait remarquer. Dans cet endroit, les molécules latérales, poussées par une pression supérieure, se glissent et s'insinuent dans la colonne qui s'écoule ; de façon que le fluide sortant est fourni en même temps par cette colonne, et par toutes celles qui l'environnent.

§ 4. Mais le mouvement par lequel le fluide latéral se porte vers l'orifice, ne se borne pas aux molécules qui sont les plus voisines de cet orifice. La même inégalité de force qui pousse celles-ci vers ce point, amène aussi à leur place les molécules qui sont plus éloignées : le mouvement se transmet donc de proche en proche jusque vers les parois du vase ; et le fluide accourt de tous les côtés vers l'endroit de la moindre résistance.

On avait pensé que le fluide contenu dans un vase, et s'écoulant par un orifice pratiqué au fond de ce vase, pouvait être considéré comme divisé en deux portions, l'une *stagnante* et en repos, et l'autre en mouvement, et fournissant seule à l'écoulement. On donnait à celle-ci une forme semblable à celle qui est représentée par GEF (fig. 101.), espèce de courbe dont on faisait répondre le sommet au centre de l'orifice, et dont la base était à la surface du fluide. Les portions comprises entre la convexité de la courbe et les parois du vase, étaient censées en équilibre entr'elles, et dépourvues de mouvement. Cette supposition s'éloigne de la vérité. Il est certain que dès que le fluide a la liberté de s'écouler dans un endroit, les molécules se mettent en mouvement de tous côtés ; et l'équilibre étant rompu dans un point, il l'est également par-tout. Par-tout les molécules sont *inégalement* pressées, et doivent par conséquent se mouvoir du côté où elles éprouvent la moindre résistance ; c'est-à-dire qu'elles doivent de par-tout se diriger vers l'orifice, et qu'aucune portion du fluide ne peut demeurer en repos.

Ce que l'on dit ici peut se reconnaître aisément à la vue. Il suffit pour cela de répandre dans le fluide quelque poudre fine dont la pesanteur spécifique excède à peine celle du fluide. Ces petits corps étrangers, qui demeureront suspendus pendant quelque temps dans le fluide, indiqueront, par leur mouvement, celui des molécules qui les soutiennent, et serviront ainsi à rendre visible ce qui, sans leur secours, aurait échappé à la vue. On verra donc ces corpuscules se diriger de tous côtés vers l'orifice, et y arriver successivement dans des directions différemment inclinées.

Il y a plus : si au fond d'un vaisseau de verre (fig. 102.e) on adapte un tuyau qui s'élève dans l'intérieur du vase jusqu'à une hauteur de cinq ou six centimètres, et que le vase étant plein d'eau, et dans un repos parfait, on débouche tout-à-coup l'orifice extérieur du tuyau ; on pourra observer facilement, que non seulement les molécules fluides qui sont au-dessus du plan horizontal qui rase l'orifice intérieur du tuyau, se dirigent vers cet orifice, mais que celles aussi qui sont au-dessous de ce plan, même d'une quantité notable, prennent leur direction vers ce même point. C'est un spectacle curieux, de voir les corpuscules flottans dans l'eau, lorsqu'ils sont situés plus bas que l'orifice, s'élever de bas en haut, s'approcher de cet orifice avec une vîtesse toujours croissante, et se précipiter enfin avec ceux qui viennent de plus haut. L'orifice par lequel le fluide s'échappe semble un gouffre, qui attire à lui tout ce qui est dans sa sphère d'activité, et qui engloutit tout ce qu'il a attiré. Quant à la cause de tous ces mouvemens divers, il est évident que ce ne peut être que l'*inégalité de pression*. La pression des colonnes fluides va en augmentant, depuis la colonne qui répond à l'orifice, et qui manque d'appui, où cette pression est la plus petite, jusqu'à celles qui en sont les plus éloignées ; et c'est là que la pression est la plus grande.

4.° Le

§ 5. Le fluide latéral, en pénétrant par le bas dans la colonne qui répond à l'orifice, soutient les molécules de celle-ci, s'oppose à leur chute, et produit dans la manière dont le fluide s'écoule, une circonstance très-digne de remarque : c'est que la surface du fluide conserve son niveau en s'abaissant, et demeure constamment parallèle à elle-même, au moins jusqu'à une petite distance de l'orifice. Les molécules qui composent cette surface sont *matériellement* les mêmes pendant cet abaissement, et elles n'ont d'autre mouvement que celui par lequel elles descendent verticalement. C'est un fait que l'expérience a fait connaître, et qui prouve que toutes les colonnes du fluide fournissent toutes également à l'écoulement.

Si le vase est *cylindrique*, ou de la même largeur par-tout, les différentes tranches horizontales du fluide s'abaisseront toutes avec la même vîtesse, avec la vîtesse de la surface : car toutes les sections faites parallèlement à l'horizon étant égales entre elles, la même quantité de fluide doit passer en même temps par chacune d'elles. Si le vase va en se rétrécissant, de l'ouverture au fond, la vîtesse des tranches fluides ira en augmentant, parce que la quantité des molécules qu'elles contiennent va elle-même en diminuant ; et que si la surface s'est abaissée, par exemple, d'une ligne, la tranche, dont l'*aire* ne serait que la moitié de celle de la surface, doit dans le même temps s'abaisser de deux lignes. Dans ce cas, les molécules qui composent une tranche horizontale diminuent en nombre à mesure que la tranche descend : mais la surface du fluide n'en demeure pas moins parallèle à elle-même, et conserve toujours son niveau.

Ce dernier fait est le *principe* expérimental d'où la plupart des auteurs modernes sont partis pour établir les lois de l'écoulement des fluides. Mais ce principe laisse encore bien des choses à désirer.

D'abord le parallélisme des tranches fluides n'a véritablement lieu que jusqu'à une certaine distance de l'orifice : l'écoulement de la partie restante du fluide échappe donc aux lois que l'on veut en tirer. En second lieu, il ne rend point raison de l'affluence des molécules latérales, et encore moins de celles qui sont situées plus bas que l'orifice ; il conduit au contraire à supposer dans le fluide des parties stagnantes et sans mouvement ; ce qui est contraire à l'expérience. Enfin, il est évident que la conservation du niveau est elle-même un fait dont il faut chercher l'explication ; et cette explication ne peut se tirer que de l'*inégalité de pression ;* ce doit donc être là le principe fondamental de cette seconde partie de l'hydraulique, comme l'*égalité* de pression est celui de la première ; mais la difficulté est de pouvoir en déduire les lois du mouvement des fluides.

§ 6. Tant que la hauteur du fluide au-dessus de l'orifice excède une certaine limite qui paraît relative à la grandeur de cet orifice, la surface s'abaisse uniformément, et sans qu'on aperçoive le moindre déplacement entre les molécules qu'elle renferme : du moins les corps que l'on met flotter sur cette surface demeurent constamment à la même place, et descendent par une ligne verticale. Mais lorsque le niveau du fluide est arrivé à cette hauteur, alors ces mêmes corps commencent à s'approcher peu à peu du point qui répond perpendiculairement au-dessus de l'orifice : preuve que la surface tend à se creuser dans cet endroit, et que les molécules *superficielles* s'y versent de tous les côtés pour le maintenir au même niveau que le reste de la surface. Cet abaissement de la colonne qui répond à l'orifice arrive lorsque l'inégalité de pression n'est plus suffisante pour pousser le fluide latéral assez abondamment vers l'orifice, et soutenir ainsi la colonne qui est au-dessus. La chose devient extrêmement sensible par le moyen suivant. Faites flotter sur l'eau une

petite boule de cire, qui soit à peine plus légère que ce fluide, et qui plonge presqu'entièrement. Lorsque la surface de l'eau ne sera plus qu'à un ou deux centimètres de l'orifice, vous verrez la petite boule de cire, qui se sera placée justement au-dessus de cet orifice, descendre au travers du fluide, comme si elle était devenue plus pesante que lui, et se précipiter par cette ouverture, bien avant qu'elle eût pu l'atteindre, si elle fût toujours demeurée à la surface, comme l'exigeait sa pesanteur spécifique.

Lorsque la surface du fluide approche encore plus de l'orifice par lequel ce fluide s'échappe, il se forme assez ordinairement un creux ou entonnoir, dont la pointe est dirigée au centre de cet orifice. A mesure que la hauteur du fluide diminue davantage, l'entonnoir s'agrandit; et enfin le fluide forme comme une nappe liquide, qui coule sur les bords de l'orifice. Cet entonnoir a été attribué à la pression de l'air supérieur : mais sa véritable cause est la chute de la colonne qui répond à l'orifice, et l'insuffisance du fluide latéral, qui ne peut plus remplacer assez promptement celui qui s'écoule à chaque instant. L'entonnoir se manifeste quelquefois plutôt, et même dès le commencement de l'écoulement : mais c'est lorsque le fluide est agité de quelque mouvement étranger, qui contrarie l'*affluence* du fluide vers l'orifice.

Telles sont les circonstances *intérieures* qui accompagnent l'écoulement des fluides, par un orifice percé au fond du vase : c'est là ce qui se passe dans le vase, où le fluide est contenu. Les circonstances sont à-peu-près les mêmes, lorsque l'écoulement se fait par un orifice vertical pratiqué dans les parois du vase (fig. 103.e); c'est-à-dire que toutes les molécules se dirigent encore vers cet orifice; qu'elles s'en approchent dans des directions plus ou moins obliques; que le niveau s'abaisse en conservant son parallélisme; enfin que toute la

masse du fluide, et toutes les molécules qui la composent, même celles qui se trouveraient placées plus bas que l'orifice, sont toutes en mouvement, puisqu'il ne peut plus y avoir d'équilibre nulle part. Voyons maintenant ce qui se passe au dehors du vase.

CHAPITRE II.

De la contraction de la veine fluide.

§ 7. Le fluide en s'échappant du vase qui le contient, prend la forme d'une colonne liquide, qui tombe au travers de l'air, si l'orifice est percé dans le fond du vase, ou qui s'élance au dehors, si l'ouverture est pratiquée sur le côté. Le jet de fluide conserve à-peu-près la même grosseur sur une certaine étendue: mais enfin il s'élargit, son volume augmente; et les filets dont il est composé, finissent souvent par se séparer. Cet effet est produit par la résistance que l'air oppose au mouvement du fluide : l'air ralentit les molécules extérieures, plus que celles qui occupent le centre : il force la colonne à se diviser, et s'insinue entre les différens filets, qui s'écartent plus ou moins, suivant la vîtesse dont ils sont animés, et l'espace qu'ils ont déjà parcouru dans l'air. Telle est la véritable cause du grossissement, que l'on remarque dans le jet du fluide, à quelque distance de l'orifice. On fait voir en physique, que lorsque l'eau tombe dans un espace purgé d'air, ses molécules demeurent unies, et frappent ensemble un coup, qui retentit, comme ferait un corps solide.

§ 8. Mais si le jet devient plus gros, en s'éloignant de l'orifice, on observe qu'il se rétrécit au contraire,

et se *contracte* au sortir même de cet orifice. Cet effet ne se fait sentir que jusqu'à une petite distance, et la *veine fluide* est ensuite d'une grosseur égale sur une certaine étendue. Cette *contraction* de la colonne qui s'échappe, s'aperçoit aisément : l'œil avec la moindre attention reconnaît sans peine que le diamètre du jet, tout près de l'orifice, est plus petit que le diamètre de cet orifice ; et la mesure au reste ne peut laisser aucun doute à cet égard.

Il est donc certain que la veine fluide se resserre, au moment où elle s'échappe, et que son diamètre devient plus petit, que celui de l'ouverture, qui lui livre passage. Mais quelle est la cause de ce phénomène important et singulier ? On pourrait penser d'abord, que cet effet est dû à la pression de l'air environnant : mais la chose a également lieu dans le vide ; et d'ailleurs quelle serait la raison, pour laquelle l'air forcerait le jet à se resserrer, là où ce jet est le plus fort, tandis qu'il ne pourrait opérer le même effet dans les endroits, où sa force est bien moindre ? Ce n'est donc pas hors du vase, qu'il faut chercher la cause de cette contraction : c'est dans l'intérieur même du fluide.

§ 9. On a observé ci-dessus, qu'à l'instant où l'on débouche un orifice, pour laisser écouler le fluide, toutes les molécules accouraient vers cet orifice, en prenant des directions plus ou moins obliques, et qui *convergent* entr'elles. Or, ces mouvemens qui existent dans l'intérieur auprès de l'orifice, doivent subsister encore au dehors, au moins en partie. Les divers filets du fluide continuent donc de se rapprocher : la veine prend une forme *conique*, et se resserre de plus en plus, jusqu'à ce que les mouvemens obliques se soient détruits mutuellement par leur opposition. Alors les directions des filets fluides deviennent parallèles entr'elles, et le jet prend une forme *cylindrique*. Telle est, à ce qu'il paraît, la véritable cause, qui produit la contraction de la veine,

P 3

et qui *réduit* son diamètre, après son passage par l'orifice.

Une difficulté se présente ici. Puisque la grosseur de la colonne liquide hors du vase est moindre que le diamètre de l'orifice, comment se fait-il que tout le fluide qui sort par cet orifice, passe dans le même temps par un espace qui est plus étroit ? Serait-ce que l'orifice n'est pas exactement rempli par le fluide sortant, et qu'il s'y trouve des vides, occasionnés par le choc des molécules, et la contrariété de leurs mouvemens ? Mais l'œil le plus fin ne saurait apercevoir aucune interruption dans le fluide, qui traverse le passage de l'orifice ; et la pression de l'air environnant ne laisse aucune possibilité à l'existence de ces vides. L'orifice est donc parfaitement rempli par le fluide, qui s'écoule ; et comme ce fluide n'est pas susceptible de se *comprimer*, ses molécules ne sont pas plus rapprochées à l'endroit de la plus grande contraction, que dans l'orifice même, ou dans l'intérieur du vase. Si donc le diamètre de la veine diminue, ce ne peut être que parce que la *vîtesse* augmente. La colonne *s'effile*, parce que les molécules du fluide accélèrent leur mouvement ; et tout ce qui sort par l'orifice, passe en même temps par le lieu de la plus grande contraction, parce que la vîtesse y est proportionnellement plus grande. Mais quelle est la cause qui produit cette augmentation de vîtesse ?

§ 10. En expliquant comment le niveau du fluide pouvait s'abaisser, en demeurant toujours parallèle à lui-même, on a dit, que cet effet était produit par l'affluence des molécules latérales : celles-ci en se glissant entre les molécules de la colonne de l'orifice, retardent nécessairement leur chute, et reçoivent elles-mêmes la *pression* de l'eau supérieure. C'est cette pression, comme on verra, qui détermine la vîtesse de l'écoulement. Ainsi les molécules qui près de l'orifice, s'insinuent dans la colonne sortante,

reçoivent peu à peu l'action de celle-ci, et ne la supportent toute entière, que lorsqu'elles sont parvenues dans l'axe même en E (fig. 104.e) : mais alors elles sont déjà descendues d'une certaine quantité au-dessous de l'orifice. Leur vîtesse s'est donc accélérée jusque là ; et le diamètre de la veine fluide a diminué jusqu'au même point. La pression de l'eau supérieure se fait donc sentir jusqu'à l'endroit où la contraction est la plus grande ; et l'effet est le même que si le vase était prolongé jusqu'à ce point, et que l'orifice fût justement de la grandeur, que prend dans cet endroit la veine contractée.

§ 11. Il s'agirait actuellement de déterminer par la théorie la quantité de cette contraction ; et la distance à l'orifice où son *maximum* a lieu. Mais l'on a déjà pu s'apercevoir combien la science de l'écoulement des fluides est encore peu avancée. Nous avons bien reconnu en général, que l'inégalité de pression était la cause principale de tous les divers mouvemens, qu'on observe dans les molécules d'un fluide qui s'écoule : mais il ne nous a pas été possible d'évaluer cette force : nous n'avons pas pu déterminer la nature de ces mouvemens ; et sur tous ces objets, nous avons été obligés de nous en rapporter à l'expérience. C'est à elle aussi que nous en appellerons, pour connaître le lieu et la valeur de la plus grande contraction. M. *Bossut* a trouvé, que le plus grand resserrement de la veine fluide, était placé au-dessous de l'orifice, à une distance égale à la *demi-largeur*, ou au *rayon* de cet orifice, et que dans cet endroit, la *section* de la veine fluide *était à* l'aire de l'orifice, *comme* 5 *est à* 8. Il y a des physiciens qui établissent que, lorsque la contraction n'est contrariée par rien, et qu'elle peut obtenir toute son intensité, ce rapport est celui *de* 1 *à* 2. Nous nous en tiendrons néanmoins à la détermination de M. *Bossut*, comme tirée d'une multitude d'expériences, faites avec beaucoup de soin, et comme devant se rapporter au plus grand

nombre de cas; et nous établirons avec lui, que le jet du fluide, à l'endroit où il est le plus resserré, n'a que les 5 huitièmes de la grosseur, qu'il avait au passage de l'orifice.

La contraction a paru indépendante de la vîtesse du fluide sortant, et s'est trouvée sensiblement la même, quelle que fût la vîtesse qui entraînait le fluide. Cependant ce qui produit l'affluence du fluide latéral, c'est, comme on a dit, l'excès de la pression qu'il éprouve, sur la réaction de la colonne qui répond à l'orifice. Or, cet excès ne peut pas être le même pour toutes les hauteurs du fluide, ni par conséquent pour tous les degrés de vîtesse : d'où il suit que la grandeur de la contraction doit subir quelque variation par les changemens de vîtesse, quoique ces variations soient peu sensibles. La vîtesse doit aussi avoir quelque influence sur la *position* du lieu de la plus grande contraction.

§ 12. Ce que l'on vient de dire au sujet de la contraction, ne s'applique qu'au cas, où le fluide sort du vase qui le contient, par un orifice dont les bords ont peu d'épaisseur, par une ouverture, par exemple, percée dans une mince plaque de métal. Lorsque la paroi de l'orifice a une certaine épaisseur, la contraction de la veine fluide se trouve altérée, et elle n'est pas tout-à-fait aussi grande, que dans la première supposition. C'est bien autre chose encore, lorsque le fluide sort par un bout de tuyau adapté au réservoir. Dans ce cas, le fluide est fourni à plein tuyau; et le jet n'éprouvant aucune contraction au dehors, a le même diamètre que l'orifice extérieur, et prend une forme cylindrique : sans doute parce que les parois du tuyau forcent les différens filets à prendre des directions parallèles entr'elles, et à se mouvoir dans le sens de sa longueur.

Mais s'il n'y a point de contraction à l'orifice extérieur du tuyau, il n'en est pas de même pour l'orifice intérieur : le fluide en entrant dans ce tuyau,

se resserre pour la même raison, qui l'oblige à se contracter, lorsqu'il sort par un simple orifice. L'*obliquité* des mouvemens intérieurs, et la *convergence* de leurs directions, obligent encore le fluide d'accélérer sa vîtesse à son entrée dans le tuyau, et diminuent ainsi le diamètre de la colonne fluide, comme on le voit dans la figure 105.e Mais ce qu'il y a à remarquer ici, et ce qu'on n'aurait peut-être pas soupçonné, c'est que la contraction dans le cas d'un tuyau *additionnel*, est moindre que celle qui a lieu par un orifice percé dans une mince paroi. Il paraît que les parois du tuyau, en exerçant quelque *attraction latérale* sur les molécules du fluide, diminuent l'obliquité de leurs mouvemens, et forcent la veine fluide à prendre d'abord plus de largeur, et à remplir ensuite toute la capacité du tuyau, qui fournit ainsi constamment une colonne d'eau du même diamètre que le sien. Un bout de tuyau appliqué à un orifice, diminue donc la contraction, mais il ne la détruit pas entièrement. La réalité de cette contraction, qui a lieu à l'entrée d'un tuyau, peut se démontrer par l'expérience suivante.

Expérience. On a un vase AB (fig. 106.e), percé d'une ouverture à son fond. A cette ouverture est adapté un tuyau vertical CD de un décimètre environ de longueur : à deux centimètres à-peu-près du fond du vase, un autre tuyau EF est soudé latéralement au premier : mais il se recourbe bientôt dans une direction verticale, et devient parallèle à l'autre. Son extrémité inférieure descend de cinq ou six centimètres plus bas que l'extrémité du premier, et plonge dans un verre GH rempli d'eau. Si donc l'on verse brusquement de l'eau dans le premier vase, cette eau s'écoulera d'abord par le tuyau droit, et même une petite portion, à cause de la pression résultant du frottement qui a lieu dans le tuyau, pourra passer par le tuyau courbe : mais lorsqu'en fournissant plus d'eau qu'il n'en sort, ce fluide sera

la contraction influe sur la quantité de fluide qui s'écoule dans un temps donné.

§ 14. Il nous reste à voir quelle est la *forme* que la veine fluide affecte à sa sortie, d'après la figure même de l'orifice qui lui donne issue. Lorsque cet orifice est circulaire, ce qui est le cas le plus commun, et ce que nous avons toujours supposé jusqu'ici, la veine fluide, abstraction faite de la contraction, prend la forme d'un *cylindre* ou d'une colonne droite, si l'ouverture est percée au fond du vase, et pourvu que les bords en soient bien *ébarbés* et bien *francs*, et que le fluide ne soit agité d'aucun mouvement étranger. Mais si l'une de ces deux conditions vient à manquer, la veine fluide prend assez ordinairement la forme d'une *colonne torse*, à cause de la contrariété des mouvemens dont les différens filets sont animés. Si l'orifice n'est point circulaire, la veine n'aura point la forme d'un cylindre : elle sera *prismatique*, ayant trois ou quatre faces, selon que l'orifice aura trois ou quatre côtés ; et il arrive quelquefois, comme l'observe M. *Bossut*, que les *arêtes* du prisme répondent justement au milieu des côtés de l'orifice.

Recherchons actuellement suivant quelle loi, et avec quelle vîtesse se fait l'écoulement des fluides.

CHAPITRE III.

Cause de l'écoulement des fluides. Vitesse à l'orifice.

§ 15. Avant d'établir la loi qui concerne l'écoulement des fluides, et de déterminer la vitesse qui doit avoir lieu à l'orifice, il est nécessaire que nous rappelions ici les lois connues de la pesanteur. On sait qu'un corps sur lequel la pesanteur agit librement, acquiert à chaque instant de nouveaux degrés de vitesse, et qu'à chaque instant aussi il parcourt des espaces de plus en plus grands. Les expériences et les découvertes de *Galilée* nous ont appris :

1.° Que les espaces parcourus en temps *égaux* par un corps qui obéit librement à la pesanteur, croissent de la même manière que les nombres impairs 1, 3, 5, 7, etc.

2.° Que les espaces parcourus depuis le commencement de la chute, augmentent comme les *carrés* des temps ; ce qui veut dire que dans *deux* secondes un corps parcourt un espace *quadruple* de celui qu'il a parcouru dans *une* seconde ; que dans *trois* secondes, il tombe d'une hauteur *neuf fois* plus grande ; et ainsi de suite.

3.° Que les vitesses qu'un corps acquiert en tombant, sont en raison du temps pendant lequel la pesanteur a agi sur lui ; et sont par conséquent proportionnelles aux *racines carrées* des espaces parcourus, ou des hauteurs d'où le corps est descendu : ce qui veut dire encore, que la vitesse acquise en tombant d'une hauteur *quadruple*, n'est que *double* de celle acquise en tombant d'une hauteur *simple* ; parce qu'il ne faut, par l'article précédent, qu'un

temps *double* pour tomber d'une hauteur *quadruple* (*b'*).

4.° Qu'un corps qui est descendu d'une certaine hauteur, jouit d'une vîtesse capable de lui faire parcourir un espace *double* dans le *même* temps, sans recevoir aucune nouvelle impulsion de la pesanteur. S'il est tombé de 15 pieds, ou 4,9 mètres dans une seconde, il parcourrait uniformément 30 pieds, ou 9, 8 mètres par seconde, en vertu de la vîtesse acquise pendant cette première seconde (*c'*).

5.° Qu'un corps enfin qui est tombé d'une certaine hauteur, a, lorsqu'il est arrivé au point le plus bas, une vîtesse capable de le faire remonter à une hauteur *double* dans le *même* temps, en supposant que la pesanteur cesse d'agir sur lui. Mais si cette force continue d'agir, le corps ne pourra remonter qu'à la même hauteur d'où il est descendu; et il y arrivera, si son mouvement vient à être dirigé de bas en haut, dans le *même* temps qu'il a mis à descendre.

Toutes ces propositions sont prouvées par l'expérience : elles sont aussi démontrées par le raisonnement, d'après l'action égale et constante que la pesanteur exerce sur les corps qui lui obéissent librement. L'on peut en voir la démonstration dans tous les Traités de mécanique et de physique. Revenons à notre sujet.

(*b'*) Soit p la vîtesse que la pesanteur a communiquée à un corps au bout d'une seconde de temps : on aura pour la vîtesse [illegible] après un certain nombre t de secondes, $v = pt$; et pour [illegible] parcouru pendant ce même temps [illegible] $\sqrt{\frac{2e}{p}}$; et par conséquent [illegible] p, comme on sait, a été [illegible] 9, 809 mètres.

(*c'*) Les équations [illegible] donnent : $e = \frac{1}{2} vt$. [illegible] la vîtesse acquise v. [illegible]

§ 16. Soit un vase AB (fig. 107.e), ayant la même largeur sur toute sa hauteur, plein d'un fluide quelconque, et percé à son fond d'une ouverture circulaire, dont le diamètre soit très-petit en comparaison de la largeur du vaisseau. Si le vase est entretenu toujours plein, ou du moins que la hauteur du fluide au-dessus du fond demeure la même, la vîtesse de l'écoulement sera aussi constamment la même, puisqu'aucune circonstance ne peut la faire varier : *il sortira par conséquent du vase des quantités égales de fluide en temps égaux*. Il n'y aura d'exception que pour les deux ou trois premières secondes, dans lesquelles la quantité de fluide écoulé sera un peu moindre, par la raison que le mouvement n'est pas encore bien établi dans la masse du fluide. Cette égalité dans la *dépense* a lieu, soit que l'écoulement se fasse par un orifice percé dans une mince paroi, soit qu'il se fasse par un bout de tuyau : la seule condition essentielle, c'est que le fluide soit maintenu à une hauteur constante ; et c'est ce que nous supposerons toujours, à moins qu'il ne soit dit autrement.

§ 17. Mais quelle est la vîtesse du fluide à sa sortie ? c'est ce que nous allons rechercher à présent. D'abord il est facile de voir que cette vîtesse ne dépend nullement de la pesanteur spécifique du fluide. Si cette vîtesse était produite par l'action seule de la pesanteur sur les molécules qui [illegible]ouvent sans soutien au moment où on débouch[illegible], cette cause ne pourrait pro[illegible] des vites[illegible] différens flu[illegible] on sai[illegible] de la mêm[illegible] to[illegible] communiq[illegible] mêm[illegible] le même [illegible] à l'[illegible] [illegible]

dans un fluide plus pesant, la masse qu'il faut mouvoir est aussi proportionnellement plus pesante. La densité du fluide ne peut donc avoir aucune influence sur la vitesse de l'écoulement.

Il n'en est pas de même de la grandeur de l'orifice par lequel le fluide s'écoule. Plus l'orifice est grand, relativement à la largeur du vase, plus les molécules ont de facilité pour s'échapper, et par conséquent pour se soustraire à la pression des tranches supérieures. Si l'on supposait, comme on l'a déjà fait, que l'orifice fût égal à toute la largeur du fond, alors la pression cesserait tout-à-fait, toutes les tranches obéiraient en même temps à la seule action de la pesanteur; et par conséquent la vitesse du fluide, *à sa sortie*, serait infiniment petite pour la première tranche inférieure, et elle augmenterait, pour les tranches subséquentes, en raison du temps qu'elles auraient mis pour arriver au niveau du fond. La vitesse, après l'écoulement de la portion de fluide contenue primitivement dans le vase, deviendrait *uniforme*, parce que les nouvelles tranches, qui sont supposées arriver successivement à l'orifice, partent toutes du niveau supérieur; et cette vitesse serait évidemment la même que celle qu'un corps pesant acquiert, en tombant d'une hauteur égale à celle du fluide contenu dans le vase.

Telle serait la vitesse de l'écoulement, si l'orifice était de la même grandeur que le fond du vase. Mais si cet orifice est d'une moindre dimension, alors le fluide ne peut plus tomber en masse et comme un corps solide : il faut que ses différentes parties se présentent successivement à l'ouverture; qu'il s'établisse dans l'intérieur un mouvement, à la faveur duquel celles qui sont plus éloignées puissent arriver à leur tour, et s'échapper comme les autres : on a vu que la force qui faisait naître ce mouvement, était l'inégalité de pression. Dans ce cas, l'action de la pesanteur sur la masse du fluide se trouve gênée,

et

et d'autant plus, que l'orifice est plus petit : il n'y a que les molécules même qui répondent à cet orifice, et qui sont sans appui, qui puissent lui obéir librement. Mais comme elles y arrivent toutes successivement, elles sont toutes saisies par la même force les unes après les autres, et la pesanteur ne commence d'agir sur elles sans obstacle, qu'à compter de ce point-là. Il semble donc d'abord que les molécules du fluide ne devraient avoir à leur sortie que la vîtesse infiniment petite que la pesanteur communique à un corps dans le premier instant de sa chute : mais si jusque-là la résistance du fond s'est opposée à l'action de la pesanteur sur les molécules du fluide, cette résistance a donné naissance à une nouvelle force, qui est *la pression du fluide supérieur*.

Les molécules, arrivées à l'orifice de quelque manière que ce soit, retardent nécessairement la chute de la colonne qui est au-dessus d'elles, et doivent par suite supporter tout l'effort que celle-ci fait pour tomber. Cette *poussée* de haut en bas doit s'ajouter à l'action que la pesanteur exerce sur les molécules au moment où elles sont parvenues à l'orifice ; ou plutôt, c'est cette poussée seule qui produit toute la vîtesse de l'écoulement. L'on considère généralement le fluide sortant, comme chassé par *la pression de toute la colonne verticale qui est au-dessus de l'orifice*. Cette idée est d'autant plus juste, que l'orifice est plus petit, et que l'abaissement du niveau du fluide se fait avec plus de lenteur. Voyons donc quelle est la vîtesse que cette force produit dans le fluide sortant.

§ 18. Supposons un vase AB (fig. 107.[e]) rempli d'un fluide quelconque à une hauteur d'un mètre, par exemple, au-dessus de l'orifice *c*, et supposons encore cet orifice assez petit pour que l'écoulement puisse être considéré comme produit en entier par la pression du fluide supérieur. Dans ce cas, il est évident que la vîtesse du fluide, à sa sortie, sera le

résultat de la pression d'une colonne d'un mètre de hauteur. Si l'on conçoit à présent que cette hauteur du fluide augmente, la vîtesse de l'écoulement augmentera aussi, mais non pas dans la même proportion : car cette vîtesse ne sera que *double*, lorsque la hauteur du fluide sera *quadruple*. En effet, dans cette dernière supposition, c'est-à-dire, quand la hauteur du fluide est *quadruple*, la pression est bien *quadruple* aussi, et le produit de son action doit bien être aussi *quatre fois* plus grand : mais c'est justement ce qui a lieu lorsque la vîtesse du fluide sortant est seulement *double ;* car alors la masse chassée dans un temps donné se trouve *double*, et la vîtesse dont elle est animée est pareillement *double ;* ce qui rend l'effet *quadruple*, et par conséquent proportionnel à la cause.

La vîtesse d'un fluide qui s'échappe du vaisseau où il est contenu, suit donc la raison des *racines carrées* des hauteurs du fluide au-dessus de l'orifice : c'est-à-dire qu'elle est *double* quand cette hauteur est *quadruple ;* qu'elle est *triple* sous une hauteur *neuf fois* plus grande ; et ainsi de suite. Or, les vîtesses d'un corps qui obéit à la pesanteur, sont aussi comme les racines carrées des espaces parcourus en vertu de cette force : donc les vîtesses d'un fluide qui s'écoule par un petit orifice, suivent la même loi que celles des corps graves qui obéissent à la pesanteur, et augmentent ou diminuent, suivant la même raison. L'expérience, au reste, s'accorde ici avec la théorie.

Expérience. On a un grand cylindre de fer-blanc AB (fig. 108.e), surmonté d'une cuvette CD beaucoup plus large. Le cylindre porte deux robinets E et F, dont le trou doit être exactement de la même grandeur, et qui sont placés, l'un à *un décimètre*, et l'autre à *quatre décimètres* au-dessous de son bord supérieur. On remplit d'eau le cylindre et la cuvette, qui a un dégorgeoir, afin que l'eau se maintienne

quelque temps à un même niveau dans le cylindre, et à fleur de ses bords. On ouvre le premier robinet, et l'on reçoit l'eau qui s'écoule pendant cinq ou six secondes de temps. On ferme ce robinet; et ayant ouvert l'autre, on reçoit de même l'eau qui sort pendant le même nombre de secondes : pesant ces deux quantités d'eau, il se trouve que la dernière quantité obtenue est justement le double de celle qui a été recueillie en premier lieu.

Un orifice placé à une profondeur *quatre fois* plus grande au-dessous du niveau, ne fournit donc qu'une *double* quantité de fluide. La vîtesse, à cette profondeur quadruple, est donc seulement doublée : mais on observe aussi que le jet y est poussé avec une force double ; de façon que la masse et la vîtesse étant doublées en même temps, l'effet total y est quadruple, comme la cause qui le produit. L'on peut donc aussi conclure de cette expérience, que la vîtesse d'un fluide, à sa sortie du vase où il est contenu, est proportionnelle à la racine carrée de la *charge* (on appelle ainsi la hauteur du fluide au-dessus de l'orifice) : 2 est la racine carrée de 4. Si l'on avait pratiqué dans le même cylindre une autre ouverture égale à la première, et placée à une profondeur *neuf fois* aussi grande, on aurait trouvé que la quantité d'eau fournie dans le même temps, n'aurait été que *triple ;* et 3 est la racine carrée de 9.

§ 19. Nous avons trouvé quelle est la loi que suivent les vîtesses des fluides à leur sortie par de petits orifices : il nous reste à connaître la valeur absolue de ces vîtesses. Or, les physiciens et les géomètres ont également reconnu, *que la vîtesse d'un fluide qui s'échappe par un petit orifice, est justement la même que celle que la pesanteur communiquerait à un corps, qui descendrait librement de toute la hauteur du fluide au-dessus de cet orifice.* Voici comment M. *Bossut* démontre cette proposition.

Supposons que dans le même temps que la pression de la colonne *hqpi* (fig. 109.e) fait sortir par l'orifice le cylindre fluide *pqgf*, la pesanteur seule pût faire parcourir au petit cylindre de même diamètre *pqxy*, la hauteur *qx :* dans ce cas, les *forces motrices* étant entr'elles comme les *effets* qu'elles produisent, on dirait : que la pression de la colonne *hqpi est à* l'action de la pesanteur, *comme* le poids du cylindre *pqgf multiplié* par sa vîtesse, *est au* poids du cylindre *pqxy multiplié* par sa vîtesse. Mais les deux cylindres fluides étant supposés parcourir dans le même temps, l'un la hauteur *gf*, et l'autre la hauteur *qx*, ces hauteurs exprimeront leurs vîtesses; et ainsi la pression de la colonne *hqpi sera à* l'action de la pesanteur, comme la masse fluide *pqgf multipliée* par *gf*, *est à* la masse fluide *pqxy multipliée* par *qx*. Les deux cylindres liquides ayant le même diamètre, leurs poids sont proportionnels à leurs hauteurs : donc la pression *est à* la pesanteur, *comme* la hauteur *gf multipliée* par elle-même, ou le *carré* de *gf*, *est au carré* de *qx*. Ces hauteurs *gf*, *qx* représentant les vîtesses produites par les actions des deux forces, on aura donc : la pression *est à* la pesanteur, *comme* le carré de la vîtesse due à la première force, *est au* carré de la vîtesse due à la dernière. Mais la colonne fluide *hqpi* ayant la même grosseur que le cylindre *pqxy*, la pression de celle-là, pression qui vient toute de son poids, peut être représentée par *qh*, et le poids de l'autre le sera par *qx :* donc enfin la pression *qh est au* carré de la vîtesse qu'elle engendre, *comme* la pesanteur *qx*, *est au* carré de la vîtesse qu'elle produit.

Maintenant, si un corps grave tombait de la hauteur *qh*, il acquerrait en tombant une certaine vîtesse qui serait proportionnelle à la racine carrée de la hauteur qu'il aurait parcourue : ou bien le carré de sa vîtesse serait proportionnel à cette hauteur;

de façon que l'on pourrait dire : la hauteur hq *est à* la hauteur qx, *comme* le carré de la vîtesse produite par hq, *est au* carré de la vîtesse produite par qx; ou bien : la hauteur hq *est au* carré de la vîtesse qu'elle produit, *comme* la hauteur qx *est au* carré de la vîtesse qu'elle communique. Mais on vient de trouver que ce dernier rapport est égal à celui de la pression hq avec la vîtesse engendrée par cette pression : donc, enfin, *la vîtesse produite par la pression du fluide est la même que celle qui vient de la pesanteur.* Donc un fluide qui s'écoule a, au passage de l'orifice, *une vîtesse égale à celle qu'un corps pesant acquerrait en tombant de la hauteur verticale du fluide.*

Telle est la démonstration que l'on donne ordinairement de la proposition qui nous occupe. On voit que pour trouver le résultat de la pression du fluide supérieur sur les molécules parvenues à l'orifice, on compare d'abord l'effet produit par cette pression, à celui que produirait l'action libre de la pesanteur sur un petit prisme fluide ; et l'on prouve ensuite que la vîtesse, engendrée dans le même temps par l'une et par l'autre force, est parfaitement la même. Il est visible que la vîtesse du fluide sortant est le produit de la masse qui le pousse, par la vîtesse infiniment petite que la pesanteur tend à chaque instant à faire passer dans cette masse ; et cette vîtesse du fluide est exactement la même, que celle que chaque molécule aurait acquise, en tombant du niveau jusqu'à l'orifice (c').

(c') L'expression de la vîtesse communiquée par la pesanteur à un corps, qui a parcouru l'espace e, étant : $v = \sqrt{2pe}$; la vîtesse du fluide qui sort d'un vase sous une hauteur de charge h, sera : $v = \sqrt{2ph}$; p et h doivent être exprimés en unités de la même espèce. En effet $hpqi$ étant la colonne qui répond à l'orifice, et $pqfg$ la petite portion qui s'écoule dans un temps infiniment court;

CHAPITRE IV.

De la vîtesse de l'écoulement dans les vaisseaux entretenus constamment pleins.

§ 20. On sait qu'un corps pesant qui est tombé librement, en une seconde, d'une hauteur de 4, 9 mètres, a une vîtesse capable de lui faire parcourir uniformément 9, 8 mètres par seconde. Donc si l'orifice par lequel le fluide s'échappe est placé à 49 décimètres au-dessous du niveau, et que ce niveau soit constamment le même pendant toute la durée de l'écoulement, le fluide, à sa sortie, jouira d'une vîtesse *uniforme* de 9, 8 mètres par seconde; c'est-à-dire qu'il sortira du vase, dans chaque seconde de temps, une colonne de fluide de 98 décimètres de longueur, et d'un diamètre égal à celui de l'orifice réduit par la contraction. En effet, les premières molécules qui abordent à l'orifice, y prennent une vîtesse qui doit les porter, dans une seconde de temps, à 98 décimètres de distance : les molécules

si celle-ci n'était entraînée que par sa propre pesanteur; elle parcourrait la petite hauteur qf, ou h' dans cet instant, et après cela elle aurait une vîtesse exprimée par $\sqrt{2ph'}$. Mais ce n'est pas seulement la pesanteur de la petite portion $pqgf$ qui produit l'écoulement; c'est la pression, ou le poids de toute la colonne $hqpi$. Donc la force accélératrice résultante de cette pression, *est à* celle que produirait la seule pesanteur de $pqgf$, *comme* h *est à* h' : or, celle-ci a été désignée par p; donc la force accélératrice effective sera exprimée par $\frac{ph}{h'}$. Il faudra donc dans l'expression de la vîtesse, au lieu de p, mettre $\frac{ph}{h'}$: cette vîtesse sera donc égale à $\sqrt{2ph}$, ou la même que celle d'un corps pesant tombé de la hauteur h.

suivantes reçoivent aussi en y arrivant, une vîtesse égale, et doivent suivre les premières, sans laisser d'intervalle entr'elles : il en est de même de toutes celles qui se succèdent dans la durée de cette seconde. Donc la colonne fluide qui s'écoulera dans cet espace de temps aura une longueur de 98 décimètres.

§21. Proposons-nous maintenant cette question : *Etant donnée la hauteur d'un vase ou d'un réservoir entretenu constamment plein, trouver la vîtesse du fluide qui s'en échappe par une petite ouverture pratiquée au fond du vase.* Cette vîtesse étant égale à celle qu'un corps pesant acquerrait en tombant de la hauteur du vase, et celle-ci étant proportionnelle à la racine carrée de cette hauteur, on dira : la racine carrée de 4, 9 *est à* la racine carrée de la hauteur du vase, exprimée en mètres, *comme* la vîtesse acquise sous 4,9 mètres de hauteur, *est à* la vîtesse acquise en tombant de la hauteur du vase. Si le niveau était élevé au-dessus de l'orifice, d'un mètre, on trouverait ainsi que la vîtesse du fluide sortant est de 4,4 mètres par seconde. Pour avoir cette même vîtesse exprimée en pieds, il faut savoir que dans la première seconde de sa chute, un corps pesant tombe de 15 pieds, et qu'il acquiert ainsi une vîtesse uniforme de 30 pieds par seconde.

Mais si les vîtesses sous différentes hauteurs sont comme les racines carrées de ces hauteurs, *les carrés des vîtesses seront aussi comme ces hauteurs.* On pourra donc encore trouver la vîtesse demandée par la règle suivante, qui est un peu plus simple que la précédente. On dira : 15 pieds *sont à* la hauteur du vase, exprimée en pieds, *comme* 900 *est à* un nombre qui sera le carré de la vîtesse cherchée, aussi exprimée en pieds. L'opération se réduit *à multiplier par 60 la hauteur de charge, et à prendre la racine carrée de ce produit.* Pour avoir cette vîtesse exprimée en mètres, on se contente de multiplier par 20 la hauteur du vase, et l'on prend la

racine carrée. Ainsi, pour l'exemple ci-dessus, on multipliera 1 par 20; et prenant la racine carrée, on trouvera également 4,4 pour la vîtesse du fluide.

§ 22. Une autre question à résoudre est la suivante : *Etant donnée la vîtesse d'un fluide qui s'écoule, vîtesse qu'on suppose uniforme, trouver quelle est la hauteur due à cette vîtesse;* c'est-à-dire, quelle est la hauteur du fluide au-dessus de l'orifice. Ce problème est l'inverse du précédent, et se résout par les mêmes principes. On compare encore la vîtesse de 30 pieds, ou de 9,8 mètres, acquise en tombant de 15 pieds, ou de 4,9 mètres, avec la vîtesse connue du fluide, et l'on en conclut la hauteur qui a produit cette dernière vîtesse. D'après l'observation faite dans le dernier numéro, on dira : le carré de 30, ou de 9,8, *est au* carré de la vîtesse donnée, *comme* 15 ou 4,9 *est à* la hauteur demandée. La règle consiste donc à *élever au carré la vîtesse donnée, et à prendre la* 60.me ou la 20.me *partie de ce carré;* on aura ainsi la hauteur de charge exprimée en pieds ou mètres, si le fluide sort d'un vase ou réservoir. S'il s'agissait d'une eau courante, dont on connût la vîtesse, cette règle donnerait de même la hauteur correspondante à cette vîtesse, c'est-à-dire, celle qui aurait pu produire cette vîtesse. Ainsi, un fleuve étant supposé avoir 2,6 mètres (8 pieds) de vîtesse par seconde, on trouvera que la *hauteur due* à cette vîtesse est de 0,34 de mètre (1 pied et $\frac{1}{15}$ de pied). Les deux questions qu'on vient de traiter se présentent fréquemment dans toutes les parties de l'hydrodynamique, et l'on voit combien la solution en est facile (*d'*).

(*d'*) La formule donnée ci-devant, est $v = \sqrt{2ph}$, ou $v^2 = 2ph$. On en tire : $h = \frac{v^2}{2p}$. v et p doivent être exprimés en unités de la même espèce.

§ 23. Lorsqu'un fluide s'échappe par un orifice vertical pratiqué sur les côtés d'un vase ou d'un réservoir (fig. 103.e), c'est encore la pression des tranches supérieures qui produit l'écoulement ; et la vîtesse du fluide, à sa sortie, doit se déterminer de la même manière : la seule difficulté qu'il y ait ici, c'est de savoir quelle est la hauteur de charge que l'on doit considérer. Les différens points de l'orifice étant à des distances inégales du plan horizontal qui rase la surface du fluide, la vîtesse ne peut pas être la même pour toutes les molécules qui s'échappent en même temps, et qui remplissent l'*aire* de l'orifice. Il faut donc ici prendre une *vîtesse moyenne ;* et si l'ouverture est circulaire ou carrée, on considère comme vîtesse moyenne, celle qui répond au centre de cette ouverture. Si l'on veut donc résoudre les problèmes précédens, dans le cas d'un orifice vertical et circulaire, c'est la hauteur du fluide au-dessus du centre de cet orifice qu'il faudra considérer, parce que c'est cette hauteur qui répond dans ce cas à la vîtesse moyenne.

Mais si l'orifice, au lieu d'être rond, était d'une forme oblongue, tel que sa plus grande dimension se trouvât dans le sens vertical ; si c'était comme une fente rectangulaire, dont les deux petits côtés fussent très-inégalement éloignés du niveau, alors la vîtesse moyenne ne serait plus celle qui répondrait au milieu de la hauteur de l'orifice : cette vîtesse moyenne serait placée en un point moins éloigné de la surface du fluide. Au reste, pour en trouver la valeur, il n'y aurait qu'à chercher les vîtesses qui doivent avoir lieu aux bords supérieur et inférieur de l'orifice, et prendre la moitié de leur somme : ce serait-là la vîtesse moyenne : on chercherait ensuite le lieu de cette moyenne vîtesse, de la manière qu'on l'a enseigné dans la deuxième question.

Une chose à remarquer dans le cas où le fluide sort par un orifice vertical, c'est la direction que

prend le jet du fluide à peu de distance de l'orifice. On observe (fig. 103.[e]) que le jet qui s'élance d'abord, suivant une ligne horizontale, quitte bientôt cette direction pour se courber vers le bas, et se porter à une distance plus ou moins grande : cet effet, qui est dû à la pesanteur, sera examiné plus bas.

§ 24. La vîtesse d'un fluide qui s'écoule, étant la même que celle que la pesanteur communique aux corps qu'elle entraîne, elle est soumise aux mêmes lois ; et par conséquent, cette vîtesse du fluide sortant est telle, qu'il parcourrait un espace double de la hauteur du vase, dans le même temps qu'un corps pesant mettrait à tomber de cette hauteur. Ceci fournit un second moyen de trouver la vîtesse d'un fluide à l'orifice, lorsqu'on a la hauteur de charge. En effet, soit un vase de *un* mètre de hauteur, entretenu constamment plein, et d'où le fluide s'échappe par un petit orifice percé au fond du vase. On cherchera d'abord quel temps il faut à un corps pesant pour tomber librement de la hauteur d'*un* mètre : on sait qu'il ne lui faut qu'une seconde pour tomber de 4, 9 mètres ; et l'on trouvera, d'après cela, que le temps cherché est de 5 onzièmes de seconde, ou un peu moins d'une demi-seconde. Le fluide, à sa sortie, a donc une vîtesse capable de lui faire parcourir uniformément *deux* mètres dans une demi-seconde, ou à-peu-près *quatre* mètres par seconde. (*e'*)

§ 25. Au sujet de la vîtesse avec laquelle un fluide s'échappe du réservoir où il était contenu, il se présente une difficulté à résoudre. Le fluide ayant, par exemple, une vîtesse d'*un* mètre par seconde, et se trouvant saisi par la pesanteur au moment où il s'échappe de l'orifice, ce fluide ne doit-il pas, dans

---

(*e'*) La formule pour avoir le temps, est $t = \sqrt{\frac{2e}{p}}$, ou $t = \sqrt{\frac{2h}{p}} = \sqrt{\frac{h}{\frac{1}{2}p}}$.

la première seconde, s'il sort par un orifice horizontal, parvenir à une distance de 5,9 mètres ? et alors la colonne sortante ne doit-elle pas être de cette longueur, au lieu de n'avoir qu'*un* mètre de long, comme on l'a établi ? Voici la réponse à cette difficulté.

D'abord, il est évident que, quelque soit l'*accélération* que les molécules fluides peuvent recevoir hors du vase, cette cause ne peut augmenter la vîtesse du fluide à sa sortie : ainsi il ne doit et ne peut, dans la supposition ci-dessus, sortir qu'une colonne d'*un* mètre de longueur dans une seconde. Mais le fluide sorti n'accélérera-t-il pas son mouvement, et ne parviendra-t-il pas, dans la première seconde, à une distance de 5,9 mètres ? Je réponds en ce second lieu, que les lois de la pesanteur exigent en effet qu'il parvienne à cette distance. Quelle que soit la force avec laquelle un corps est poussé de haut en bas, la pesanteur ne perd rien de ses droits, et elle ajoute toujours à sa vîtesse, suivant la loi connue : ainsi le fluide sorti accélérera son mouvement, et la colonne fluide qui ne peut avoir, en passant par l'orifice, qu'un mètre de longueur, parviendra néanmoins à une distance de 5, 9 mètres dans la première seconde. Mais pour que ces deux choses puissent avoir lieu en même temps, il faudra que la colonne fluide éprouve sur sa longueur un grand nombre de *solutions de continuité* : les différentes tranches dont on peut concevoir qu'elle est composée, se sépareront les unes des autres pour obéir à la pesanteur qui agit sur elles. Ce qui pourra empêcher ces nombreuses interruptions dans la colonne fluide, c'est la résistance de l'air : cet obstacle, en détruisant toujours une partie de la vîtesse, s'oppose à la séparation des tranches de la colonne liquide. D'un autre côté, comme cette résistance retarde davantage les molécules extérieures, celles-ci resteront en arrière, tandis que celles de l'*axe* avanceront davantage. La colonne perdra donc de son épaisseur en acquérant plus de longueur, et

pourra conserver, de cette manière, sa continuité. D'ailleurs, l'*adhérence* mutuelle des molécules s'opposera encore à leur séparation, en accélérant la vîtesse des unes et retardant celle des autres. Il arrivera donc ainsi qu'une colonne de fluide, qui n'a qu'un mètre de longueur au passage de l'orifice, pourra occuper au dehors une étendue de 5,9 mètres.

CHAPITRE V.

De la dépense théorique pour un vaisseau entretenu constamment plein.

Après avoir donné le moyen de connaître la vîtesse qui a lieu à l'orifice, il nous reste à déterminer quelle doit être la *quantité* de fluide fournie dans un temps donné, et par un orifice d'une grandeur connue, dans un réservoir entretenu toujours plein: c'est ce qu'on appelle la *dépense*.

§ 26. La dépense qui se fait par un orifice, dépend de la grandeur de cet orifice, que je suppose connue, et de la vîtesse uniforme de l'écoulement, que l'on peut calculer aisément, lorsque la hauteur du fluide est donnée : il ne peut y avoir aucune difficulté à ce sujet. On évaluait autrefois la grandeur ou l'aire de l'orifice en pouces carrés : on déterminait de même en pouces la vîtesse par seconde ; et multipliant l'un de ces nombres par l'autre, on avait ainsi le nombre de pouces cubes fournis dans une seconde. Aujourd'hui on évaluera l'aire de l'orifice en *centimètres carrés* : on cherchera de même la vîtesse en centimètres *linéaires ;* et multipliant les uns par les autres, on obtiendra la dépense exprimée en *centimètres cubes*. On aura même cet avantage dans cette dernière méthode,

que s'il est question de l'eau, on aura de suite le poids de l'eau écoulée, puisqu'on sait que le centimètre cube d'eau pèse *un gramme.*

Si, par exemple, on suppose que l'orifice soit un cercle de *trois* centimètres de diamètre, et que la hauteur du fluide, au-dessus du centre de cet orifice, soit de *un mètre :* on aura, pour l'aire de l'orifice, $7\frac{1}{14}$ centimètres carrés, et pour la vîtesse du fluide à sa sortie, 442 centimètres par seconde. Donc la quantité de fluide écoulé dans ce même temps d'une seconde, serait de 3125 centimètres cubes; et son poids, si c'est de l'eau pure, sera aussi exprimé par le même nombre de grammes.

§ 27. Puisque la dépense, la hauteur de charge et la grandeur de l'orifice sont trois choses liées entr'elles, et dans une dépendance mutuelle, il suit que deux de ces trois choses étant connues, il sera toujours facile de déterminer la troisième. On vient de voir comment on peut trouver *la dépense* lorsque l'orifice et la charge sont donnés : proposons-nous de trouver *la grandeur de l'orifice*, lorsqu'on connaît la hauteur de charge, et la dépense faite dans un certain temps.

On réduira d'abord la dépense à la seconde. Or, cette dépense est alors le produit de la vîtesse qu'on peut trouver, au moyen de la hauteur, par l'aire de l'orifice que l'on demande. On divisera donc cette dépense par la vîtesse, et le résultat de cette division sera l'aire de l'orifice, exprimée en pouces carrés, si l'on s'en est tenu à l'ancienne division, en centimètres carrés, si l'on a adopté la division moderne. On convertira ensuite cette aire en un carré, ou en un *cercle*, comme on voudra.

Dans l'exemple précédent, où la dépense par seconde était de 3125 centimètres cubes, la hauteur de charge étant d'*un mètre* ou 100 centimètres, la vîtesse due à cette charge était par conséquent de 442 centimètres par seconde. Divisant 3125 par 442,

il vient 7,07. C'est en centimètres carrés l'aire de l'orifice. Si cet orifice était carré, il aurait 2,65 centimètres sur chaque côté : s'il est circulaire, son diamètre sera de *trois* centimètres.

La solution qu'on vient de donner est évidemment applicable au cas, où l'on voudrait déterminer quelle doit être la grandeur d'un orifice, placé à une profondeur donnée au-dessous d'un niveau supposé constant, pour dépenser une certaine quantité d'eau dans un temps pareillement donné. Par exemple, l'orifice devant être percé à 2 mètres de profondeur, on demande quelle doit être la grandeur de son aire, pour qu'il fournisse 5 mètres cubes d'eau par minute. 5 mètres cubes font 5000000 de centimètres cubes : c'est donc une dépense de 83333 centimètres cubes par seconde. Or, une charge de *deux* mètres produit une vîtesse de 626 centimètres par seconde : divisant donc 83333 par 626, il vient 133. L'aire de l'orifice doit donc avoir 133 centimètres carrés : ce qui donne $11\frac{1}{2}$ centimètres pour le côté de l'orifice, si l'on veut qu'il ait une forme carrée, et $14\frac{2}{3}$ centimètres pour son diamètre, si on lui donne une figure circulaire.

§ 28. Il reste à chercher la *hauteur de charge*, lorsque la dépense et la grandeur de l'orifice sont données. Ce problème se résoudra facilement, comme ci-dessus. On cherchera d'abord la dépense dans une seconde : on la divisera par l'aire de l'orifice ; et l'on aura ainsi la vîtesse produite par la charge. Il ne sera donc plus question que de chercher la hauteur due à cette vîtesse ; ce qui se fera, comme on a dit, en multipliant cette vîtesse par elle-même, et prenant la 60.e partie du produit, si la vîtesse a été exprimée en pieds, ou la 720.e partie, si elle a été donnée en pouces : c'est la 20.e partie du produit qu'il faut prendre quand la vîtesse est évaluée en mètres, et la 2000.e, lorsqu'elle est donnée en centimètres. Ainsi dans le dernier exemple, où la vîtesse par seconde a été trouvée de 626 centimètres, si l'on

multiplie ce nombre par lui-même, et qu'on prenne la 2000.e partie du produit, on trouvera un peu plus de 195 centimètres, ou environ 2 mètres; ce qui est justement la charge qui avait produit cette vîtesse de 626 centimètres (*f'*).

Les détails dans lesquels on vient d'entrer, sont suffisans pour faire voir comment on doit s'y prendre, pour résoudre toute question dans laquelle il s'agirait de connaître, ou la hauteur de charge, ou la grandeur de l'orifice, ou la quantité de la dépense, lorsque deux de ces trois choses sont données. Mais il se présente ici plusieurs observations importantes, lorsqu'on veut comparer les résultats donnés par le calcul, avec ceux qu'on obtient par l'expérience.

CHAPITRE VI.

De la dépense effective, le vase étant toujours entretenu plein.

§ 29. ON a remarqué ci-dessus, que la veine fluide éprouvait à sa sortie une contraction produite par l'obliquité des mouvemens, qui entraînent les différens filets dont elle est composée. Il a été aussi reconnu, que ce n'est point à l'orifice même qu'est la plus grande vîtesse, mais bien dans le lieu où la veine

---

(*f'*) Soit D la dépense, A l'aire de l'orifice, v la vîtesse uniforme du fluide sortant; on aura : $D = Av = A\sqrt{2ph}$: ensuite, $A = \frac{D}{v} = \frac{D}{\sqrt{2ph}}$; et enfin : $v = \frac{D}{A}$, ou $\sqrt{2ph} = \frac{D}{A}$; et par conséquent, $h = \frac{D^2}{2pA^2}$. Mais on a h plus facilement par la formule ci-dessus : $h = \frac{v^2}{2p}$.

a le plus petit diamètre. Le resserrement de la veine fluide produit évidemment le même effet qu'une diminution dans la grandeur de l'orifice : ce n'est donc plus par toute l'étendue de cet orifice qu'il faut juger de la dépense d'un réservoir, mais seulement par la grosseur de la veine contractée, et à l'endroit de la plus grande contraction. Après avoir donc calculé la dépense, comme on vient de dire, il faudra réduire cette dépense, dans le rapport de l'aire de l'orifice, à la section de la veine fluide, dans le lieu où elle est le plus resserrée. Ainsi, lorsque le fluide sort par un orifice percé dans une mince paroi, on ne prendra que les 5 huitièmes de la dépense calculée, et l'on aura par ce moyen la *dépense effective*. Dans l'exemple où nous avons trouvé la *dépense théorique* de 3125 centimètres cubes par seconde, la dépense effective ne serait réellement, en ayant égard à la contraction, que de 1953 centimètres cubes.

Si le *maximum* de la vîtesse communiquée se trouve à l'endroit de la plus grande contraction, si c'est en cet endroit qu'il faut supposer que l'orifice est placé, la véritable hauteur du fluide doit donc se compter depuis le niveau jusqu'au lieu de la plus grande contraction. Telle est la longueur de la colonne verticale qui produit la vîtesse de l'écoulement. Il est vrai qu'une augmentation de charge d'une quantité égale au rayon de l'orifice, ne peut jamais produire un accroissement de vîtesse bien sensible, sur-tout lorsque l'orifice est petit ; ce qui est le cas le plus ordinaire.

Dans la méthode que l'on vient d'exposer, qui est celle de M. *Bossut*, l'on diminue l'aire de l'orifice pour la réduire à la grandeur de la veine contractée, et l'on conserve toute la vîtesse, telle qu'elle doit être, d'après la hauteur totale du fluide. M. *Dubuat*, auteur d'un ouvrage intitulé *Principes d'hydraulique*, mesure la quantité de la dépense par une autre

méthode :

méthode : il laisse à l'orifice toute la grandeur qu'il a, et il diminue la vîtesse d'une certaine quantité. La vîtesse, à l'orifice même, n'est pas celle qui est due à toute la hauteur de charge, puisqu'elle n'est telle qu'à l'endroit de la plus grande contraction. M. *Dubuat*, en se fondant sur les expériences de M. *Bossut*, trouve que la vîtesse à l'orifice, exprimée en *pouces*, est égale à la racine carrée de *la hauteur multipliée par le nombre constant* 278. C'est par cette vîtesse qu'il multiplie l'aire de l'orifice, pour avoir la dépense dans une seconde de temps. Le résultat qu'il obtient de cette manière est à-peu-près d'accord avec celui que donne la méthode de M. *Bossut*. Il paraît indifférent de diminuer la vîtesse en conservant toute la grandeur de l'orifice, ou de conserver toute la vîtesse en réduisant l'aire de cet orifice.

§ 30. Si l'on cherche par la méthode de M. *Bossut* quelle est la dépense effective, en *une minute*, par un orifice d'*un pouce* de diamètre, et sous une charge de 10 pieds, on trouvera 8662 $\frac{1}{2}$ pouces cubes. M. *Bossut* a trouvé, par des expériences directes, que cette dépense n'était que de 8574 pouces cubes pendant le même temps. La diminution réelle produite dans la dépense est donc plus grande qu'on n'a dit. M. *Bossut* soupçonne qu'outre la contraction de la veine, il existe encore quelque autre cause qui diminue la dépense. On a pensé que le frottement des molécules fluides contre les bords de l'orifice, pouvait diminuer leur vîtesse : mais l'expérience a fait voir que le frottement est ici à-peu-près nul. On a dit que l'adhérence mutuelle des particules du fluide pouvait les retarder : mais il paraît que cette cause ne peut pas plus ralentir leur mouvement, que l'accélérer. Enfin, on a cru que l'air, par sa résistance, pouvait diminuer la quantité de la dépense : mais l'expérience faite dans le vide, prouve que la résistance de l'air n'est pour rien dans cet effet. Il est plus probable que la diminution observée dans la

dépense expérimentale, vient de ce qu'on n'a pas estimé la contraction tout-à-fait assez grande. (Note 17.[e])

M. *Bossut* a cherché par expérience les dépenses effectives sous différentes hauteurs de réservoir : il en a donné une table que je joins ici, et dont on pourra faire l'usage suivant. Lorsqu'on aura à déterminer la dépénse que fait un réservoir, et que les circonstances seront conformes à quelqu'un des cas renfermés dans cette table, on y trouvera directement la dépense effective que l'on cherche. Mais si le cas est différent, on aura cette dépense en se conduisant comme il suit. On cherchera d'abord la dépense théorique d'après la hauteur de la charge, et la grandeur donnée de l'orifice; et cherchant ensuite dans la table le cas, qui s'éloigne le moins de celui qui a été proposé, on établira entre les dépenses effectives, le même rapport qui se trouve entre les dépenses théoriques : ce procédé ne peut manquer de donner un résultat très-approchant de la vérité. Lorsque la hauteur de charge est très-grande, on obtient plus promptement ce résultat, en diminuant la dépense théorique dans le rapport de 81 à 50. D'autres auteurs font la dépense réelle égale aux 62 centièmes de la dépense théorique.

Si l'on veut comparer entre elles les dépenses faites dans le même temps par différens réservoirs, il sera facile de conclure des principes établis ci-dessus : 1.° *qu'à hauteurs égales*, les dépenses sont *comme les orifices*, ou *comme les carrés des diamètres* de ces orifices; 2.° qu'*à orifices égaux*, les dépenses sont comme *les racines carrées des hauteurs ;* 3.° enfin, qu'avec *des hauteurs et des orifices différens*, les dépenses sont comme les carrés des diamètres des orifices, multipliés par les racines carrées des hauteurs (*g'*).

(*g'*) Ces règles s'expriment algébriquement de la manière suivante.
1.° $D : D' :: Av : A'v' :: A\sqrt{2ph} : A'\sqrt{2ph'} :: A'\sqrt{-} : A'\sqrt{h'}$

TABLE des dépenses sous différentes charges, par un orifice d'un pouce de diamètre, et par un tuyau du même diamètre, et de deux pouces de longueur.

Hauteur constante de l'eau au-dessus de l'orifice, exprimée en pieds.	Dépense *théorique* en *une* minute par un orifice d'*un* pouce, exprimée en pouces-cubes.	Dépense *effective* pendant le même temps, par le même orifice, exprimée de même.	Dépense *effective* par un tuyau cylindrique, d'*un* pouce de diamèt. sur *deux* pouces de longueur, exprimée de même.
1 pied . . .	4381 pouc. cubes.	2722 pouc. cubes.	3539 pouc. cubes.
2	6196.	3846.	5002.
3	7589.	4710.	6126.
4	8763.	5436.	7070.
5	9797.	6075.	7900.
6	10732.	6654.	8654.
7	11592.	7183.	9340.
8	12392.	7672.	9975.
9	13144.	8135.	10579.
10	13855.	8574.	11151.
11	14530.	8990.	11693.
12	15180.	9384.	12205.
13	15797.	9764.	12699.
14	16393.	10130.	13177.
15	16968.	10472.	13620.

§ 31. Dans cette table, la dépense est évaluée en pouces cubes : c'était la méthode la plus simple dans le système ancien. Aujourd'hui cette dépense doit être exprimée en centimètres cubes ; ce qui est encore plus commode, et qui donne en même temps

2.° Si $A = A'$, on a : $D : D' :: v : v' :: \sqrt{h} : \sqrt{h'}$.

3.° Si $v = v'$, ce qui suppose $h = h'$, il vient : $D : D' :: A : A' :: R^2 : R'^2$. D et D' sont les dépenses, *A* et *A'* les aires des orifices, *R* et *R'* les rayons de ces orifices supposés circulaires, *v* et *v'* les vitesses du fluide, *h* et *h'* les hauteurs de charge.

le poids de l'eau écoulée. On évaluait encore la dépense d'une autre manière. M. *Mariotte*, qui s'est beaucoup occupé du mouvement des eaux, appelle *pouce d'eau* la quantité d'eau fournie en *une minute* par un orifice d'*un pouce* de diamètre, et dont le centre est placé à *sept lignes* au-dessous du niveau. Cette quantité est de près de 14 pintes de Paris, dont 36 font le pied cube : elle est donc de 672 pouces cubes. M. *Bossut* n'a obtenu par l'expérience directe que 628 pouces cubes, ou 13 $\frac{1}{12}$e. pintes. Il y a donc quelque incertitude sur la véritable valeur du *pouce d'eau*, autrement dit *pouce d'eau des fontainiers*. Cette valeur approchée est dans le nouveau système, et en s'en tenant à la détermination de M. *Bossut*, de 12,46 litres, ou 12460 centimètres cubes.

Le pouce d'eau se divisait en 144 parties, qu'on appelait *lignes d'eau*. La ligne d'eau était la quantité d'eau fournie en une minute par un orifice d'*une ligne* de diamètre, sous une charge de 7 lignes. Elle équivaut à 86 centimètres cubes environ.

CHAPITRE VII.

De la dépense effective par un tuyau additionnel.

§ 32. LORSQUE l'eau sort d'un vase par un orifice pratiqué dans une mince paroi, la dépense réelle n'est pas telle que le demande la grandeur de cet orifice : elle est diminuée principalement par la contraction que la veine fluide éprouve hors de l'orifice. On a cherché quelque moyen de remédier à cet inconvénient, et de rapprocher la dépense réelle de la dépense théorique ; et l'on a trouvé que l'addition d'un petit bout de tuyau cylindrique, du même diamètre que l'orifice, et qui ne pénètre point dans l'intérieur du vase, produisait l'effet désiré, et augmentait considérablement la quantité d'eau fournie dans un temps donné. Lorsqu'un orifice d'un pouce de diamètre ne fournit par minute, que 2722 pouces cubes, un tuyau cylindrique du même diamètre, et de deux pouces de longueur, en donne 3539 dans le même temps.

Il semble d'abord que ce bout de tuyau devrait ralentir l'écoulement, en occasionnant un frottement plus considérable : bien loin de-là, il augmente la dépense. C'est que le frottement, comme on l'a déjà observé, est ici un objet de peu de considération ; et que la diminution que ce tuyau produit dans la contraction de la veine fluide, compense, et au-delà, ce qui pourrait venir de l'augmentation du frottement. C'est à l'entrée seulement du tuyau, qu'agissent les causes qui produisent la contraction ; et l'addition de ce tuyau s'oppose, par la raison qu'on a donnée, à ce qu'elles aient leur entier effet. Aussi quand la

longueur du tuyau est trop petite relativement à son diamètre, le fluide n'en suit point les parois, et la contraction, malgré l'addition du tuyau, se fait comme par un simple orifice.

§ 33. L'addition d'un bout de tuyau diminue donc la contraction : mais comment peut-elle augmenter la dépense ? Comment se fait-il qu'il sorte du réservoir une plus grande quantité d'eau ? La diminution de la contraction indique, que les directions des filets fluides sont rendues moins obliques dans l'intérieur du tuyau. Mais la viscosité de l'eau, et l'adhérence mutuelle de ses molécules, propagent cet effet jusqu'à l'orifice même, et jusque dans le réservoir : les mouvemens des molécules *affluentes* deviennent moins *inclinés* au plan de l'orifice : la vîtesse à l'ouverture intérieure du tuyau, se trouve ainsi augmentée, et la dépense par suite en devient plus considérable. Telle est la manière dont il faut concevoir l'augmentation de la dépense dans cette circonstance. Ce résultat qu'on n'aurait peut-être pas prévu, demandait une explication.

L'on pourrait aussi penser peut-être, que l'augmentation de dépense produite par les tuyaux additionnels, est due à une hauteur de charge plus grande, au moins quand le tuyau est appliqué au fond du vase : car il semble qu'il faut compter ici pour cette hauteur, toute la distance comprise depuis le niveau du réservoir jusqu'à l'extrémité inférieure du tuyau. Mais l'augmentation de vîtesse qui pourrait résulter de-là, serait insuffisante pour rendre raison de l'augmentation de la dépense : celle-ci est trop grande, pour venir de cette cause. En effet, d'après les expériences de M. *Bossut*, la dépense *théorique* par un orifice d'*un* pouce de diamètre, et sous une charge de *cinq* pieds, étant de 9797 pouces cubes en *une* minute, la dépense *effective* n'est par le même orifice, et dans le même temps, que de 6075 pouces cubes : cependant cette dépense par un tuyau cylindrique pareillement d'*un*

pouce de diamètre, et de *deux* pouces de longueur, s'est trouvée de 7900 pouces cubes dans le même temps d'*une* minute. Or, si l'on calcule la dépense dans ce dernier cas, en augmentant la hauteur de charge des *deux pouces*, qui sont la longueur du tuyau, on trouvera qu'il s'en faut de beaucoup qu'elle soit aussi considérable. Donc l'augmentation observée ne saurait venir de cette cause, et il faut par conséquent que le tuyau ajouté oblige le fluide d'accélérer son mouvement, en entrant dans ce tuyau, et qu'en diminuant l'obliquité des directions, il y fasse passer un plus grand nombre de filets à-la-fois.

La chose devient extrêmement sensible, lorsqu'on emploie un tuyau, qui n'a guère plus de longueur que de diamètre : alors l'on voit l'eau, tantôt suivre les parois du tuyau, et tantôt s'en détacher. La dépense dans ces deux cas est très-différente : dans le dernier, la dépense est exactement la même que s'il n'y avait pas de tuyau, et que l'eau sortît par un simple orifice : dans le premier, la dépense est plus grande, à-peu-près dans le rapport de 13 à 10. L'on y voit la veine fluide se gonfler à peu de distance de l'orifice intérieur, et sortir à plein tuyau. Pour que la dépense devienne par ce moyen, la plus grande qu'il est possible, il faut donner au tuyau cylindrique une longueur environ *triple* de son diamètre. S'il est plus court, la veine fluide ne se dilate pas autant qu'elle pourrait : s'il est plus long, le frottement diminue la vîtesse du fluide, et par conséquent la dépense.

§ 34. Quoique l'eau sorte à plein tuyau, dans le cas que nous considérons ici, et qu'il n'y ait point de contraction extérieure, il ne faut pas croire néanmoins, que la vîtesse de l'eau à sa sortie, soit la même que celle qui serait due à toute la hauteur de la charge, y compris la longueur du tuyau. Dans les écoulemens par les orifices percés dans de minces parois, on a établi que la vîtesse à l'endroit de la

plus grande contraction, était due à toute la hauteur du fluide, et pour avoir la dépense on a multiplié par cette hauteur la section de la veine contractée. Dans les tuyaux additionnels, il y a aussi une contraction qui est moindre, et qui réduit la section de la veine fluide aux 13 seizièmes de l'aire de l'orifice : mais comme le fluide sort à plein tuyau, on est dans l'usage de ne faire subir aucune réduction à l'orifice de sortie, et l'on diminue la vîtesse due à la hauteur de la charge; ou bien l'on considère la vîtesse du fluide comme produite par une partie seulement de cette hauteur, par les *deux tiers*, suivant M. *Bossut*. Il serait plus conforme à ce qu'on a établi sur les simples orifices, de considérer la vîtesse du fluide, non à sa sortie dans l'air, mais dans l'intérieur du tuyau, et à l'endroit de la plus grande contraction : cette vîtesse serait alors celle qui est due à toute la charge; et l'on réduirait simplement *l'aire* de l'orifice intérieur aux 13 seizièmes de ce qu'elle est réellement.

Si l'on demande donc quelle est la dépense effective dans une minute, par un bout de tuyau cylindrique, dont le diamètre et la longueur sont donnés, et sous une hauteur de réservoir pareillement donnée. On cherchera d'abord cette dépense d'après le diamètre intérieur du tuyau, et l'on en prendra ensuite les 13 seizièmes : ce sera-là la dépense effective. Ou bien, suivant la règle donnée par M. *Bossut*, on commencera à réduire la hauteur de charge aux *deux tiers*, et l'on calculera directement cette dépense d'après la grandeur absolue de l'orifice, et la hauteur ainsi réduite : ce sera celle qui aura réellement lieu. Les deux méthodes donneront le même résultat.

La dépense théorique, la dépense par un bout de tuyau cylindrique, et celle par un simple orifice du même diamètre, sont à-peu-près comme les nombres 16, 13 et 10. On peut donc trouver aisément l'une de ces dépenses par le moyen de l'une des deux autres, qui serait connue.

§ 35. On a supposé que le tuyau appliqué au réservoir était cylindrique, ou d'un diamètre égal dans toute sa longueur : mais si en lui conservant le même orifice extérieur, on lui donnait intérieurement plus d'ouverture, de façon qu'il eût une forme *conique* : alors le mouvement qui dirige l'eau vers l'orifice étant favorisé par l'inclinaison des parois du tuyau, la dépense se trouverait encore augmentée plus qu'avec un tuyau cylindrique. Mais cette augmentation elle-même diminue quand le diamètre intérieur du tuyau augmente au-delà d'un certain point ; et la raison en est, que la veine fluide tend alors à se contracter au dehors. Lorsque le tuyau conique est placé dans le sens contraire, la dépense est aussi un peu plus grande que par un tuyau cylindrique du même diamètre que l'orifice intérieur du tuyau conique, au moins quand celui-ci est peu évasé : ce qui vient de ce que la dilatation de la veine fluide est favorisée par l'inclinaison des parois, et que les molécules sont par-là mieux disposées à prendre des directions parallèles à l'axe du tuyau.

De toutes les formes qu'on peut donner à un tuyau, il n'en est point de plus avantageuse qu'une forme *conique*, absolument semblable à celle que la veine fluide prend d'elle-même par la contraction. Dans ce cas, le fluide ne fait que glisser le long des parois, sans exercer aucune pression contre elles, et sans éprouver de leur part aucun retardement. De plus, la vîtesse à l'orifice extérieur étant due à la hauteur totale, et le fluide sortant à plein tuyau, la dépense effective est égale à la dépense théorique, calculée d'après l'orifice extérieur. Pour obtenir donc cet effet, le tuyau aura une longueur égale à la moitié de son plus grand diamètre, et l'aire de l'orifice extérieur sera les 5 huitièmes de celle de l'orifice intérieur. Le tuyau sera appliqué contre le fond, ou sur le côté du réservoir, de manière à en *affleurer* exactement la surface intérieure : s'il avait quelque *saillie*

en dedans, le mouvement du fluide serait gêné, et la dépense diminuée. Moyennant ces conditions, la dépense effective sera telle que l'exige la hauteur du fluide, et la grandeur de l'orifice par lequel il sort dans l'air.

CHAPITRE VIII.

De l'écoulement des fluides par plusieurs orifices à-la-fois.

§ 36. On a examiné toutes les circonstances de l'écoulement, lorsque le fluide sort du réservoir où il est contenu, par un seul orifice, dont l'aire est peu de chose en comparaison de la section *horizontale* du vase. Mais si le fluide sortait par plusieurs orifices à-la-fois, l'écoulement se ferait encore par chacun d'eux avec la même vîtesse, et de la même manière que s'il était seul ouvert, pourvu que la somme des aires de ces orifices, rapportés à un même niveau, ou supposés placés à une égale profondeur, fût encore très-petite par rapport à l'aire du vase, dans l'endroit de sa moindre largeur. C'est la pression du fluide intérieur qui produit la vîtesse de l'écoulement ; et cette pression demeure la même tant que l'abaissement des tranches fluides est comme insensible, et qu'elles se trouvent seulement sollicitées par la pesanteur, et non entraînées par cette force. Tant que les choses sont ainsi, quel que soit le nombre des orifices, le fluide, à son passage par chacun de ces orifices, a la vîtesse qui convient à son abaissement au-dessous du niveau : l'un des orifices ne peut nuire à l'autre, et la pression se fait sentir sur chacun d'eux, comme s'il était seul.

On établit pour règle, que lorsque l'aire d'un orifice, ou que la somme des aires de plusieurs orifices, n'excède pas *la 20.e partie* de la section horizontale du vase supposé cylindrique, la vîtesse du fluide sortant n'éprouve aucune diminution sensible. En effet, dans ce cas, elle ne peut être diminuée que d'*une millième* partie ; ce qui peut être négligé sans un grand inconvénient : on verra bientôt comment on a trouvé ce résultat. Mais si l'aire de l'orifice ou des orifices réunis, surpasse ce rapport ; s'il y a, dans l'intérieur du réservoir quelque rétrécissement, où le fluide prenne une vîtesse sensible ; alors la pression, qui est le résultat de la pesanteur à chaque instant annullée ou épuisée, deviendra moindre, puisque la pesanteur obtiendra une partie de son effet par la chute des tranches fluides. La vîtesse du fluide sortant, qui est toute due à cette pression, sera donc diminuée, ainsi que la dépense. Pour avoir la quantité de cette diminution, il faut déterminer d'abord quelle est la *vîtesse intérieure*, produite par la vîtesse de sortie que la charge ferait naître, calculer ensuite *la hauteur due* à cette vîtesse intérieure ; et la retranchant de la hauteur totale, il restera *la véritable hauteur*, d'après laquelle il faudra évaluer la vîtesse à l'orifice, et la dépense (*h'*).

(*h'*) Soit a l'aire de l'orifice, a' la section du vase à l'endroit de sa moindre largeur, v la vîtesse naturelle à l'orifice, h la hauteur due à cette vîtesse, v' la vîtesse intérieure, et h' la hauteur due. On aura pour le cas présent : $v = \sqrt{2p(h-h')}$, et $v' = \sqrt{2ph'}$. D'un autre côté, $v : v' :: a' : a$. D'où l'on tire : $v' = \frac{av}{a'} = \frac{a}{a'} \sqrt{2p(h-h')}$. Egalant ces deux valeurs de v', on a : $\sqrt{2ph'} = \frac{a}{a'} \sqrt{2p(h-h')}$, ou $h' = \frac{a^2}{a'^2}(h-h')$; ce qui donne, $h' = \frac{a^2 h}{a^2+a'^2}$. Si l'on substitue maintenant dans l'expression de la vîtesse à l'orifice, on aura : $v = \sqrt{2p\left(h - \frac{a^2 h}{a^2+a'^2}\right)} = \sqrt{\frac{2a'^2 ph}{a^2+a'^2}}$. Cette formule donnera toujours la vîtesse qui a lieu à l'orifice, lorsqu'il y aura dans

§ 37. Si plusieurs orifices sont ouverts en même temps, on déterminera la *vîtesse intérieure* que chacun d'eux peut faire naître séparément : on ajoutera ensemble ces vîtesses pour avoir la *vîtesse totale* produite par leur concours ; et la *hauteur due* à cette vîtesse sera ce qu'il faut retrancher de la *hauteur correspondante* à chacun de ces orifices, pour avoir la véritable pression qui se fait sentir sur chacun d'eux. Cette réduction faite, il sera facile d'avoir la dépense effective.

Soit, par exemple (fig. 110.e), deux orifices A et B, placés l'un à *trois* décimètres au-dessous du niveau constant EF, et l'autre à *huit* décimètres; que l'aire du premier, réduite en ayant égard à la contraction, soit la 6.e partie, et celle du second la 8.e partie de la section horizontale du réservoir, dans l'endroit CD où il a le moins de largeur. La vîtesse naturelle du fluide à l'orifice A, serait, par les règles ci-dessus, de 245 centimètres par seconde : celle à l'orifice B se trouverait aussi de 400 centimètres dans le même temps. D'après le rapport supposé entre les aires de ces orifices et la section CD du réservoir, l'orifice A ferait donc naître dans cet endroit, une vîtesse de 41 centimètres par seconde,

---

l'intérieur du vase, quelque retrécissement, placé à telle hauteur qu'on voudra, qui obligera le fluide à prendre une vîtesse sensible à cet endroit.

Si l'eau s'écoule par plusieurs orifices à-la-fois, placés, ou non, à des profondeurs différentes, on réduira tous ces orifices à un seul, dont la distance au niveau, et la grandeur soient telles, qu'il puisse faire une égale dépense; et alors ce cas sera ramené au précédent. a représentant l'aire de cet orifice, et h la hauteur qui lui répond : on aura toujours la vîtesse intérieure $v' = \frac{a v}{a'}$, et la hauteur due $h' = \frac{a^2 h}{a^2 + a'^2}$. Si l'on veut savoir ensuite de combien est diminuée la la vîtesse du fluide à chaque orifice, on retranchera cette quantité de la hauteur qui répond à chacun d'eux, et l'on aura ainsi la charge, qui produit la vîtesse cherchée.

et l'orifice B, une vîtesse de 50 centimètres à-peu-près : car il est évident qu'il doit passer par CD, et dans le même temps, la même quantité d'eau qui sort par les orifices A et B ; et que la vîtesse doit y être par conséquent en raison inverse de la grandeur de la section. Ces vîtesses de 41 et de 50 centimètres, sont trop considérables pour pouvoir être négligées, et elles doivent avoir nécessairement de l'influence sur les vîtesses, qui ont réellement lieu aux orifices A et B.

Une vîtesse de 41 centimètres par seconde, est produite par une charge de 0, 84 de centimètre; et une vîtesse de 50 centimètres dans le même temps, suppose une charge de 1, 25 centimètres. Or, puisque le fluide intérieur se meut avec une certaine vîtesse, sa pression est diminuée : le fluide sortant échappe en partie à son action; ou si l'on veut, le fluide supérieur n'arrive pas avec assez de promptitude et d'abondance, pour fournir à toute la dépense. Cette vîtesse qu'il est forcé de prendre, est autant de retranché sur la pression qu'il exerce; et la quantité dont cette pression est ainsi diminuée, est justement égale à la hauteur due à la vîtesse, que le fluide prend dans l'intérieur du réservoir. La pression totale se divise ici en deux parties, dont l'une produit la vîtesse intérieure, et l'autre, celle qui a lieu à l'orifice : celle-ci est donc la différence entre la pression totale, et la hauteur due à la vîtesse, que prend le fluide dans l'intérieur du réservoir. Ainsi lorsque l'orifice A est ouvert, il faut diminuer la hauteur qui lui répond, de 0, 84 de centimètre, pour avoir la charge, qui produit la vîtesse réelle à cet orifice. Cette charge n'est donc véritablement que de 29, 16 centimètres; et par conséquent la vîtesse à cet orifice, au lieu d'être de 245 centimètres par seconde, comme cela serait dans le cas d'un abaissement insensible, n'est réellement que de 241 centimètres.

La charge à l'orifice B doit aussi être diminuée de 1, 25 centimètres, qui est la hauteur due à la

vîtesse que cet orifice produit intérieurement. Cette charge se réduit donc à 78,75 centimètres; et la vîtesse réelle à l'orifice, à 397 centimètres, au lieu de 400 que l'on trouve, quand on considère le fluide comme étant sans mouvement.

Si l'on suppose que les deux orifices A et B sont ouverts en même temps, alors la vîtesse intérieure est la somme des vîtesses qu'ils peuvent produire séparément : elle est donc ici de 91 centimètres par seconde. Mais la hauteur due à cette dernière vîtesse est de 4,1 centimètre : c'est donc là ce qu'il faut soustraire des hauteurs correspondantes aux deux orifices. La charge pour l'orifice A se réduit donc à 25,9 centimètres, et celle sur l'orifice B, à 175,9. La vîtesse, au premier, n'est plus que de 228 à-peu-près, et au dernier, de 389. Ainsi l'écoulement simultané du fluide par les deux orifices, diminue sa vîtesse à l'un et à l'autre, et par conséquent la dépense particulière, et la dépense commune.

§ 38. En général la dépense et la vîtesse doivent se calculer, comme on l'a établi dans les chapitres précédens, d'après la hautenr totale de la charge, lorsque le fluide peut être considéré comme étant sans mouvement, et comme agissant par toute sa pression. Mais si le fluide a un mouvement progressif sensible vers l'orifice, s'il est obligé de prendre une certaine vîtesse pour pouvoir fournir à la dépense; alors sa pression n'est plus entière, et la hauteur de charge doit être réduite de toute la hauteur due à cette vîtesse. Cette attention est sur-tout nécessaire, lorsqu'on veut évaluer la dépense que fait un réservoir, ou un canal par un large pertuis d'une grandeur connue. La dépense calculée par la méthode ordinaire, et sans avoir égard à la vîtesse intérieure, se trouverait toujours beaucoup plus grande que celle qui serait donnée directement par l'expérience.

Il y a plus : la *même* quantité d'eau étant supposée s'échapper dans un temps donné, ou par une

ouverture ayant beaucoup de largeur et peu de hauteur, ou par un orifice ayant beaucoup plus de hauteur que de largeur, la dépense néanmoins paraîtra *très-différente* dans les deux cas, si on la calcule suivant la méthode ordinaire, et que le fluide intérieur ne puisse pas être regardé comme sans mouvement. La raison en est évidente. La vîtesse intérieure étant la même dans les deux cas, puisque la dépense est supposée la même dans le même temps, la quantité à soustraire de la charge sur l'orifice sera donc aussi la même. Mais cette soustraction diminuera proportionnellement plus la pression sur l'orifice qui a plus de hauteur, et dont le centre est placé plus près du niveau, que celle qui se fait sur l'orifice qui a moins de hauteur, et dont le milieu est situé à une plus grande profondeur. On suppose ici que les deux orifices, ou pertuis ont leurs bords inférieurs sur une même ligne horizontale, ou également abaissés au-dessous de la surface du fluide.

La figure III.e rend ce raisonnement très-sensible. ABCD et *abcd* sont les deux pertuis, dont les bords inférieurs, comme on voit, sont à même distance du niveau MN : leur grandeur est d'ailleurs telle, que la surface du premier, *multipliée* par la racine carrée de la *hauteur moyenne* LX, est égale à la surface du second, *multipliée* par la racine carrée de la *hauteur moyenne* *lx* qui lui répond. Les deux pertuis feraient donc la même dépense dans le même temps, si le fluide intérieur pouvait être considéré comme ayant un mouvement insensible. Mais si sa vîtesse ne peut être négligée, et si elle est due, par exemple, à une hauteur *ly*, alors il faudra diminuer de cette quantité chacune des hauteurs LX et *lx*. Or, il est visible que cette diminution aura plus d'influence sur la vîtesse du fluide sortant par *abcd*, que sur celle du fluide qui sort par ABCD. D'où il suit que le premier pertuis dépensera moins, et qu'il faudra par conséquent lui donner plus d'ou-

verture, si l'on veut qu'il dépense autant que l'autre. Mais alors, si on s'en tenait à la première théorie, et qu'on n'eût aucun égard à la vîtesse intérieure, on trouverait que la dépense par *a b c d* serait plus grande, tandis que l'expérience ferait voir que cette dépense serait la même que par ABCD. Donc, dans l'évaluation de la dépense par un orifice d'une certaine grandeur, il faut encore avoir égard à la vîtesse que le fluide peut prendre dans l'intérieur du réservoir, et réduire convenablement la hauteur de charge, lorsque cette vîtesse est capable de diminuer la pression du fluide. (Note 18.e)

CHAPITRE IX.

De l'écoulement des fluides lorsque le vase se vide.

APRÈS avoir traité de l'écoulement des fluides, lorsque les vaisseaux sont entretenus constamment pleins, il est temps de faire connaître ce qui arrive lorsque le vase se vide, et qu'il ne survient pas de nouveau fluide. Ces recherches sont environnées de plus de difficultés que les précédentes : aussi nous contenterons-nous quelquefois d'établir des règles et d'énoncer des résultats, renvoyant aux notes des démonstrations qui ne sauraient être entendues de la plupart de nos lecteurs. M. *Bossut* nous servira encore de guide dans cette partie, comme il nous en a servi dans beaucoup d'autres.

§ 39. Soit un vase *m n o t* (fig. 112.e et 113.e) de forme quelconque, plein d'eau jusqu'à la ligne *mn*, et percé à son fond d'un orifice circulaire *k*. On peut demander ici, ou quel temps il faudra pour que la surface du fluide s'abaisse d'une quantité donnée *lp*; ou

ou quelle est la quantité d'eau qui sortira du vase dans un temps donné? Il est visible, au premier coup d'œil, que la réponse à l'une et à l'autre de ces deux questions, dépend de plusieurs choses, de la hauteur *lp*, de la vîtesse du fluide sortant, de la grandeur de l'orifice, et enfin de la capacité du vase dans la partie qui doit se vider. Ces questions exigent donc quelques considérations nouvelles, que nous allons présenter ici le plus clairement qu'il nous sera possible.

§ 40. Dans un vaisseau où le fluide est maintenu toujours à la même hauteur, la vîtesse à l'orifice est toujours la même : mais dans un vase qui se vide, la vîtesse de sortie décroît continuellement, puisqu'elle est dans tous les momens proportionnelle à la racine carrée de la hauteur, qui diminue sans cesse. La vîtesse de l'écoulement, passe donc successivement par différens degrés de décroissement, et les quantités d'eau sorties pendant des temps égaux, vont aussi en diminuant. Cette diminution est plus ou moins rapide, selon le rapport qu'il y a entre l'aire de l'orifice et la section horizontale du vase. Plus le diamètre du vase sera grand, et celui de l'orifice petit, plus il faudra de temps pour que le niveau s'abaisse d'une même quantité; et les vîtesses, dans ce cas, décroîtront avec plus de lenteur : ce décroissement est plus prompt, à mesure que la grandeur de l'orifice augmente, ou que la section du vase devient plus petite. Dans tous les cas, on peut représenter ces vîtesses décroissantes, au moyen de la construction qui suit.

Les vîtesses du fluide sortant, étant entre elles à chaque instant, comme les racines carrées des hauteurs au-dessus de l'orifice, on peut dire que ces *hauteurs sont aussi comme les carrés des vîtesses*; et puisque la vîtesse, au commencement de l'écoulement, est telle, que le fluide parcourrait un espace double de la hauteur du vase, dans le même temps qu'un corps pesant mettrait à tomber de cette hauteur; si l'on tire une ligne IM (fig. 114.e) égale

à la hauteur du vase, et qu'à son extrémité M on élève une perpendiculaire MO double de cette hauteur, cette perpendiculaire représentera la vîtesse *initiale* de l'écoulement. Si ensuite l'on divise la ligne IM en plusieurs parties égales, et qu'à chaque point de division on élève d'autres perpendiculaires GT, LR, KP, dont les carrés *soient aux* portions IG, IL, IK, *comme* le carré de MO *est à* la ligne entière IM, ces différentes perpendiculaires représenteront les vîtesses du fluide sortant, aux momens où le niveau sera arrivé aux points *r*, *q*, *p*. (*i'*)

Une ligne courbe OTRPI, que l'on ferait passer par les extrémités de toutes ces perpendiculaires, est ce qu'on appelle une *parabole*. Les perpendiculaires se nomment les *ordonnées*, et les portions IK, IL, IG, sont les *abscisses*. IM est l'*axe* de la parabole : le point I en est le *sommet*. D'après la construction qu'on vient de donner, la parabole étant tracée, quelque part que l'on élève une perpendiculaire sur l'axe, terminée à la courbe, *cette ordonnée représentera toujours la vîtesse de l'écoulement sous la hauteur exprimée par l'abscisse correspondante*. Les vîtesses du fluide, quand le vase se vide librement, décroissent donc comme les ordonnées de la parabole, construite d'après ce qu'on vient d'enseigner : ces ordonnées sont par conséquent propres à exprimer les différentes vîtesses du fluide, depuis la vîtesse *initiale* MO, qui a lieu sous la hauteur IM, jusqu'à la vîtesse *finale*, qui est zéro, et qui a lieu lorsque le niveau du fluide est arrivé au point I, où la courbe rencontre l'axe.

§ 41. Après avoir trouvé, par une *construction*, les vîtesses qui répondent aux différentes hauteurs du

---

(*i'*) En effet on aura par cette construction : $IM : IG :: MO^2 : GT^2$. Or, MO est la vîtesse sous la hauteur IM : donc GT sera la vîtesse sous la hauteur IG.

fluide, cherchons à exprimer d'une manière semblable le temps nécessaire, pour que le fluide passe de l'une de ces vîtesses à l'autre ; ou, ce qui est la même chose, pour que le niveau s'abaisse d'une certaine quantité. Or, ce temps dépend de la *section* du vase dans l'endroit donné, de la *grandeur* de l'orifice, et de la *vîtesse* du fluide sortant. Mais la grandeur de l'orifice étant une quantité qui ne change point pendant toute la durée de l'écoulement, ce n'est donc qu'à la section du vase et à la vîtesse du fluide qu'il faut ici avoir égard. Si l'on conçoit donc que le vase est divisé sur sa hauteur en tranches extrêmement minces et d'égale épaisseur, le temps nécessaire pour que chacune de ces tranches s'écoule se trouvera, en *divisant* la superficie de cette tranche par la vîtesse qui lui correspond ; ou plutôt, les temps nécessaires pour l'écoulement des différentes tranches seront *proportionnels* aux superficies de ces tranches *divisées* par les vîtesses correspondantes : car la durée de l'écoulement d'une tranche fluide augmente avec l'étendue de cette tranche, et à mesure que la vîtesse diminue.

Cela posé, si l'on mesure la section du vase sur différens points de sa hauteur, et qu'on *divise* chacune de ces sections par la vîtesse qui lui répond, on obtiendra différens *quotients*, dont on fera l'usage suivant. Sur les perpendiculaires à IM, hauteur du vase, on prendra les parties MA, GB, LD, KE, respectivement égales aux quotients des sections mn, cd, gh, sx, *divisées* par les vîtesses correspondantes MO, GT, LR, KP; et liant les extrémités de ces portions par une courbe ABDE, l'espace compris entre cette courbe et la droite IM servira à trouver le temps que le fluide mettra à passer de la première de ces vîtesses à la dernière. La forme du vase pouvant varier à l'infini, les rapports entre les sections et les vîtesses peuvent suivre une infinité de lois différentes, et la courbe ABDE affecter toute sorte de figures.

La détermination de l'espace MABDK peut donc être accompagnée de beaucoup de difficultés. Cependant cet espace étant la somme de toutes les perpendiculaires MA, GB, LD, etc., on voit qu'abstraction faite de la grandeur de l'orifice, il doit représenter le temps total que le fluide emploie pour descendre de la hauteur MK ou lp. Ce temps, exprimé en secondes, est donc égal *à la racine de la hauteur* MK, *divisée* par celle de 4, 9 *mètres, et multipliée par le nombre de fois que l'aire de l'orifice est contenue dans l'espace* MABDEK. (k')

§ 42. Voici un cas où la détermination de l'espace MAEK est très-facile, c'est celui où l'on supposerait que chaque section du vase aurait par-tout le même rapport avec la vîtesse correspondante. La chose est ainsi, lorsque le vase a une certaine forme parabolique (fig. 115.e), telle que *le carré de la demi-largeur soit toujours proportionnel à la racine carrée de la distance à l'orifice*. Dans ce cas, toutes les perpendiculaires MA, GB', LD', ect. (fig. 114.e), sont d'égales longueurs; et la ligne qui unit leurs extrémités est une ligne droite AE, parallèle à IM. L'espace compris entre ces deux lignes, est un rectangle MAFI, dont la surface est égale à la base FI, *multipliée par* la hauteur AF. Donc il sera facile, dans ce cas

---

(k') Soit s une des sections du vase, v la vîtesse qui lui répond, A l'aire de l'orifice, on aura pour le temps t de l'écoulement : $t = \frac{s}{Av}$. On aura de même pour la section suivante s' : $t' = \frac{s'}{Av'}$; et ainsi de suite. Mais $\frac{s}{v}$, $\frac{s'}{v'}$, etc. sont les perpendiculaires MA, etc. dont la somme compose l'espace MABDEK. En appelant donc cet espace S, on aura pour le temps total de l'écoulement : $T = \frac{S}{A}$. Si h est la hauteur initiale du fluide, $\sqrt{\frac{h}{\frac{1}{2}p}}$ sera le temps exprimé en secondes, qu'il faut à un corps pour tomber de la hauteur h. Donc le temps pour l'écoulement du fluide, est en secondes : $T = \frac{S}{A}\sqrt{\frac{h}{\frac{1}{2}p}}$.

particulier, d'avoir, d'après la règle qu'on vient d'établir, le temps nécessaire pour que le niveau s'abaisse d'une quantité donnée. (l')

Dans un vase de la forme qu'on vient de supposer, le temps de l'écoulement du fluide est évidemment proportionnel à la hauteur du rectangle MAFI : par conséquent, les temps nécessaires pour que le niveau descende de différentes hauteurs, sont en raison de ces hauteurs. Donc *les temps seront égaux, quand les hauteurs seront égales.* Ainsi la hauteur du vase étant divisée en portions égales, le niveau arrivera successivement à tous les points de division en des temps égaux.

Pour connaître la quantité de liqueur qui sort de cette espèce de vase dans un temps donné, il faut chercher d'abord la capacité totale du vase, laquelle est égale aux *deux tiers* de la surface supérieure AMNB, *multipliée* par la hauteur totale LK : chercher ensuite la capacité de la partie qui est demeurée pleine d'eau, GKH, par exemple, laquelle est aussi égale aux *deux tiers* de l'aire GH, *multipliée* par GK. La différence de ces deux capacités exprimera le volume de la partie du vase qui s'est vidée, c'est-à-dire, la quantité de fluide qui en est sortie.

(l') Soit r et r' les demi-largeurs du vase à deux hauteurs différentes, s et s' les aires des sections faites aux mêmes points, d et d' les distances à l'orifice, v et v' les vîtesses correspondantes, représentées par les ordonnées MO, GT, (fig. 114.e). La forme supposée du vase, donne : $r^2 : r'^2 :: \sqrt{d} : \sqrt{d'}$: ou bien : $s : s' :: \sqrt{d} : \sqrt{d'}$. Mais on a aussi : $v : v' :: \sqrt{d} : \sqrt{d'}$. Donc $s : s' :: v : v'$, ou $\frac{s}{v} = \frac{s'}{v'}$. Mais $\frac{s}{v}$, $\frac{s'}{v'}$ sont les perpendiculaires MA, GB, qui servent à mesurer les temps : donc toutes ces perpendiculaires sont égales, lorsque le vase a la forme supposée. Cette forme est celle d'une parabole, dans laquelle les *abscisses* sont proportionnelles aux quatrièmes puissances des *ordonnées*. Car puisque $r^2 : r'^2 :: \sqrt{d} : \sqrt{d'}$, on a : $r^4 : r'^4 :: d : d'$. d et d' sont les abscisses à partir du sommet, et r et r' sont les ordonnées.

§ 43. Soit maintenant un vase (fig. 116.e) *prismatique* ou *cylindrique ;* c'est-à-dire, d'une grandeur égale sur toute sa hauteur, et tel que toutes les sections faites parallèlement à l'horizon, soient toutes égales entre elles : on demande quel est le temps qu'il faut pour que la surface du fluide s'abaisse d'une quantité donnée, ou, si l'on veut, pour que le vase se vide entièrement. On suppose connues la hauteur du fluide ; la largeur du vase, et la grandeur de l'orifice.

Puisque la grandeur du vase est par-tout la même, le rapport entre l'aire d'une section quelconque et l'aire de l'orifice, est une quantité *constante* ou *invariable*. Le temps ne change donc [illegible] qu'à raison de la vîtesse ; et comme la vîtesse elle-même dépend de la racine carrée de la hauteur, les temps pour chaque tranche fluide, qui sont en *raison inverse* des vîtesses, sont donc aussi, *réciproquement*, comme ces racines carrées.

Si l'on conçoit donc encore la hauteur du vase partagée en tranches fort minces, comme d'*un millimètre* d'épaisseur, la vîtesse pouvant être censée *uniforme* pendant que la surface du fluide s'abaisse de cette petite quantité, on aura les différentes vîtesses qui ont lieu pendant la durée de l'écoulement, en calculant les racines carrées des hauteurs, décroissant successivement d'un millimètre : ou, ce qui est plus simple et plus conforme à la loi de *continuité*, on tirera une ligne droite AB (fig. 117.e), dont la longueur représentera la hauteur du vase ; et élevant, comme on a déjà fait, à son extrémité une perpendiculaire AM d'une longueur double, on fera la construction d'une *parabole* comme ci-dessus.

Maintenant les perpendiculaires AM, CN, DO, etc. représentant les vîtesses qui ont lieu lorsque le niveau répond aux points *p*, *q*, *r*, etc., et les temps étant *réciproquement* comme les vîtesses, ces temps seront donc aussi en *raison inverse* de ces perpendiculaires. Si donc l'on sait, par expérience, le temps

qu'il a fallu pour que le niveau descendît d'*un millimètre*, quand le vase était plein jusqu'en *p*; on trouvera le temps nécessaire pour qu'il s'abaisse d'une égale quantité, à la hauteur *r*, en disant : *comme* DO *est à* AM, *ainsi* le temps connu *est au* temps demandé. Mais ceci suppose que la vîtesse de l'écoulement est uniforme pendant une petite durée de temps ; ce qui n'est pas rigoureusement vrai, mais qui approche d'autant plus de la vérité, que l'épaisseur de la tranche écoulée est plus petite.

§ 44. Pour trouver le temps que le vase mettra à se vider entièrement, M. *Bossut* suppose qu'un corps est poussé de bas en haut par une force, qui accélère son mouvement de la même manière que la pesanteur accélère le mouvement des corps, qui lui obéissent librement. Ce corps, en partant du niveau de l'orifice, et s'élevant jusqu'à la surface du fluide, aura sur tous les points de la ligne qu'il parcourt, la même vîtesse que celle qui a lieu à l'orifice, lorsque la surface du fluide est parvenue à ces différens points. Maintenant, si l'on compare le temps qu'il faut au corps *ascendant* pour s'élever d'une très-petite quantité, lorsqu'il est à une distance donnée du point de départ, avec le temps que le fluide emploie pour s'abaisser d'une pareille quantité, lorsque sa distance à l'orifice est la même, on trouve que *ces deux temps sont entre eux, comme l'aire de l'orifice est à la section horizontale du vase.* Ce rapport ayant également lieu sur tous les points de la hauteur du vase, il suit que l'on aura *le temps* qu'il faut pour que le vase se vide entièrement, en *multipliant* le temps qu'un corps pesant mettrait à tomber de la hauteur du vase, *par* le nombre de fois que l'aire de l'orifice est contenue dans la section horizontale de ce vase. (*m'*)

(*m'*) En voici la preuve. Le temps qu'il faut au corps supposé, pour s'élever de la quantité $kp = h$, (fig. 116ᵉ. et 117.ᵉ), est d'après

Soit pour exemple un vase cylindrique, ayant 400 centimètres carrés de surface horizontale, et 45 centimètres de hauteur. Soit supposée l'aire de l'orifice d'*un* centimètre carré, cet orifice étant pratiqué au fond du vase, et réduit à la dimension de la veine contractée. On cherchera le temps qu'il faut à un corps pesant pour tomber de la hauteur de 45 centimètres, et qu'on trouvera de 0,3 de seconde, à très-peu près : on multipliera ce temps par 400, qui est le rapport entre la section du vase et l'aire de l'orifice, et l'on aura 120 secondes pour le temps qui est nécessaire à l'écoulement total du fluide.

§ 45. Puisque dans l'expression du temps, il n'y a de variable que la hauteur du fluide, il suit qu'un

---

l'hypothèse, exprimé par $\sqrt{\frac{h}{\frac{1}{2}p}}$; et avec la vîtesse acquise $2h$, le corps parcourrait uniformément, et dans un temps égal, un espace double de pk, ou $2h$. Maintenant supposons le corps ascendant parvenu en l, et concevons qu'il s'élève de la quantité infiniment petite ln, avec la vîtesse uniforme DO, qu'il a au point l; on aura le temps x qu'il lui faut pour cela, en se rappelant que dans les mouvemens uniformes, *les temps sont comme les espaces divisés par les vîtesses.* Ainsi on dira : $\sqrt{\frac{h}{\frac{1}{2}p}} : x :: \frac{2h}{2h}$ ou $1 : \frac{ln}{DO}$. D'où $x = \frac{ln}{DO}\sqrt{\frac{h}{\frac{1}{2}p}}$. Telle est l'expression du temps qu'il faut au corps ascendant, pour s'élever de la quantité ln.

D'un autre côté, le temps nécessaire pour que la surface du fluide s'abaisse de la même quantité ln, est exprimé par (note k') $\frac{ln.DR}{A}\sqrt{\frac{h}{\frac{1}{2}p}}$, et DR est égal à la section horizontale $aibg$, divisée par DO. On aura donc pour le temps en question $\frac{ln.abig}{A.DO}\sqrt{\frac{h}{\frac{1}{2}p}}$. En comparant ces deux temps, et supprimant les facteurs communs, on trouve, que le premier *est au* dernier, *comme* A *est à* $abig$; et comme la section du vase est par-tout la même, ce rapport est donc aussi le même par-tout : d'où l'on conclut, que le temps de l'écoulement total *est au* temps qu'un corps pesant mettrait à tomber de la hauteur h du fluide, *comme* la section du vase *est à* l'aire de l'orifice : ou $t = \frac{S}{A}\sqrt{\frac{h}{\frac{1}{2}p}}$, en désignant par S l'aire de la section horizontale du vase.

même vase cylindrique étant rempli successivement à des hauteurs différentes, *les temps nécessaires pour qu'il se vide à chaque fois, seront entre eux*, *comme les racines carrées de ces hauteurs*, ou *comme les vitesses initiales du fluide.* (n')

Si l'on demandait quel temps il faut pour que la surface du fluide s'abaisse d'une quantité déterminée, la hauteur du fluide, la grandeur de l'orifice, et la section du vase étant données, on ferait usage des mêmes principes. On chercherait d'abord le temps qu'il faut pour que le vase se vide entièrement, lorsqu'il est rempli à la première hauteur donnée : on chercherait ensuite celui qui est nécessaire, pour que le fluide s'écoule totalement, à partir de la seconde hauteur. La différence entre ces deux temps sera le temps demandé.

On peut résoudre la même question d'une autre manière. *Retranchez* la racine carrée de la seconde hauteur de la racine carrée de la première, et *divisez* par celle de 490 centimètres, espace que parcourent les corps graves pendant la première seconde de leur chute : le quotient, *multiplié* par le rapport de la section du vase à l'aire de l'orifice, donnera le temps demandé. Par exemple, la hauteur primitive étant de 49 centimètres, on veut savoir quel temps il faudra pour que le niveau s'abaisse à 25 centimètres. De 7, racine carrée de 49, je *retranche* 5, racine carrée de 25, et j'ai 2 à *diviser* par 22 ; ce qui donne 1 onzième. Le rapport entre la section du vase et l'aire de l'orifice, étant toujours supposé de 400, j'ai pour le temps demandé 400 onzièmes de seconde, ou 36 secondes 1 onzième.

On aurait trouvé la même chose en cherchant le

(n') On a $t = \frac{S}{A}\sqrt{\frac{h}{\frac{1}{2}p}}$: de même $t' = \frac{S}{A}\sqrt{\frac{h'}{\frac{1}{2}p}}$. Donc $t : t' :: \sqrt{h} : \sqrt{h'} :: v : v'$.

pas être égales, lorsque de nouvelle eau ne vient pas remplacer celle qui sort à chaque instant. Pour la même raison, si le vase est par-tout de la même largeur, le niveau ne peut pas s'abaisser de quantités égales dans des temps égaux. Pour avoir donc une clepsydre qui serve à mesurer le temps par les abaissemens successifs du niveau du fluide, il faut, ou que le diamètre du vase aille en diminuant, de manière que le fluide descende uniformément, et d'une quantité toujours *égale*, dans le *même* temps; ou que le diamètre du vase, étant le même sur toute sa hauteur, les distances entre les niveaux successifs aillent en diminuant, comme les vîtesses du fluide.

On a déja vu quelle était la forme qu'il fallait donner à un vase pour que le niveau s'abaissât uniformément et proportionnellement au temps : cette forme doit être parabolique, et telle qu'il a été dit ci-devant. En divisant la hauteur d'un pareil vase en parties égales, le niveau parvient aux différents points de division, dans des intervalles de temps égaux entre eux. Si la grandeur du vase et celle de l'orifice sont telles, que le fluide parcoure la première division dans un quart d'heure, par exemple, tous les autres intervalles seront parcourus pareillement dans un quart d'heure. Mais si le vase a une forme cylindrique ou prismatique, il faudra partager sa hauteur en portions inégales, d'après le principe établi, que *les temps* nécessaires pour vider un vase de cette forme, rempli successivement à différentes hauteurs, *sont comme les racines carrées de ces hauteurs.*

Supposons, pour en donner un exemple, que la hauteur totale du fluide dans le vase étant connue, l'on veuille la diviser en *douze* parties que le niveau du fluide puisse parcourir en des temps égaux. De 144, carré de 12, je retranche 121, carré de 11, et la différence 23 désigne l'étendue que doit avoir la première portion. Retranchant ensuite 100, carré de 10, de 121, carré de 11, on aura le reste 21 pour repré-

senter le second intervalle. En opérant ainsi, on trouvera, l'une après l'autre, les grandeurs décroissantes des 12 intervalles qui doivent être parcourus dans des temps égaux. La hauteur du vase devra donc d'abord être divisée en 144 parties égales ; et les lignes destinées à marquer des intervalles de temps égaux entre eux, seront placées, à compter de la surface supérieure, la première à la 23.ᵉ division, la seconde à la 44.ᵉ, la troisième à la 63.ᵉ, etc. Si la hauteur du vase était de 144 centimètres, la première portion serait donc de 23 centimètres, la seconde de 21, la troisième de 19, et ainsi de suite, en prenant les nombres impairs, jusqu'à 1, qui serait la hauteur de la dernière division. Si donc la grandeur du vase, et celle de l'orifice, avaient été proportionnées de manière que le niveau ne parcourût la première division que dans l'espace d'une heure, on aurait, par cette construction, une clepsydre qui ne se viderait qu'au bout de 12 heures, et qui indiquerait le temps d'heure en heure. *Voyez* la figure 118.ᵉ On pourrait diviser de la même manière chaque heure en 4 portions, qui donneraient les quarts d'heure, ou même en portions plus petites. On suppose dans tout ceci, que le vase est parfaitement cylindrique ou prismatique, et qu'il est, en commençant, toujours rempli à la même hauteur. (*q'*)

(*q'*) L'on peut se convaincre aisément, que les intervalles marqués, comme on vient de dire, seront parcourus par le niveau du fluide en des temps égaux. En effet la première hauteur du fluide étant supposée de 144, et la deuxième de 121 ; le temps nécessaire pour vider le vase la première fois, *est au* temps qu'il faut pour cela la seconde fois, *comme* la racine de 144 *est à* la racine de 121, ou *comme* 12 *est à* 11. Donc le vase étant rempli à la première hauteur, le niveau du fluide descendra à la seconde, dans la 12.ᵉ partie du temps nécessaire pour que le fluide s'écoule entièrement. On prouverait la même chose pour les intervalles subséquens. Donc tous ces intervalles seront parcourus par le fluide en des temps égaux : et le vase ainsi divisé pourra servir à mesurer le temps.

§ 48. Si l'on voulait déterminer le rapport qui doit régner entre la section horizontale du vase et l'aire de l'orifice, pour que le niveau descendît d'une quantité donnée dans un temps donné, et sous une hauteur de charge également connue; c'est ce qui pourrait se faire aisément, au moyen des mêmes principes. Le rapport dont il est ici question entre, comme on a vu, dans l'*expression* du temps, ainsi que dans celle de l'abaissement du niveau. En le tirant de l'une ou de l'autre de ces expressions, on trouve que ce rapport *est égal* au temps, converti en secondes, *multiplié* par la racine de 490 centimètres, et *divisé* par la différence des racines des deux hauteurs du fluide, aussi exprimées en centimètres. (r')

Qu'on demande, par exemple, dans quel rapport devraient être l'aire de l'orifice et la section d'un vase, pour que le niveau de l'eau ne s'abaissât que de 9 centimètres dans une heure de temps, lorsque le vase est rempli à une hauteur de 25 centimètres. D'après la règle qu'on vient d'établir, et qui se conclut des précédentes, on trouve que ce rapport est exprimé par le nombre 79200; c'est-à-dire, que l'aire de l'orifice devrait être 79200 fois plus petite que la section du vase. Cette aire étant supposée de 1 millimètre carré, et l'on prend ici pour l'aire de l'orifice, celle de la veine fluide dans le lieu de la plus grande contraction, la section du vase devrait être de 79200 millimètres carrés, pour que le niveau ne descendît dans une heure que de 9 centimètres. Cette surface serait celle d'un carré qui aurait 281 millimètres de côté, ou bien celle d'un cercle dont le diamètre serait à-peu-près de 358 millimètres. Si

(r') De l'équation $t'' = \frac{S}{A\sqrt{\frac{1}{2}p}}(\sqrt{h} - \sqrt{h'})$ on tire $\frac{S}{A} = \frac{t''\sqrt{\frac{1}{2}p}}{\sqrt{h} - \sqrt{h'}}$, qui est l'expression analytique de la règle donnée dans cet article.

le vase était donné, on chercherait la grandeur de sa section horizontale, et l'on déterminerait, d'après cela, la grandeur de l'orifice dont l'aire doit être contenue 79200 fois dans celle de la section.

§ 49. Maintenant, si l'on a un vase toujours prismatique ou cylindrique, et qu'après l'avoir rempli d'eau on le laisse se vider par une ouverture pratiquée à son fond, sans ajouter de nouvelle eau; et qu'ensuite, après l'avoir rempli de nouveau, on laisse écouler le fluide pendant un temps égal, mais en ayant soin de maintenir le vase toujours également plein; on trouvera que, dans ce second cas, la quantité d'eau sortie du vase, est double de celle sortie dans le premier cas, lorsque le vase s'est vidé librement. L'expérience ne laisse aucun doute à cet égard : mais la chose peut aussi se démontrer facilement.

Le temps qu'un vase de la forme qu'on a supposé, met à se vider entièrement, est égal, comme on a dit, à la *racine carrée* de la hauteur du vase, *divisée* par celle de 490, et *multipliée* par le rapport de la section du vase à l'aire de l'orifice. Mais si l'on cherche par la règle établie plus haut, quelle est la quantité d'eau qui sort du vase pendant ce temps-là, lorsqu'on l'entretient toujours également plein, on trouvera que cette quantité est égale au temps, *multiplié* par l'aire de l'orifice, par la racine carrée de la hauteur du vase, et par *deux fois* la racine de 490. Or, dans l'expression du temps, on a pour *diviseur* cette racine de 490; et dans la dépense, elle sert de *multiplicateur :* on peut donc la supprimer. La racine de la hauteur du vase est dans l'expression du temps, et dans celle de la dépense : c'est donc la hauteur elle-même qu'il faut prendre. Enfin l'aire de l'orifice, qui multiplie et divise tout à-la-fois, étant aussi supprimée, il reste pour la quantité d'eau fournie par le vase, le *double* de *la hauteur* du vase, *multipliée* par l'aire de la sec-

tion; c'est-à-dire, le *double* de l'eau que ce vase contient (*s'*)

Prenons pour exemple un vase cylindrique de 36 centimètres de hauteur, et dont la surface horizontale soit 200 fois plus grande que l'aire de l'orifice; on aura le temps nécessaire pour l'écoulement total de l'eau dont il est plein, en divisant 6, racine de la hauteur, par 22, racine de 490, et multipliant $\frac{6}{11}$ par 200, rapport supposé entre la section du vase et l'aire de l'orifice : le produit $\frac{600}{11}$ exprime en secondes le temps cherché. Ce temps est donc de 54 secondes et $\frac{6}{11}$. Or, la quantité d'eau sortie pendant ce temps-là, lorsqu'on ne fournit pas de nouvelle eau, est celle même qui remplissait le vase, c'est-à-dire que c'est un cylindre de 36 centimètres de hauteur, er dont la base est égale à la section horizontale du vase. Si cette section est supposée de 200 centimètres carrés, la quantité d'eau sortie sera de 7200 centimètres cubes.

Mais le vase, lorsqu'il est entretenu constamment plein, peut fournir par le même orifice, et dans le même temps, une quantité d'eau double de celle qu'on vient d'évaluer. En effet, sous une hauteur de 36 centimètres, la vîtesse de sortie est de 264 centimètres par seconde. L'aire de l'orifice ayant été supposée d'un centimètre carré, il sortira donc du vase 264 centimètres cubes par seconde. *Multipliant* ce nombre par 54 et $\frac{6}{11}$, qui est la durée de l'écoulement,

---

(*s'*) Le temps qu'un vase cylindrique met à se vider entièrement est : $t = \frac{S\sqrt{h}}{A\sqrt{\frac{1}{2}p}}$. Pendant ce temps le même vase entretenu constamment plein, fournirait une quantité d'eau exprimée par

$$A\sqrt{2ph} \times \frac{S}{A}\frac{\sqrt{h}}{\sqrt{\frac{1}{2}p}} = S\sqrt{\frac{2ph^2}{\frac{1}{2}p}} = 2\,S\,h,$$ quantité d'eau double de celle qui remplit le vase, et par conséquent double de celle qui s'est écoulée lorsque le vase s'est vidé.

on

on a 14400 centimètres cubes pour la quantité d'eau fournie dans ce second cas : c'est le double de ce que le vase contient, ou de ce qu'il a fourni dans le premier cas.

CHAPITRE X.

Des vaisseaux qui se remplissent par le fond.

§ 50. On a déterminé le temps qu'il faut à un vase pour se vider entièrement; on pourrait à présent demander quel est le temps nécessaire, pour qu'il se remplisse par une ouverture pratiquée dans son fond, lorsqu'il est plongé dans l'eau à une certaine profondeur. D'abord il est évident que l'eau, au premier instant, s'élancera dans l'intérieur du vase, poussée par la pression de l'eau supérieure : mais à mesure que la hauteur de celle qui est entrée dans le vase, augmente, l'eau qui survient, trouvant un obstacle de plus en plus grand, le jet cessera bientôt, et l'eau s'élèvera d'une manière tranquille, et en vertu seulement de la différence des niveaux. Comme cette différence diminue à chaque instant, la vîtesse de l'eau *ascendante* diminuera aussi, et suivra la même loi que la vîtesse de l'eau, qui sort d'un vase qui se vide. Le temps nécessaire pour que l'eau du vase plongé parvienne au niveau de l'eau extérieure, que nous supposons invariable, se trouve donc par la même méthode : mais il faut observer que l'on ne doit commencer à compter ce temps, que du moment où l'eau entrante n'exerce plus de choc sensible contre celle qui est déjà entrée.

Telle est la manière dont l'eau s'élève dans un vase, lorsque l'ouverture inférieure est petite : mais

si cette ouverture a une certaine grandeur relativement au diamètre du vase, et si le haut du vase étant d'abord bouché, on le débouche subitement, pour permettre au fluide de s'y introduire; alors l'eau s'élancera dans l'intérieur avec la vîtesse due à la hauteur des colonnes environnantes, et il pourra se faire qu'elle s'élève au-dessus du niveau de celles-ci, pour retomber ensuite au-dessous, et se fixer enfin à la hauteur de ce niveau, après plusieurs *oscillations*. Ceci a lieu sur-tout, quand le vase plongé, et que je suppose cylindrique, n'a point de fond. La colonne d'eau qui entre alors subitement, et qui est du même diamètre que le vase, s'élève toujours au-dessus du niveau, et d'autant plus, que son entrée est plus brusque, et qu'elle a plus de grosseur : mais cette hauteur ne peut jamais excéder le double de la quantité dont le vase est plongé dans l'eau; cette élévation est même toujours au-dessous de cette limite, plus ou moins, selon que le mouvement du fluide se trouve plus gêné ou plus libre.

Expérience. On peut s'assurer aisément de la vérité de ce qu'on dit ici, en prenant un tube de verre d'un pouce environ de diamètre, et ouvert des deux côtés. On le plonge verticalement dans l'eau, en tenant le pouce sur l'ouverture supérieure, et en ayant soin qu'il n'approche pas trop près du fond. On ôte ensuite le doigt subitement; et aussitôt l'eau s'élance dans le tube, et s'élève au-dessus de l'eau environnante, d'une quantité plus ou moins grande, selon que le tube est plongé plus ou moins avant. L'eau du tube se fixe enfin à la hauteur de celle qui l'environne.

§ 51. Cette élévation de l'eau au-dessus de son niveau, est un fait remarquable, et qui demande une explication. On pourrait penser d'abord qu'il est dû à la chute de l'eau environnante, laquelle tombant avec une vîtesse accélérée, produirait dans la colonne ascendante, une vîtesse semblable qui la porterait

ainsi au-dessus du niveau, et lui ferait faire différentes oscillations, comme un *pendule* que l'on a tiré de l'état de repos, et qu'on abandonne ensuite à l'action de la pesanteur. Mais cette élévation au-dessus du niveau a lieu également, lorsque le tube est plongé dans un fluide *indéfini*, et qu'il n'y a par conséquent aucun abaissement sensible dans le niveau de ce fluide. Il faut donc avoir recours à une autre explication.

On a vu ci-dessus qu'un fluide avait, à l'orifice par lequel il s'échappe, une vîtesse égale à celle qu'un corps pesant acquerrait en tombant depuis le niveau jusqu'à l'orifice. Mais un corps qui est tombé d'une certaine hauteur, a, comme on sait, une vîtesse capable de le porter à une hauteur double dans le même temps, si la direction de son mouvement venait à être changée, et que la pesanteur cessât d'agir sur lui : il ne remonterait qu'à une hauteur *égale*, si la pesanteur continuait d'agir. La vîtesse de l'eau à un orifice quelconque étant soumise à la même loi, il suit que l'eau qui répond à l'ouverture inférieure du tube, a, au moment où l'on débouche ce tube, une vîtesse capable de la porter au-dessus du niveau, d'une quantité égale à celle dont le tube est plongé. Si elle n'était pas renfermée dans un tuyau dont les parois servent à la soutenir, la pesanteur ne lui permettrait pas de parvenir plus haut que le niveau : mais, soutenue en partie par les parois du tuyau, l'action de la pesanteur rallentit moins son mouvement ascensionnel ; et d'un autre côté, la pression du fluide environnant, qui continue de la pousser pendant son ascension, concourt à la porter au-dessus du niveau, d'une certaine quantité. La vîtesse de la colonne ascendante est accélérée jusqu'au niveau, et retardée ensuite jusqu'au point le plus élevé de son mouvement : la colonne retombe ensuite par l'excès de son poids ; et comme sa chute est d'abord accélérée, elle descend au-dessous du niveau pour s'élever encore au-dessus, et ainsi à

plusieurs reprises, jusqu'à ce qu'elle se fixe à la hauteur du fluide environnant.

La colonne fluide qui s'élève ainsi dans un tuyau d'un diamètre un peu grand, ne parvient pas à une hauteur au-dessus du niveau, égale à l'enfoncement du tube; et la principale raison en est, la contraction qui a lieu à l'entrée du tuyau. Cette contraction vient toujours de l'obliquité du mouvement des molécules affluentes : les différens filets du fluide se gênent, se contrarient, et la vîtesse d'ascension se trouve par-là considérablement diminuée. Aussi observe-t-on que cette élévation approche plus de ce qu'elle doit être, à proportion que le diamètre du tube est plus grand, et sur-tout que l'obstacle dont on vient de parler est moindre. Dans une expérience de M. *Bossut*, le tube étant plongé de près de 7 pouces, l'eau s'est élevée de plus de 5 pouces au-dessus du niveau : mais le tube était garni inférieurement d'un large anneau de fer-blanc, destiné à rompre les directions obliques des molécules, et à diminuer ainsi la contraction.

Nous allons terminer cette section par quelques considérations sur le mouvement d'*oscillation* dans les fluides.

CHAPITRE XI.

Du mouvement d'oscillation dans les fluides.

§ 52. CONCEVONS un sifon ABC (fig. 119.e) d'un diamètre égal dans toute sa longueur, composé de deux branches verticales et parallèles, communiquant ensemble par une troisième branche horizontale. Supposons le sifon rempli d'eau jusqu'à une certaine hauteur DE. Le fluide étant en repos, se tiendra au même niveau dans les deux branches verticales : mais qu'une cause quelconque vienne à le faire élever d'un côté, d'une quantité EG, par exemple, il s'abaissera nécessairement de l'autre côté, d'une quantité pareille DF, et la différence de niveau sera égale au double de l'une de ces quantités. Dès que la cause qui aura rompu l'équilibre, et qui a produit cette élévation, cessera d'agir, aussitôt le fluide retombera d'un côté par son poids, et s'élèvera du côté opposé. Mais comme sa chute se fait encore avec une vîtesse accélérée, le fluide dans une branche s'abaisse au-dessous du niveau primitif, et s'élève au-dessus dans l'autre branche. Cette élévation est moindre que la première, à cause du frottement qui se fait contre les parois du tube. Le même effet se répète ensuite un certain nombre de fois : mais les élévations du fluide vont en diminuant à chaque fois ; et enfin il revient au niveau et à l'équilibre après un certain nombre d'oscillations.

Les oscillations d'un fluide contenu dans un sifon, tel qu'on l'a supposé ici, comme celles d'un *pendule*, se font dans des *temps égaux*, quelque soit leur étendue, les premières comme les dernières.

La *durée* de chaque oscillation dépend de la longueur totale de la colonne fluide contenue dans le sifon. En effet c'est le poids de la portion de fluide, qui est élevée dans une branche au-dessus de la colonne qui est dans l'autre, qui produit le mouvement d'oscillation; et cette cause est obligée de mouvoir toute la masse du fluide, qui remplit le sifon. Ainsi plus la colonne liquide aura de longueur, plus elle aura de masse, et moins la puissance pourra lui faire prendre de vîtesse : les oscillations auront plus de durée, et se feront plus lentement. Dans un sifon dont le développement total est de 12 pouces, les oscillations sont plus promptes, que dans un sifon dont la longueur serait de 24 pouces.

Le diamètre du sifon ne fait rien à la durée des oscillations, pourvu que ce diamètre soit par-tout le même : car si la masse à mouvoir est plus grande, dans un sifon d'un plus grand diamètre, la masse qui produit le mouvement, est aussi proportionnellement plus grande. D'un autre côté la quantité de l'élévation du fluide dans une des branches au-dessus du niveau, n'y fait rien non plus : car si, lorsqu'il y a plus d'inégalité dans les deux colonnes, la force motrice paraît plus grande, il faut aussi que cette force pousse le fluide dans l'autre branche, à une plus grande hauteur; de façon que les espaces parcourus sont toujours en raison de la force motrice, et par conséquent les *temps sont égaux entr'eux*. On dit donc que les oscillations d'un fluide dans un sifon, comme celles d'un pendule, sont *isochrones*.

Quant à leur durée absolue, on prouve qu'elle est égale à la durée des oscillations d'un pendule, dont la longueur serait la moitié de celle de la colonne fluide contenue dans le sifon. En effet on sait que la force, qui meut un pendule, pour décrire un petit arc, *est à* la pesanteur absolue, *comme* ce petit arc *est à* la longueur du pendule. Si donc la o ngueur de ce petit arc est égale à la quantité,

dont le fluide s'est élevé au-dessus du niveau primitif, et que la longueur du pendule soit la moitié de celle de la colonne totale du fluide, on dira : que la force qui fait mouvoir ce pendule, *est à* son poids absolu, *comme* la petite colonne fluide élevée au-dessus du niveau, *est à* la moitié de la colonne totale, ou *comme* la différence entière de niveau entre les deux branches du sifon, *est à* la longueur de la colonne entière; c'est-à-dire encore, *comme* la cause qui produit le mouvement dans le sifon, *est au* poids de la masse oscillante. La force qui meut le pendule supposé, est donc équivalente à celle qui produit les oscillations dans le sifon. Donc la durée des oscillations de la colonne fluide doit être égale à celle des oscillations du pendule, dont la longueur est la moitié de celle de la colonne contenue dans le sifon.

Les durées des oscillations de différens pendules, étant en raison directe des racines quarrées des longueurs de ces pendules, on peut donc dire aussi : que les *durées des oscillations* des colonnes fluides contenues dans des sifons de différentes longueurs, *sont comme les racines quarrées de ces longueurs.*

§ 53. Le mouvement d'*ondulation* d'une eau stagnante, est semblable au mouvement dans les sifons. Les *ondes* sont formées par les élévations, et les abaissemens successifs des mêmes parties du fluide. L'action du vent, ou toute autre cause oblige l'eau de s'abaisser dans un endroit, et par conséquent de s'élever dans un autre. L'eau élevée retombe par son poids au-dessous du niveau, et d'autres colonnes s'élèvent à leur tour. Ce mouvement est donc semblable à celui qui a lieu dans un sifon : mais ici comme l'eau n'est pas renfermée dans un tuyau, il faut considérer comme longueur de la colonne oscillante, la distance entre le point le plus élevé *a* (fig. 120.[e]), et le point le plus bas *b*. Un pendule qui aurait la moitié de cette longueur, ferait une oscillation dans le même temps, que l'eau met à monter, ou à descendre ; et si la

longueur du pendule était *quadruple* de celle-là, ou *double* de l'intervalle entre le sommet de l'onde, et le point le plus bas, il ferait une oscillation, dans le même temps qu'il faut à l'eau pour descendre et remonter. Un pendule dont la longueur est de 994 millimètres, ou 3 pieds 8,57 lignes, fait comme on sait, une oscillation par chaque seconde de temps: une onde qui a la même longueur d'un sommet à l'autre, fera une oscillation entière, ou ce qui est la même chose, avancera de près d'*un* mètre, dans le même espace de temps. Cette manière de considérer le mouvement d'ondulation de l'eau, est due à *Newton*.

HYDRODYNAMIQUE.

DEUXIÈME SECTION.

DES EAUX JAILLISSANTES.

CHAPITRE PREMIER.

Des jets verticaux.

On appelle *eaux jaillissantes*, celles qui s'élancent au travers de l'air, de bas en haut, ou dans toute autre direction plus ou moins inclinée à l'horizon. On a fait connaître dans la première section toutes les circonstances qui accompagnent l'écoulement d'un fluide. Les principes établis suffiraient donc pour expliquer ce qui concerne le mouvement des eaux jaillissantes : cependant il convient d'ajouter ici quelque chose sur cet objet.

§ 54. La vîtesse de l'eau qui sort d'un réservoir est toujours en raison de la racine carrée de la hauteur du fluide au-dessus de l'orifice. Pour déterminer donc la vîtesse de l'eau à la naissance du jet, il faut connaître la distance verticale entre le niveau de l'eau, et le centre de l'ouverture par laquelle elle s'échappe. La hauteur de charge n'est pas seulemeut ici la profondeur plus ou moins grande du réservoir, où l'eau

est contenue : mais il faut y comprendre encore la suite des tuyaux, qui forment ce qu'on appelle la *conduite*. C'est le poids de toute la colonne verticale, comptée depuis le niveau jusqu'à l'orifice, qui chasse l'eau par l'*ajutage*, et la pousse au travers de l'air. Il est évident que tout ce qui est au-dessous de l'orifice ne peut augmenter la force qui produit le jet, et que cette portion du fluide ne peut servir qu'à transmettre l'action du fluide supérieur.

Le fluide qui sort d'un vase, quelle que soit la direction de son mouvement, est toujours animé de toute la vîtesse due à la hauteur de la charge ; et comme cette vitesse lui ferait décrire un espace double de cette hauteur, dans le même temps qu'un corps pesant mettrait à la parcourir en tombant, il suit que l'eau, qui s'élance de bas en haut par un orifice, a une vîtesse capable de la faire monter à une hauteur double de celle du fluide, comptée comme on a dit. Mais comme rien ne la soutient au travers de l'air, et que la pesanteur agit librement sur elle, elle perd, en s'élevant, une partie de sa vîtesse, et n'en conserve que ce qui peut la porter jusqu'au niveau. Ainsi un jet d'eau ne peut s'élever au plus, qu'à la hauteur du réservoir qui le fournit.

A la fin de la section précédente, on a vu l'eau parvenir à une hauteur presque double : mais c'est que cette eau était renfermée dans un tuyau, et que pendant tout le temps de son élévation, la force qui l'avait d'abord poussée, continuait d'agir sur elle : cette eau était soutenue et poussée par l'eau environnante, jusqu'au moment où elle avait atteint le niveau. Ce n'est pas la même chose, lorsque l'eau s'élance au travers de l'air, et qu'elle n'a point d'appui. Au moment où elle s'échappe, elle est abandonnée à elle-même : la force qui la pousse, cesse d'agir sur elle. Rien ne la soutenant donc, et la force de la pesanteur, dont l'action est toujours présente, lui dérobant sans cesse une partie de sa vîtesse, lui fait perdre tout l'espace

qu'un corps qui commence de tomber, aurait parcouru dans le même temps. Ainsi la limite d'un jet *vertical*, c'est la ligne horizontale qui rase la surface du fluide. C'est pour la même raison qu'un pendule peut, *au plus*, remonter à la hauteur d'où il est descendu

§ 55. Mais il s'en faut encore qu'un jet d'eau parvienne à toute la hauteur, que la théorie vient de nous donner : l'élévation du jet est toujours moindre que la hauteur du réservoir, et d'autant plus, que cette hauteur est plus grande. Plusieurs obstacles s'opposent à ce que la loi théorique ait son effet tout entier. 1.° Le frottement contre les bords de l'orifice. Cet obstacle n'est pas aussi grand qu'on le croirait d'abord : on a vu que dans l'écoulement des fluides par un orifice percé dans une mince paroi, le frottement nuisait très-peu à la vîtesse. 2.° La résistance de l'air. Cet obstacle est plus considérable, et augmente avec la vîtesse de l'eau. Au moment où l'on débouche l'ajutage d'un jet d'eau, la pression de l'air contre l'orifice est bien contre-balancée par celle qui se fait contre la surface supérieure de l'eau : mais à l'instant où le fluide s'élance, il frappe l'air avec plus ou moins de force, et l'air lui oppose par conséquent une résistance, qui est proportionnée, comme on verra, au *carré* de la vîtesse. A mesure donc que cette vîtesse devient plus grande, la résistance de l'air augmente en plus grande proportion, et il doit y avoir ainsi un tel degré de vîtesse, qui donne au jet la plus grande hauteur possible; et passé ce degré, le jet perdrait plus de hauteur par l'accroissement de la résistance de l'air, qu'il n'en acquerrait par l'augmentation de la vîtesse. M. *Dubuat* trouve, pour la vîtesse qui donne le *maximum* d'élévation, lorsque le jet a *un pouce* de diamètre, 3416 pouces par seconde : ce qui répond à une hauteur de charge de 1343 pieds. Une charge plus considérable produirait bien une vîtesse plus grande à l'orifice : mais le jet,

à raison d'une plus grande résistance de la part de l'air, ne parviendrait pas à une hauteur aussi grande.

3.° Un troisième obstacle, c'est le frottement et la vîtesse qui ont lieu dans les tuyaux de conduite: celle-ci diminue l'action de la charge contre le fluide jaillissant, et l'autre épuise aussi une partie de cette action, sans aucun profit pour l'élévation du jet. Ces deux obstacles augmentent à mesure que le diamètre de la conduite est plus petit, et que sa longueur est plus considérable. On a vu dans le chapitre huitième de la première section, que lorsque l'abaissement des tranches fluides se faisait avec une vîtesse sensible, la hauteur de charge répondant à l'orifice, devait être diminuée de toute celle due à cette vîtesse d'abaissement. Si donc le fluide prend, dans la conduite, une certaine vîtesse, alors la pression à l'orifice sera diminuée, et le jet s'élèvera moins haut.

4.° Le poids du fluide qui retombe nuit encore à l'élévation du jet, lorsque ce jet est exactement vertical. Les molécules qui sont parvenues à la sommité du jet, et qui ont ainsi perdu toute leur vîtesse ascensionnelle, retombent alors sur celles qui les suivent, et les empêchent de parvenir aussi haut. Aussi remarque-t-on que le jet s'élève un peu plus, lorsqu'on l'incline de quelque chose, et que le fluide retombant ne gêne plus celui qui s'élève.

5.° M. *Bossut* ajoute encore une cinquième raison, *l'inertie des molécules* antérieures. Il considère le fluide sortant, comme obligé à chaque instant de pousser devant lui celui qui est déjà sorti, et comme perdant de sa vîtesse par ce choc. Il faudrait donc que les molécules antérieures s'anéantissent, pour permettre à celles qui les suivent, de parvenir à la même hauteur. Ceci est une suite de ce qui a été établi plus haut. Lorsqu'un fluide sort par un orifice horizontal, pratiqué au fond d'un vase, et qu'il tombe au travers de l'air, il est nécessaire, à cause de l'accélération qu'il reçoit de la part de la pesanteur,

ou que les tranches fluides se séparent les unes des autres, ou que la colonne s'amincisse, pour conserver sa continuité. De même lorsque l'eau s'élève de bas en haut au travers de l'air, la perte toujours croissante de vîtesse qu'éprouvent les molécules du fluide, fait qu'elles pèsent les unes sur les autres, et que la colonne s'élargit de plus en plus. Le diamètre du jet va donc en augmentant de bas en haut, et ce n'est pas la résistance seule de l'air qui en est la cause : le retardement produit par la pesanteur fait que les molécules intérieures sont poussées par celles qui les suivent, et qu'elles s'écartent un peu à droite et à gauche, ce qui augmente aussi la grosseur du jet. On peut croire néanmoins qu'il se fait ici une espèce de compensation entre deux molécules successives : si la molécule antérieure dont la vîtesse est moindre, pèse sur la molécule inférieure, et tend à en diminuer la vîtesse ; d'un autre côté la molécule inférieure dont la vîtesse est plus grande, pousse celle qui la précède, et travaille à en augmenter la vîtesse. Mais il résulte encore de-là, que l'inertie du fluide antérieur est un obstacle de plus, qui s'oppose à ce que le jet parvienne à toute la hauteur théorique.

Puisque les différentes tranches que l'on peut concevoir dans la colonne ascendante, ont des vîtesses inégales, comment se fait-il qu'il passe en même temps des quantités égales de fluide par toutes les sections de cette colonne ? La réponse à cette question est renfermée dans ce qu'on vient de dire, que le jet va en s'élargissant de plus en plus de la base vers le sommet. Ainsi les sections horizontales de la colonne fluide ont une aire plus étendue, à proportion qu'elles sont plus éloignées de l'origine du jet ; et la même quantité de fluide peut passer par chacune d'elles dans le même temps, quoique la vîtesse y soit différente. Si la plus grande largeur du jet n'est pas précisément à son sommet, c'est que les molécules extérieures plus retardées par la résistance de l'air,

retombent avant d'être arrivées à la hauteur, où le filet du centre peut parvenir.

M. *Bossut* ne dit rien du troisième obstacle dont on a fait mention ici, parce qu'il ne considère que les jets dont la conduite a fort peu de longueur et un assez grand diamètre. Mais lorsque cette conduite a une certaine étendue, alors on ne peut s'empêcher d'avoir égard au frottement contre les parois, qui épuise inutilement une partie de la force. Quant à la vîtesse que le fluide prend dans l'intérieur de la conduite, comme elle est l'effet d'une partie de la pression supérieure, cette partie de la charge est également perdue; et l'on remarque en effet, que lorsque la conduite étant déjà remplie d'eau, on ouvre tout-à-coup l'ajutage, le jet s'élève d'abord plus haut, après quoi il baisse, et se fixe enfin à une hauteur moindre que celle où il était arrivé au premier instant. C'est qu'au moment où on ouvre le robinet, la hauteur du jet est due à la pression de toute la charge, parce que le fluide intérieur est encore en repos: mais bientôt après, toute la portion contenue dans la conduite, est forcée de se mettre en mouvement pour fournir à la dépense; et plus le fluide prend de vîtesse, moins il se fait de pression à l'orifice; et par conséquent, moins le jet doit s'élever.

Ceci se trouve confirmé par une expérience de M. *Bossut*. A un grand réservoir, on avait adapté vers le fond, successivement, deux tuyaux disposés horizontalement, ayant 6 pieds de longueur, et dont l'un avait 3 pouces 8 lignes de diamètre, et l'autre 9 à 10 lignes seulement. Ces tuyaux portaient tous les deux un ajutage de 2 lignes de diamètre, et l'eau était entretenue dans le réservoir, à une hauteur constante de 11 pieds au-dessus de l'orifice. Avec le premier tuyau, le jet s'est élevé à une hauteur de 10 pieds 10 lignes: avec le second, la hauteur du jet n'a été que de 9 pieds 11 pouces. Il y a donc eu près de *deux pouces* de moins. Cette différence n'a pu

venir que de ce que le diamètre de la conduite, dans le second cas, étant plus petit, le fluide a été forcé d'y prendre une vîtesse plus grande, et la pression sur l'orifice a été diminuée d'autant. Cependant si on en fait le calcul, on trouvera que cette cause seule n'a pas pu produire toute cette diminution; et l'augmentation du frottement, dans un tuyau d'un diamètre plus petit, doit être ici pour quelque chose.

§ 56. Il y a donc bien des obstacles qui s'opposent à ce que les jets-d'eau s'élèvent à toute la hauteur du réservoir. On peut diminuer l'influence de ces obstacles, mais il est impossible de l'anéantir totalement. 1.° On diminue le frottement qui a lieu à l'orifice, en perçant cet orifice dans une mince plaque de métal, que l'on applique contre l'extrémité de la conduite : par cette méthode, le frottement ne se fait que contre la moindre surface possible; c'est-à-dire, contre les bords de l'orifice. Il se fait de plus une contraction de la première espèce, qui réduit beaucoup la dépense, sans diminuer la vîtesse; ce qui est une chose fort avantageuse. Les ajutages de forme cylindrique doivent être rejettés : car en augmentant la dépense, ils diminuent la vîtesse par un frottement plus grand. Dans une expérience de M. *Bossut*, un tuyau cylindrique de 5 pouces 10 lignes de longueur, et de 4 lignes de diamètre, a donné un jet vertical de 7 pieds 1 pouce 6 lignes; et un simple orifice de la même grandeur, en a fourni un de 10 pieds et demi.

On pourrait penser qu'un ajutage de forme *conique*, favoriserait l'élévation du jet, en dirigeant plus exactement tous les filets du fluide dans le même sens : l'expérience fait voir le contraire. Le jet s'élève toujours un peu plus haut, par un orifice percé dans une mince paroi, que par un ajutage de forme conique; à moins qu'on ne donnât à cet ajutage la forme, que prend naturellement la veine fluide par la contraction. Dans ce cas, l'ajutage ne nuirait point à

l'élévation du jet : mais il ne servirait pas non plus à l'augmenter. La forme la plus favorable, et qui donne le jet le plus élevé, est donc celle d'un simple orifice, percé dans une platine de métal, qui ait très-peu d'épaisseur, et qui soit assez large pour fermer exactement l'extrémité de la conduite, qu'on appelle la *souche*.

Il est encore un frottement, qui se fait dans la conduite même, contre les parois des tuyaux, contre les angles et les coudes de la conduite : le choc de l'eau contre ces parties, épuise inutilement une portion de la force. On diminue cet inconvénient, en donnant aux tuyaux un diamètre suffisant, et en adoucissant avec soin toutes les inégalités, et les inflexions de la conduite. Le premier de ces deux moyens offre encore un autre avantage ; c'est qu'il empêche que le fluide ne prenne dans les tuyaux une vîtesse, qui ne peut que nuire à l'élévation du jet.

2.° On diminue l'obstacle qui vient de la résistance de l'air, en augmentant le diamètre de l'ajutage. En effet la colonne jaillissante ayant par ce moyen, une plus grande masse, a aussi plus de force pour surmonter la résistance, que l'air lui oppose, et le jet s'élève ainsi à une hauteur plus grande. Dans les mêmes expériences de M. *Bossut*, sous une même hauteur de charge, un jet de 2 lignes s'est élevé à 10 pieds et près d'un pouce ; un autre de 4 lignes est monté plus haut de 5 pouces, et un troisième de 8 lignes de grosseur, a encore gagné sur celui-ci les *deux tiers* d'un pouce.

Cependant cette augmentation dans l'élévation du jet, à mesure que le diamètre de l'orifice devient plus grand, doit, comme on le pense bien, reconnaître des bornes. Au-delà d'une certaine grosseur, la hauteur du jet diminue, et même très-rapidement : c'est que la dépense devient de plus en plus grande, à mesure que le diamètre de l'ajutage augmente, et que la conduite ne peut plus fournir assez promptement toute

la

la quantité d'eau, nécessaire pour entretenir le jet : ou plutôt c'est que la vîtesse du fluide dans la conduite, devenant plus grande, il n'y a plus qu'une partie de la pression, qui se fasse sentir à l'orifice ; et comme c'est cette pression, qui est la cause de l'élévation du jet, le jet doit s'élever moins, à mesure que cette cause diminue.

Enfin en inclinant le jet de quelque chose, il s'élève un peu plus haut, parce que le poids de l'eau qui retombe, ne nuit plus à l'élévation de celle qui vient après. M. Bossut a trouvé, qu'une légère inclinaison dans un jet de 10 pieds, lui faisait gagner environ *deux pouces*. Mais quelque moyen qu'on emploie, pour donner à un jet d'eau, toute la hauteur qu'il peut prendre, il n'est pas possible de le faire jamais parvenir jusqu'au niveau du réservoir : il se tient toujours au-dessous de ce niveau d'une quantité plus ou moins considérable, selon les circonstances.

M. *Mariotte* a établi comme une règle donnée par l'expérience, que *les différences entre les hauteurs des jets, et les hauteurs de réservoir, étaient proportionnelles aux carrés de ces dernières.* Ainsi connaissant la hauteur à laquelle un jet peut parvenir sous une hauteur donnée, on peut trouver par une simple proportion, la hauteur *vraie* d'un autre jet, lorsqu'on connaît la hauteur du réservoir qui doit le fournir. M. *Mariotte* ayant trouvé, qu'une hauteur de charge de 5 pieds 1 pouce, pouvait donner un jet de 5 pieds, on aura la hauteur de réservoir, nécessaire pour un jet de 30 pieds, en disant : si le jet de 5 pieds perd 1 pouce sur 5 pieds 1 pouce, un jet *six fois* plus haut, perdra *six fois* 6 pouces, ou 36 pouces : par conséquent la hauteur de charge doit être ici de 33 pieds. Cette règle n'est applicable qu'à quelques cas particuliers, parce qu'on y suppose tous les obstacles réduits au *minimum*, et qu'on n'y tient point compte de la longueur de la conduite, qui par

des résistances qu'elle fait naître, peut changer considérablement les résultats.

§ 58. La dépense de fluide que fait un jet-d'eau, s'évalue de même que celle qui se fait par un orifice quelconque. Que l'eau s'élance verticalement de bas en haut, qu'elle s'échappe dans une direction horizontale, qu'elle s'écoule de haut en bas, sa vîtesse à l'orifice est toujours celle qu'un corps pesant acquerrait, en tombant depuis le niveau du réservoir jusqu'à cet orifice. La dépense est donc dépendante de la hauteur du réservoir, et du diamètre de l'ajutage : elle est en raison de la racine carrée de la hauteur de charge, et du carré du diamètre de l'ajutage, diminué convenablement d'après la contraction. La hauteur du jet est une chose indifférente ici, et ne peut avoir aucune influence sur la quantité de la dépense.

La connaissance de cette dépense est nécessaire, lorsqu'on se propose d'établir un jet d'eau : c'est elle qui détermine la grandeur de l'ajutage, qu'on doit employer pour avoir le jet le plus élevé et le plus beau, relativement à la quantité d'eau dont on peut disposer, et à l'élévation du réservoir au-dessus de l'orifice. La grandeur et la longueur de la conduite ne sont pas indifférentes, lorsqu'il s'agit de la dépense. En effet plus la conduite aura de longueur, plus il y aura de frottement : la vîtesse du fluide se trouvera plus rallentie ; et une partie de la charge sera employée à vaincre cette résistance : d'où il suit, que la vîtesse à l'orifice ne sera pas due à la charge entière. On verra bientôt combien cette cause peut diminuer la dépense naturelle.

D'un autre côté, si la conduite n'a pas un diamètre assez grand, elle ne pourra pas fournir toute la quantité de fluide, nécessaire à la dépense qui doit avoir lieu naturellement : cette dépense se trouvera donc diminuée pour cette seconde raison. La vîtesse du fluide jaillissant, éprouvera aussi, comme on a dit, une pareille diminution, et le jet ne parviendra point à toute sa hauteur.

Le diamètre de la conduite doit donc être réglé d'après la dépense : il doit par conséquent être proportionnel *au carré du diamètre de l'orifice, et à la racine carrée de la charge.* L'expérience ayant appris, que pour une charge de 17 mètres, et un ajutage de 13$\frac{1}{2}$ millimètres, la conduite devait avoir au moins 8 centimètres ; il sera facile au moyen de ce qu'on vient de dire, de trouver la grandeur qu'il faut donner à une conduite, lorsque la hauteur de charge, et l'ajutage sont donnés. Observons qu'on ne risque rien de faire la conduite un peu plus grande, que la règle le prescrit : au lieu qu'en lui donnant trop peu de largeur, on nuit à l'effet qu'on veut obtenir.

Expérience. Tout ce qui a été établi ici concernant les jets-d'eau, peut se démontrer facilement par l'expérience, au moyen de l'appareil suivant. AB (fig. 121.e), est un grand cylindre de fer-blanc, de 12 à 13 décimètres de hauteur, et de 15 centimètres environ de grosseur : à l'extrémité inférieure de ce cylindre est ajusté un tuyau horizontal de 20 à 22 centimètres de longueur, et de 54 millimètres de diamètre. Celui-ci est exactement fermé par le bout, et sa paroi supérieure est percée de plusieurs ouvertures de différentes grandeurs. On remplit d'eau le cylindre vertical, et le tuyau horizontal ; et au moyen d'une large cuvette qui surmonte le cylindre, on peut maintenir le même niveau pendant quelque temps. Maintenant en débouchant successivement les différens orifices, l'on observera, 1.º que le jet s'élève plus haut, quand l'orifice est plus grand, et que la dépense n'excède pas ce que le tuyau horizontal peut fournir à chaque instant ; 2.º que lorsque le diamètre de l'ajutage devient trop grand, et qu'il fait ainsi une dépense, à laquelle l'eau affluente ne peut pas suffire assez abondamment, le jet perd subitement de sa hauteur ; 3.º enfin qu'en adaptant aux orifices du tuyau horizontal, des ajutages de différentes formes, ces ajutages nuisent tous plus

ou moins à l'élévation du jet, lequel ne parvient jamais plus haut, que lorsqu'il sort par un simple orifice percé dans la paroi du tuyau.

On peut encore faire des expériences sur les jets-d'eau, par le moyen d'un long tuyau de verre, de 15 à 20 millimètres de calibre intérieur, recourbé vers ses deux extrémités, en forme de sifon, comme on le voit (fig. 122.e). On plonge la branche la plus courte dans un grand vase plein d'eau, et aspirant ensuite par l'autre extrémité, le sifon se remplit d'eau, et l'on voit aussitôt le fluide s'élancer à une hauteur proportionnée à la distance comprise entre l'orifice et le niveau du vase. L'ouverture inférieure du sifon est fermée avec une plaque de métal, dans laquelle est percé l'orifice par où l'eau s'échappe; ou bien l'on monte sur cette partie, des ajutages de différentes formes, et de différentes grandeurs. Il faut seulement observer ici, que le choc de l'eau contre les coudes du tuyau, et le peu de largeur de la conduite, ne permettent pas que le jet s'élève autant qu'il le ferait sans cela : mais la facilité de se procurer un jet-d'eau de cette espèce, peut rendre cet appareil utile et commode.

CHAPITRE II.

De l'établissement d'un jet-d'eau.

§ 59. PROPOSONS-NOUS maintenant ce problème : *étant données la quantité d'eau dont on peut disposer, et l'élévation du réservoir au-dessus de l'endroit, où l'on veut établir un jet-d'eau, déterminer tout ce qui est nécessaire à cet établissement.*

Supposons donc que le réservoir soit élevé de 12 mètres au-dessus de l'orifice, qu'il contienne 200 mètres cubes d'eau, et qu'il soit entretenu par une source, qui peut fournir *un vingt-cinquième* de mètre-cube d'eau par minute. Si l'on veut que le jet joue toujours de la même manière, il est clair qu'il ne doit pas dépenser plus que la source ne fournit : alors la *contenance* du réservoir est une chose indifférente ; et il suffit de chercher quelle doit être la grandeur d'un orifice, pour qu'il ne dépense au plus que *un vingt-cinquième* de mètre cube par minute, sous une charge de 12 mètres, abstraction faite de la longueur de la conduite. Or, les dépenses étant comme les racines quarrées des hauteurs de charge, et d'après la table ci-dessus, la dépense effective par minute, et par un orifice d'*un pouce* de diamètre, et sous une charge de 16 pieds, étant de 10800 pouces cubes à-peu-près ; on trouve, que sous une charge de 12 mètres, cette dépense est dans le même temps, et par le même orifice, de 16200 pouces cubes, ou à-peu-près 309684 centimètres cubes. Mais la dépense ne pouvant pas excéder *un vingt-cinquième* de mètre cube, ou 40000 centimètres cubes, il faudra donc diminuer le diamètre de l'orifice. On l'avait supposé d'*un pouce*, ou 27 millimètres : la proportion 309684 *est à* 40000, *comme*

729, carré de 27 *est à* 94, nous apprend que le carré de ce diamètre n'est que de 94, dont la racine est 9,6. L'ajutage ne doit donc avoir de diamètre que 9 millimètres et 6 dixièmes, si l'on veut qu'il ne dépense que *un vingt-cinquième* de mètre cube par minute, sous une charge de 12 mètres. Il est vrai, que si la conduite est un peu longue, la résistance du frottement diminuera la vîtesse à la sortie, et la dépense; ce qui permettra d'augmenter un peu la grandeur de l'orifice. Nous ne disons rien ici de la contraction, parce que la table ci-dessus donne la dépense réelle et effective.

D'après la règle établie par M. Mariotte, le jet pourrait s'élever à une hauteur de près de 11 mètres. Mais la petitesse de la colonne jaillissante lui fera trouver dans la résistance de l'air, et dans le frottement contre les bords de l'orifice, des obstacles qui l'empêcheront de parvenir à toute cette hauteur.

Quant à la grandeur de la conduite, elle se déterminera, comme on a déjà fait, en partant de l'expérience qui nous a appris, que pour une charge de 17 mètres, et un orifice de 13,5 millimètres, la conduite devait avoir 81 millimètres. On dira donc : la racine quarrée de 17, *multipliée* par le carré de $13\frac{1}{2}$, *est à* la racine quarrée de 12, *multipliée* par le quarré de 9,6, *comme* le quarré de 81 *est à* un nombre, dont la racine exprimera le diamètre de notre conduite. Ce nombre est 2845, et sa racine est 53 : il faudra donc donner à la conduite un diamètre de 53 millimètres au moins. Mais à cause des raisons apportées ci-dessus, il conviendra d'ajouter quelque chose ici, et de faire ce diamètre d'environ 60 millimètres.

Voilà donc déterminé tout ce qui est nécessaire pour l'établissement du jet-d'eau, d'après les conditions qu'on a supposées. La conduite aura 60 millimètres au moins, et l'ajutage 10 millimètres au plus; moyennant quoi la dépense sera égale à la recette,

et le jet atteindra à toute la hauteur où il peut parvenir. Mais si l'on suppose, que le jet ne doit jouer que pendant un certain temps, et qu'il doit être formé par l'eau du réservoir, sans que celui-ci puisse réparer les pertes qu'il fait, la question change alors de face, et demande une autre solution. On peut se proposer, ou d'avoir un jet d'une certaine grosseur, et qui parvienne au *maximum* d'élévation; ou de donner au jet une durée déterminée, sans négliger cependant la beauté dont il est susceptible. Voyons ce qu'il y a à faire dans ces deux cas.

§ 60. Supposons toujours que le réservoir contient 200 mètres cubes d'eau, et mettons pour condition, que l'ajutage doit avoir 13,5 millimètres d'ouverture. La hauteur de charge étant toujours de 12 mètres, l'on pourra sans craindre d'erreur bien sensible, calculer le temps de la dépense totale, comme si le niveau était maintenu constamment à cette hauteur, au moins si le réservoir n'a pas une grande profondeur; et alors on cherchera, comme il a été enseigné, le temps qu'il faut pour l'écoulement de 200 mètres cubes d'eau par un orifice de 13,5 millimètres, sous une charge de 12 mètres. Or, d'après la table de M. Bossut, la dépense en *une* minute par un orifice de 27 millimètres, et sous une charge de 3 mètres, est de 161369 centimètres cubes. Sous une hauteur quadruple ou de 12 mètres, la dépense serait double : mais comme l'orifice n'a que 13,5 millimètres, sous cet autre point de vue, la dépense doit être réduite au quart. Donc elle sera en effet la moitié de 161369 centimètres cubes, ou de 80685 centimètres cubes. Si l'on cherche à présent combien de fois ce nombre est contenu dans 200000000, on aura, exprimé en minutes, le temps nécessaire pour l'écoulement total des 200 mètres cubes d'eau : ce temps est donc de près de 2479 minutes, ou de 41 heures et 19 minutes. En donnant à l'ajutage un diamètre double, ce temps serait réduit au quart, ou à 10 heures et 20 minutes

à-peu-près. Si l'on désirait que le jet durât 12 heures de temps, on ferait : 12 heures *est à* 10 heures 20 minutes, *comme* 729, quarré de 27, *est à* un nombre, qu'on trouve être 626 : c'est là le quarré du diamètre qu'il faut donner à l'orifice : cet orifice aura donc 25 millimètres d'ouverture, pour que le jet puisse durer 12 heures.

La grandeur de la conduite se trouvera par les règles précédentes : elle sera différente dans les trois cas ; car son diamètre doit suivre le rapport des diamètres des orifices. Elle sera donc de 80 millimètres pour l'ajutage de 13,5 millimètres, de 160 pour celui de 27 millimètres ; et enfin, pour le dernier, de 145 millimètres environ. Le jet, au moins dans les deux derniers cas, s'élèvera à une hauteur de près de 11 mètres, pourvu que la conduite n'ait pas trop de longueur, et que la communication avec le réservoir soit aussi libre qu'il est possible.

§ 61. Comme la dépense augmente à mesure que la charge devient plus grande, et qu'il est nécessaire de donner à l'ajutage plus d'ouverture, lorsque le jet doit s'élever davantage, afin que la colonne ascendante puisse surmonter plus facilement les obstacles qui s'opposent à son élévation, il suit qu'on ne peut guère se procurer des jets qui excèdent une certaine hauteur. M. *Mariotte* pense qu'une hauteur de 33 mètres, ou 100 pieds, est à-peu-près le *maximum* que l'on puisse obtenir. Cette élévation suppose une charge de 133 pieds, ou 44 mètres, et par conséquent une dépense énorme, et qui est, pour un ajutage de *un* pouce, ou 27 millimètres, de 31265 pouces cubes, ou de plus de 640000 centimètres cubes par minute : ce qui fait environ 18 pieds cubes. Le jet d'eau du parc de St-Cloud s'élance jusqu'à une hauteur de 90 pieds, ou 30 mètres : c'est un des plus hauts que l'on connaisse.

§ 62. L'eau qui sort par un orifice est poussée par le poids d'une colonne fluide de la même grosseur, et

qui aurait pour hauteur la distance verticale comprise entre l'orifice et le niveau. La force ascensionsionnelle d'un jet-d'eau peut donc être très-considérable ; et il ne faut pas être surpris que l'eau s'élançant dans une direction bien verticale, puisse soutenir des corps assez pesans. De plus, l'eau pouvant se diviser en filets très-déliés, on voit qu'en faisant sortir ce fluide par un grand nombre de petites ouvertures diversement disposées, on peut lui faire prendre toute sorte de formes, celle d'un éventail, d'un parasol, d'une gerbe, d'une cascade, d'une fleur, etc., de manière à présenter ainsi un spectacle également curieux et amusant.

CHAPITRE III.

Des jets obliques.

On ne fait pas toujours élever les jets d'eau dans une direction perpendiculaire à l'horizon. On les fait monter quelquefois dans une direction oblique ; et alors le fluide décrit en l'air, en s'élevant et en retombant vers la terre, une courbe qu'on appelle *parabole*. Le fluide qui s'échappe de l'orifice, est en même temps soumis à deux forces ; l'*impulsion* qu'il reçoit dans une certaine direction de la part du fluide supérieur, et la *pesanteur* qui s'empare de lui au moment où il s'élance, qui s'oppose à son élévation, et qui finit bientôt par l'entraîner en bas. Les actions de ces deux forces, en se combinant, produisent le mouvement du fluide en ligne courbe.

§ 63. Considérons une molécule du fluide au moment de sa sortie. La force qui la pousse obliquement à

l'horizon, suivant la ligne *a b* (fig. 123.e), lui imprime, dans ce sens-là, une vîtesse *uniforme*, abstraction faite de la résistance de l'air : c'est-à-dire que cette molécule parcourrait, en temps *égaux*, des espaces *égaux*, en vertu de l'impulsion qui lui a été communiquée. Soit *ac*, *cd*, *de*, *eb*, ces espaces égaux, parcourus chacun dans l'intervalle d'une seconde : la molécule arriverait donc en *b* dans 4 secondes de temps, si elle n'était soumise qu'à cette seule force. Mais à l'instant où elle s'échappe, la pesanteur commence d'agir sur elle ; et cette seconde force, comme on sait, fait parcourir aux corps qui lui obéissent, des espaces qui vont en croissant dans des temps égaux. Ainsi, si l'action de la pesanteur fait perdre à la molécule ascendante une quantité *ci*, qui soit, par exemple, le quart de la hauteur *co*, où elle serait naturellement parvenue dans la première seconde, cette même cause lui ôtera dans la deuxième seconde, une quantité *triple* ; et la molécule, qui aurait dû arriver en *d* par l'effet de l'impulsion primitive, au bout de la deuxième seconde, se trouvera dans ce moment au point *k* seulement ; c'est-à-dire qu'elle aura perdu en tout, sur son élévation, quatre espaces égaux à *ci*.

La perte qu'elle fera dans le troisième instant, en vertu de l'action non-interrompue de la pesanteur, devant être cinq fois plus grande que la première, la molécule arrivera en *m* au bout de la troisième seconde, et par conséquent elle sera déjà descendue d'une quantité égale à *ci*. Enfin, après la quatrième seconde, elle se trouvera au niveau de l'orifice, parce que la pesanteur lui ôte, dans cette quatrième seconde, sept fois autant de sa vîtesse ascensionnelle : ce qui fait en tout une perte d'élévation égale à 16 fois *ci*, et ramène par conséquent la molécule à la hauteur du point d'où elle était partie.

L'action de la pesanteur se faisant sentir d'une manière continue, et sans interruption, il suit que

le mouvement de la molécule qu'on vient de considérer, se fait suivant une ligne courbe *aikmq*; et l'on démontre que cette courbe est une *parabole*. La parabole jouit de cette propriété remarquable, que les parties *kp*, *kf* de l'axe, comptées depuis le sommet *k*, sont entre elles dans le même rapport que les carrés des perpendiculaires *ip* et *af* qui leur répondent. Tout ce que nous avons donc à prouver, c'est que la courbe *aikmq* qui passe par les points trouvés, jouit de la propriété en question.

Or, si l'on mène la ligne horizontale *aq*, et que l'on prolonge les verticales *ci*, *dk*, *em*, cette ligne *aq* sera partagée en quatre parties égales, de même que *ab*. Du point *i* abaissons sur *df* la perpendiculaire *ip*, qui sera égale à la moitié de *af*; *kp* sera égal à *ci*; et par conséquent on a : *kp est à kf*, *comme* 1 *est à* 4, ou *comme* le carré de *ip est au* carré de *af*. Donc la courbe *aikmq* est une parabole, ce qu'il fallait prouver.

Il résulte de-là, que la molécule qui, en vertu de l'impulsion du fluide, tend à parcourir dans le sens de son mouvement, des espaces égaux en des temps égaux, et qui, par l'action de la pesanteur, parcourrait de haut en bas des espaces croissans dans des temps égaux, décrira réellement une courbe parabolique, laquelle sera un peu altérée par la résistance que l'air oppose à son mouvement.

Lorsque l'eau s'élance dans une direction horizontale, la courbe décrite (fig. 103.ᵉ) est aussi une parabole, dont le sommet est à l'orifice, et la première direction du jet est tangente à ce sommet de la courbe.

§ 64. L'*amplitude aq* (fig. 123.ᵉ) de la parabole décrite par un jet incliné à l'horizon, ou la distance à laquelle le jet va rencontrer la ligne horizontale *aq*, dépend de la force qui chasse le fluide, et de l'obliquité de sa direction primitive. On prouve qu'en faisant abstraction de la résistance de l'air, la direction

qui dnnne la plus grande amplitude, est celle qui tient justement le milieu entre la verticale et l'horizontale, ou qui fait avec l'horizon un angle de 45 degrés. Il est facile de voir en effet, que si le jet se redresse, il s'élèvera plus haut: la portion de parabole décrite sera plus considérable; mais la courbe sera plus resserrée, et ses deux branches moins écartées. Si, au contraire, le jet s'incline davantage, la courbe s'ouvrira de plus en plus: mais la portion qui doit se trouver au-dessus du plan horizontal, sera moins étendue; ce qui rendra son amplitude moindre. (Note 19.e)

Quant au moyen de tracer la parabole que décrit un jet dont la direction initiale est donnée, avec la hauteur du réservoir, voici une méthode fort simple, enseignée par M. *Bossut.* On mènera d'abord une ligne verticale *a b*, (fig. 124.e) qui représentera la hauteur de chargè depuis le niveau jusqu'à l'orifice. Par le point *b*, on tirera une ligne *bc*, qui fasse avec *ab* un angle égal à celui que fait la direction initiale du jet avec la verticale. Sur *a b*, comme diamètre, l'on décrira une demi-circonférence de cercle, qui coupera *b c* au point *c*: de ce point, on abaissera une perpendiculaire *c d* sur le diamètre *a b*, et on la prolongera de l'autre côté d'une quantité *c e* égale à *cd*. Le point *e* sera le sommet de la parabole. On abaissera ensuite la verticale *e p*, et l'on aura *b p* pour la moitié de l'amplitude horizontale, et par conséquent *b s* sera cette amplitude entière: c'est-à-dire donc, que le jet ira arriver au point *s*, en passant par le point *e*, qui sera le point le plus élevé de la courbe qu'il décrira. Ceci est suffisant pour tracer à-peu-près cette espèce de courbe. (*t'*)

(*t'*) H étant la hauteur de charge, et A l'angle de la direction du jet avec l'horizontale, on a pour la hauteur où le jet parviendra, (note 19.e) H $\sin.^2$ A, et pour l'amplitude de la parabole, 4 H sin.

Si l'eau s'échappe par un orifice *vertical* (figure 125.e), la direction du jet sera d'abord horizontale ; et l'on aura son amplitude pour un point quelconque de la verticale ab, en *multipliant* l'abaissement de ce point au-dessous de l'orifice c, par la distance de cet orifice à la ligne de niveau ad, *prenant la racine carrée* de ce produit, et la *doublant*. Par exemple, l'orifice étant supposé à 30 centimètres au-dessous de la surface du fluide, on demande de combien le jet est écarté de la verticale qui passe par cet orifice, à 30 centimètres au-dessous du même orifice. Je *multiplie* 30 par 30 ; et du produit 900, *je prends la racine carrée*, qui est aussi 30. Je *double* cette racine, et j'ai 60 centimètres pour la distance demandée. Ainsi, dans les suppositions établies, le jet, à ce point-là, s'est écarté de 60 centimètres de la verticale ab. La ligne droite, menée par le point a, et l'extrémité e de l'horizontale be, égale à ab, est *tangente* à la courbe formée par le jet. On peut trouver facilement la règle qu'on vient d'établir, en calculant d'abord le temps qu'il faut à un corps pesant pour tomber de la hauteur donnée, et cherchant ensuite l'espace horizontal que doit parcourir dans ce temps-là le jet, dont la vîtesse est connue par la hauteur du réservoir. (u')

A cos. A. Or, dans la fig. 124.e : $\overline{ab}^2 : \overline{bc} :: ab : ad$. Mais si l'on prend ab pour rayon, bc est le sinus de l'angle $cab = \text{A}$. Donc $r^2 : \sin.^2 \text{A} :: ab = \text{H} : ad = \frac{\text{H} \sin.^2 \text{A}}{r^2}$ ou simplement $= \text{H} \sin.^2 \text{A}$. Donc l'horizontale de doit raser le sommet de la courbe. D'un autre côté on a : $ab : bc :: ac : cd$; d'où $cd = \frac{bc \,.\, ac}{ab}$. Mais $ac = \text{H} \cos. \text{A}$, $bc = \text{H} \sin. \text{A}$, et $ab = \text{H}$. Donc $cd = \text{H} \sin. \text{A} \cos. \text{A}$; de sera donc la moitié de l'amplitude. Ainsi le point e sera le sommet de la parabole, et bs son amplitude horizontale.

(u') Soit h la distance du niveau à l'orifice, h' celle de l'orifice au point que l'on considère : le temps t nécessaire pour qu'un corps tombe de la hauteur h' ; $\sqrt{\frac{2h'}{p}}$. La vîtesse du fluide à l'orifice est

HYDRODYNAMIQUE.

TROISIÈME SECTION.

DES EAUX COURANTES.

CHAPITRE PREMIER.

Des eaux qui coulent dans des tuyaux.

Les eaux coulent, ou dans des tuyaux cylindriques, où elles sont renfermées de toutes parts, ou dans des canaux ouverts à leur partie supérieure, et dont elles suivent la pente. Voyons d'abord ce qui se passe dans les tuyaux, qui sont destinés à conduire l'eau. Ces tuyaux sont ou dans un plan horizontal, ou dans un plan incliné à l'horizon : ils sont encore ou

---

égale à $\sqrt{2ph}$. Mais c'est là la vîtesse par seconde, ou l'espace horizontal que le fluide parcourrait dans une seconde de temps. Dans le temps exprimé par $\sqrt{\frac{2h'}{p}}$, le fluide avancerait donc d'une quantité exprimée par $\sqrt{2ph} \times \sqrt{\frac{2h'}{p}}$, ou $\sqrt{4hh'}$, ou enfin $2\sqrt{hh'}$, comme on l'établit dans cet article.

rectilignes, ou courbés de différentes manières. Examinons ces divers cas.

§ 65. Soit d'abord un tuyau *droit, horizontal bc*, (fig. 126.e) ajusté à la paroi verticale d'un réservoir *ab*. L'eau, en passant du réservoir dans le tuyau, éprouve une contraction de la seconde espèce, qui diminue la dépense théorique dans le rapport de 16 à 13, ou qui réduit la section du tuyau aux 3 seizièmes de ce qu'elle est réellement. Mais la vîtesse du fluide, au point de la plus grande contraction, est toujours celle due à toute la hauteur de charge.

Ce qu'on a dit plus haut au sujet de l'écoulement d'un fluide par un bout de tuyau, serait suffisant, si le tuyau n'avait en effet que quelques centimètres de longueur : mais il s'agit ici d'un tuyau d'une longueur plus ou moins considérable. Comme ce tuyau est supposé dans une situation horizontale, et que tous les points de sa longueur sont à un égal abaissement au-dessous du niveau, la vîtesse du fluide serait par-tout la même, si ce fluide ne rencontrait pas dans le frottement une résistance continuelle, qui rallentit de plus en plus son mouvement. A mesure donc que le fluide avance, suivant la longueur du tuyau, sa vîtesse diminue, et cette diminution se fait sentir jusqu'à l'entrée du tuyau. L'on conçoit qu'il peut même arriver, selon l'étendue de l'espace qu'il doit parcourir, que cette vîtesse s'épuise presqu'entièrement, et que le fluide ne sorte par l'extrémité du tuyau, que comme un filet délié, ou même goutte à goutte. Telle est l'influence du frottement sur la vîtesse d'un fluide, qui coule dans un tuyau horizontal.

On a reconnu que la résistance qui venait de cette cause dépendait peu de la matière dont le tuyau est fait : l'eau perd à-peu-près autant de sa vîtesse dans un tuyau de verre, que dans un tuyau de métal ou de bois. Cette observation fait voir que le frottement des fluides n'est pas semblable au frot-

tement des solides. Celui-ci vient des aspérités des corps, qui frottent l'un contre l'autre : celui-là paraît dû à l'adhérence que les molécules du fluide contractent avec la surface sur laquelle il coule. La première couche du fluide, en adhérant aux parois du tuyau, retient les autres couches de proche en proche, et rallentit ainsi leur vîtesse, de la circonférence au centre. C'est donc l'adhérence de l'eau avec elle-même, qui fait le principal obstacle à la vîtesse ; et c'est pour cette raison que la résistance du frottement s'est trouvée la même, dans des tuyaux faits de matières très-différentes.

Si la matière du tuyau est ici sans influence, il n'en est pas de même du diamètre de ce tuyau. L'obstacle qui vient du frottement est proportionnellement plus grand, lorsque ce diamètre diminue, outre que la masse qui doit le surmonter, a moins d'avantage en devenant plus petite.

M. *Bossut* a fait plusieurs expériences pour découvrir la loi, suivant laquelle la vîtesse de l'eau diminuait dans un tuyau rectiligne horizontal, d'après la hauteur de charge, le diamètre du tuyau, et sa longueur : mais il n'a pu obtenir de résultats réguliers, et propres à être énoncés comme des lois constantes. Il a seulement reconnu, comme nous l'avons déja entrevu, 1.° que le frottement sur une plus grande longueur nuit davantage à la vîtesse, et diminue de plus en plus la dépense : mais cette diminution de vîtesse croît en moindre raison que la longueur du tuyau. 2.° Que cet obstacle est moindre dans un tuyau d'un plus grand diamètre. 3.° Enfin, qu'il ne nuit pas autant à la dépense, lorsque la charge est plus considérable. M. *Bossut* conclut de ses expériences, que pour obtenir un écoulement sensible par un tuyau horizontal de 60 mètres de longueur, il faut au moins une charge de 45 millimètres au dessus de la paroi supérieure du tuyau ; ce qui équivaut à une pente de 4 tiers de millimètre par mètre. Les tuyaux employés

ployés dans ces expériences avaient, l'un 36 millimètres, et l'autre 54.

Si le tuyau, au lieu d'être horizontal, s'inclinait plus ou moins à l'horizon, comme *de*, même figure; alors la pesanteur accélérerait le mouvement du fluide coulant le long de ce tuyau, de la même manière qu'elle accélère la chute des corps le long des plans inclinés. La pesanteur est donc ici une nouvelle force qui s'ajoute à l'action de la charge, pour augmenter la vîtesse, et vaincre la résistance du frottement. On a trouvé que lorsque la pente du tuyau, c'est-à-dire, la distance verticale entre l'origine et l'extrémité du tuyau, était la *neuvième* partie de sa longueur, l'accélération communiquée par la pesanteur était justement égale à la résistance du frottement; de façon que l'écoulement avait lieu dans ce cas, comme si le fluide n'éprouvait aucun frottement dans la longueur du tuyau.

Si la pente du tuyau est plus considérable, alors la vîtesse du fluide est réellement accélérée, et la dépense se trouve aussi augmentée : sur quoi il faut observer que cette augmentation de vîtesse, qui a lieu dans la longueur du tuyau, doit se faire sentir jusqu'au fluide qui s'échappe du réservoir; premièrement, parce que les particules du fluide ayant entr'elles une certaine adhérence, celles dont le mouvement est accéléré doivent entraîner un peu les molécules qui les suivent, en même temps qu'elles en sont un peu retardées : en second lieu, parce que si elles pouvaient se séparer de celles qui les suivent, pour obéir à la force accélératrice, il se ferait derrière elles un vide dans lequel la pression de l'air supérieur pousserait les molécules suivantes : celles-ci obéiraient alors à une force plus grande que la seule pression du fluide qui est au-dessus d'elles; ce qui augmenterait par conséquent leur vîtesse. Si le tuyau est fort incliné, sur-tout s'il est vertical, et qu'il ait beaucoup de longueur, il arrivera que la colonne fluide *s'éfilera*,

pour ainsi dire, et que le filet central, acquérant ou conservant plus de vîtesse, l'effet sera le même que si le diamètre du tuyau était diminué.

§ 66. Cherchons maintenant quelle est la pression que les parois d'un tuyau éprouvent de la part du fluide qu'ils contiennent. D'abord, il est facile de voir que la pression contre la paroi supérieure serait nulle, dans le cas où il n'y aurait pas de frottement, et où le fluide conserverait toute la vîtesse qu'il reçoit au sortir du réservoir. En effet, dans cette supposition, la cause qui pousse le fluide dans le tuyau, ayant complétement son effet, il est évident qu'elle ne peut produire aucune pression contre les parois du tuyau; et si ces parois étaient percées de quelqu'ouverture dans leur partie supérieure, il ne sortirait par-là aucun jet de fluide : tous les filets du liquide étant poussés parallèlement à la longueur du tuyau, et rien ne retardant leur vîtesse et ne changeant leur direction, il n'y a aucune raison pour qu'ils s'échappent dans un sens différent de celui du mouvement qui leur a été imprimé. La paroi supérieure n'éprouvera donc aucune pression. Quant à la paroi inférieure, elle ne supportera qu'une pression dépendante de l'épaisseur de la colonne fluide contenue dans le tuyau, et les parois latérales n'auront à soutenir qu'un effort proportionnel à la hauteur du filet qui leur répond. La hauteur du fluide dans le réservoir est donc, à cet égard, une chose indifférente.

On vient de supposer que le fluide coulait dans le tuyau en toute liberté, et sans éprouver de frottement. Faisons une supposition contraire, et concevons que le tuyau est bouché à son extrémité. Alors la pression du fluide supérieur se fera sentir à toutes les parties du tuyau : l'eau s'élancera en forme de jet par les ouvertures pratiquées dans sa paroi supérieure, et elle parviendra à la hauteur requise par l'élévation du niveau. La formation des jets sera une preuve évidente de l'existence de cette pression, comme la

cessation des jets au moment où le tuyau est débouché, prouve qu'il n'y a plus de pression. Mais ce dernier cas n'arrive que lorsque le tuyau est incliné de la neuvième partie environ de sa longueur, et que l'accélération produite par la pesanteur a rendu nulle en quelque sorte la résistance du frottement.

Mais si le tuyau est dans une position horizontale, ou à-peu-près, alors le frottement que le fluide éprouve n'étant détruit par rien, la vîtesse du fluide se trouve ralentie : la force motrice s'exerce en partie contre l'obstacle que les parois opposent ; et il en résulte contre ces parois une pression d'autant plus grande, que la vîtesse du fluide est plus ralentie. Cette pression serait tout ce qu'elle peut être, si la vîtesse était réduite à zéro. On peut assez bien juger de la quantité de cette pression, par la hauteur à laquelle parviennent alors les jets qui se forment aux ouvertures percées dans la paroi supérieure des tuyaux. La hauteur de charge peut donc ici se diviser en deux parties, l'une qui produit la pression dont il s'agit, et l'autre qui imprime au fluide le mouvement dont il est animé.

Si l'on conçoit que le tuyau, au lieu d'être ouvert à son extrémité de toute sa largeur, soit bouché en partie, de façon qu'il ne puisse sortir à chaque instant qu'une portion de l'eau, que la pression du fluide supérieur tend à faire passer du réservoir dans le tuyau ; dans ce cas, il est visible qu'une partie de cette pression s'exercera encore contre les parois du tuyau. Mais il est clair que le frottement produit, à l'égard du fluide qui coule dans le tuyau, le même effet qu'un rétrécissement dans l'ouverture, puisqu'il diminue également la dépense, et qu'il s'oppose de même à ce que la charge ait son entier effet. Le frottement est donc la cause que les parois éprouvent une certaine pression : mais il ne faudrait pas confondre l'un avec l'autre. Le frottement diminue quand la vîtesse se ralentit ; et alors, au contraire, la pression

augmente : le frottement est la cause de la pression, mais seulement parce qu'il diminue la vîtesse.

§ 67. L'obstacle qui vient du frottement augmente encore, si le tuyau, au lieu d'être droit et rectiligne, est courbé de différentes manières. Le choc de l'eau contre les angles et les coudes formés par les tuyaux, diminue beaucoup sa vîtesse, et il peut même se faire que ces obstacles arrêtent presque tout-à-fait son mouvement. Mais si les courbures et les sinuosités du tuyau sont dans le sens vertical, l'air, qui se cantonne dans les parties les plus élevées, comme en *a* et en *b* (fig. 127.e), oppose souvent au mouvement de l'eau une résistance, que la pression de l'eau supérieure et toute la vîtesse acquise ne peuvent surmonter. On établit alors dans les coudes les plus élevés de la conduite, des *ventouses ac*, *bd*, qui sont de petits bouts de tuyaux garnis de soupapes ou de robinets, par lesquels l'air ayant la liberté de s'échapper, le cours de l'eau se trouve rétabli.

On facilite encore le cours de l'eau dans les conduites, en arrondissant toutes les parties anguleuses, adoucissant avec soin toutes les inégalités, et donnant par-tout aux tuyaux un diamètre suffisant. M. *Bossut* rapporte, d'après un auteur qui s'était beaucoup occupé du mouvement des eaux, qu'avant qu'on eût fait aucune réforme à une conduite de 19000 toises de longueur, qui amène les eaux de *Roquencour* à *Versailles*, il se passait environ 10 jours, depuis qu'on avait lâché l'eau à l'entrée de la conduite, jusqu'à ce qu'il en parût une seule goutte à son extrémité. Lorsqu'on eut pris le parti de corriger, au moins en partie, les imperfections de cette conduite, et sur-tout de placer des ventouses dans les endroits les plus élevés, l'eau ne mit plus que 12 heures pour en parcourir la longueur. L'écoulement était d'abord intermittent, et l'eau sortait entremêlée de bouffées d'air : mais au bout de 5 ou 6 heures, l'écoulement était complet et continu.

CHAPITRE II.

De la conduite des eaux.

§ 68. En traitant des eaux qui coulent dans des tuyaux, il est à propos de s'occuper de la question suivante : *Etant donnée la quantité d'eau qu'une ou plusieurs sources peuvent fournir à un réservoir, déterminer tout ce qui est nécessaire pour conduire cette eau en un endroit donné.*

La première chose à faire, est de s'assurer par le nivellement, si le point d'arrivée est plus bas que le point du départ, et de combien. Sans cette condition, comme on l'a vu dans la première partie, il serait impossible de conduire l'eau, par la seule action de son poids, jusqu'au lieu déterminé. Il faudrait alors la recueillir dans un lieu plus bas, et ensuite la faire monter jusqu'à sa destination, par le moyen des pompes, ou autres machines hydrauliques. On déterminera ensuite quelle est la quantité d'eau que le réservoir reçoit par minute, puisque c'est là cè qu'il doit fournir dans le même temps. Pour cet effet, on fera une ouverture sur le côté du réservoir, et au-dessous de la surface du fluide : on laissera couler l'eau par cette ouverture, jusqu'à ce qu'on voie que le niveau ne change plus sensiblement. On est ainsi assuré que le réservoir dépense justement autant qu'il reçoit. On mesure donc quelle est la quantité d'eau qu'il fournit alors par minute : je suppose qu'on ait trouvé 120000 centimètres cubes. Ce sera donc là la quantité d'eau qu'il faudra que la conduite prenne, et porte au lieu assigné.

Après avoir fixé la profondeur au-dessous du niveau, où doit être établie la *prise d'eau*, on cherchera quelle est la grandeur que doit avoir l'ouverture pour laisser passer en une minute 120000 centimètres cubes d'eau. Supposons cette ouverture placée à *un mètre* de profondeur au-dessous du niveau constant : en consultant la table ci-dessus, on trouve qu'un orifice de 27 millimètres, sous une charge de 3 pieds, ou *un* mètre, donne en une minute 93000 centimètres cubes : c'est donc là tout ce que laisserait passer un orifice de 27 millimètres, percé à un mètre au-dessous du niveau. Mais comme il doit prendre 120000 centimètres cubes, il faut donc lui donner plus d'ouverture, et l'on trouvera l'augmentation convenable, par la proportion suivante : 93 *est à* 120, *comme* 729, carré de 27, *est à* 940, dont la racine carrée, qui est à-peu-près 31, exprime la grandeur qu'il faut donner à l'orifice. Cet orifice aura donc 31 millimètres, et pourra ainsi laisser passer les 120000 centimètres cubes d'eau dans une minute.

Voyons à présent quelle doit être la grandeur de la conduite, pour admettre et porter cette quantité d'eau à sa destination. D'abord, il est évident que si les tuyaux n'avaient pas plus de diamètre que l'orifice par lequel l'eau sort du réservoir, le frottement, et les divers obstacles qui ralentissent nécessairement sa vîtesse, ne permettraient pas que la conduite pût fournir par minute la quantité d'eau demandée. On sait par expérience, que si la conduite avait seulement 150 mètres de longueur, et que son extrémité la plus éloignée fût de 3 mètres au-dessous de la *prise d'eau*, cette conduite fournirait tout au plus la 6.[e] partie de l'eau qu'elle pourrait admettre à son origine. Comme la vîtesse de l'eau ne peut pas être ici augmentée, il faut, de nécessité, augmenter le diamètre de la conduite, pour qu'elle puisse, nonobstant la résistance du frottement, faire passer toute cette quantité d'eau. Or, les capacités des

tuyaux étant comme les carrés de leurs diamètres, on dira : 1 *est à* 6, *comme* 940 *est à* 5640, carré du diamètre demandé. Il faudra donc donner à cette conduite, au moins 75 millimètres, pour qu'elle puisse, dans les circonstances supposées, faire passer au lieu destiné les 120000 centimètres cubes d'eau, que le réservoir peut fournir par minute. Il conviendra, pour plus de sûreté, d'augmenter un peu l'ouverture de l'orifice et le diamètre de la conduite.

Observons en finissant, que la vîtesse du fluide, et par suite la dépense, sont les mêmes, soit que le tuyau verse dans l'air, soit qu'il dégorge sous l'eau. Dans le premier cas, la hauteur de la charge se compte jusqu'au centre de l'orifice : dans le second, elle se compte jusqu'au niveau du bassin qui reçoit l'eau. Lorsque la charge est petite, et que le tuyau ne donnerait dans l'air de l'eau que goutte à goutte, il coule plein et dépense davantage, si son extrémité inférieure plonge dans l'eau, par la raison que l'eau du bassin s'élevant à quelque hauteur dans le tuyau, 1.° empêche que l'air ne s'oppose à l'écoulement ; et 2.° facilite le mouvement de l'eau affluente, par l'espèce d'attraction qu'elle exerce sur elle.

CHAPITRE III.

Des eaux qui coulent dans des canaux.

Un *canal* est une conduite d'eau souvent ouverte à sa partie supérieure, ou dont la voûte est toujours à quelque distance de l'eau, et dans laquelle l'eau coule en vertu d'une pente ménagée dans toute la longueur du canal. L'eau n'étant point ici renfermée de toutes parts, comme dans les tuyaux, et pouvant s'élever plus ou moins, pour obéir à la pression qu'elle éprouve, son mouvement ne doit pas rencontrer autant d'obstacles, et elle doit trouver en elle-même plus de moyens pour les surmonter. Voyons donc quelle doit être la vîtesse de l'eau qui se meut dans un canal.

§ 69. Si l'on suppose que le canal est appliqué contre la paroi d'un réservoir, et qu'il est situé dans un plan horizontal (fig. 128.e), l'eau, à son entrée dans ce canal, éprouvera une contraction de la première espèce; et à l'endroit de cette contraction, sa vîtesse sera celle due à la hauteur du niveau au-dessus de ce point. Cette vitesse diminuera au-delà, parce que le courant prendra plus de largeur, et remplira tout le canal. La racine carrée de la hauteur due à cette vîtesse du fluide, supposée uniforme, *sera à* la racine carrée de la hauteur effective, *comme* la section du courant, à l'endroit de la plus grande contraction, *est à* la section *transversale* du canal.

Si l'eau n'éprouvait aucune résistance de la part du fond sur lequel elle coule, sa surface supérieure serait horizontale, comme le fond du canal, et l'effet serait le même, que si elle était renfermée dans une conduite, qui ne lui opposerait aucun obstacle : les

parois du canal n'éprouveraient aucune pression, et le fond n'aurait à supporter que le poids de la colonne qui le parcourt. Mais l'eau éprouve contre le fond et les parois du canal, un frottement qui diminue sa vîtesse, et qui l'oblige de s'élever. C'est la même cause qui produit une pression contre la paroi supérieure des tuyaux de conduite : mais ici l'eau, qui s'élève à peu de distance de son entrée dans le canal, retombe en partie en arrière, et coule ainsi à contre-sens sur une petite étendue. On peut remarquer de ces mouvemens *rétrogrades* ou *remoux*, par-tout où les eaux courantes rencontrent quelque obstacle, qui les oblige de s'élever.

Le frottement, en forçant l'eau de s'élever, produit sur le fond une augmentation de pression. Cette même cause fait aussi naître une pression contre les parois latérales du canal : mais en diminuant la vîtesse de l'eau dans le canal, le frottement ne diminue point celle qui a lieu à la sortie du réservoir, à cause de la liberté qu'a le fluide d'élever son niveau. La dépense ne se trouve donc nullement diminuée par-là ; et quelle que soit la longueur du canal, il reçoit toujours, dans un temps donné, autant d'eau que le réservoir en peut fournir; et la quantité de fluide qui passe à chaque instant par une section quelconque du canal, est par-tout la même.

Lorsque le canal est incliné à l'horizon, la pesanteur produit une accélération dans le fluide : mais cette accélération ne saurait augmenter la dépense : elle ne peut que diminuer la profondeur de l'eau. On a trouvé par expérience, que la diminution de vîtesse produite par le frottement, était compensée par cette cause, lorsque la pente du canal était environ la 10.e partie de sa longueur.

§ 70. On conduit souvent l'eau d'un lieu à un autre, par des canaux ou *aqueducs*. Il est évident que dans ce cas l'eau, après être descendue, ne peut point se relever, et qu'elle ne saurait monter plus haut que

les bords du canal, où elle est renfermée. Il est donc nécessaire de lui ménager une pente à-peu-près uniforme, depuis la source jusqu'au lieu où elle doit être reçue. Ce qu'il faut de pente pour que l'eau puisse couler dans un canal, est fort peu de chose. On établit pour règle, que lorsque le fond sur lequel l'eau coule, n'est point trop inégal, il suffit de 54 millimètres de pente pour 50 mètres, ou à-peu-près *un* millimètre pour *un* mètre. Il en faut un peu plus quand le fond est inégal, ou le canal tortueux.

Les Romains étaient dans l'usage de conduire, par des canaux[1], les eaux nécessaires aux besoins des grandes villes de leur empire. Ils faisaient pour cet objet important des dépenses énormes, dont on a exposé les motifs dans la note 5.e Mais d'après ce qu'on vient de voir dans ce chapitre et le précédent, il est facile de conclure que le principal motif de ces grandes constructions, c'est que, lorsque l'eau doit être amenée de loin, il n'est pas possible de la conduire autrement, que par le moyen des canaux artificiels ou aqueducs.

§ 71. Lorsque l'eau coule dans un canal, la pression qui se fait sur le fond, est uniquement due à la hauteur du fluide, qui coule sur ce fond. Elle est semblable à celle que supporte un plan sur lequel un corps se meut, ou plutôt sur lequel on ferait mouvoir une suite de corps semblables, qui se succéderaient sans interruption. Quant à la pression latérale, elle vient principalement, comme on a dit, de la diminution de la vîtesse occasionnée par le frottement. En faisant donc une ouverture aux parois du canal, perpendiculairement à la direction du courant, la vîtesse de l'eau qui s'échappera par cette ouverture, fera connaître l'intensité de la pression qui s'exerce latéralement. La pression connue, on pourra calculer quelle est la grandeur qu'il faut donner à une ouverture latérale, percée bien perpendiculairement au courant, pour *dériver* d'un canal une quantité d'eau demandée.

CHAPITRE IV.

De la vîtesse des eaux courantes.

§ 72. L'EAU qui coule dans un canal artificiel reçoit sa vîtesse initiale de la pression du fluide contenu dans un réservoir. Cette vîtesse demeure la même sur toute la longueur du canal, si la pente est, comme on a dit, la 10.e partie de cette longueur. La vîtesse s'accélère, si la pente est plus considérable : elle diminue, au contraire, lorsque l'inclinaison est moindre, et sur-tout si le canal est horizontal. Mais quoique, dans ce cas, le frottement fasse, pour ainsi dire, continuellement effort pour arrêter le mouvement du fluide ; cependant, comme il doit toujours passer, par chaque section du canal, la même quantité d'eau qui sort à chaque instant du réservoir, le fluide s'élèvera ; et en exerçant ainsi sur lui-même une pression plus grande, il entretiendra le mouvement qui lui a été communiqué, et surmontera la résistance du frottement. Ce qui produit donc l'écoulement, c'est d'abord la pression du fluide contenu dans le réservoir, ensuite la pression de celui qui coule dans le canal, et enfin la pente du lit sur lequel il coule.

On a vu précédemment comment s'évalue la pression d'un fluide en repos : on a établi pareillement le principe, d'après lequel se doit apprécier la pression d'un fluide, qui se meut, et qui obéit en partie à l'action de la pesanteur. Quant à la pente du lit, elle se connaît par l'angle qu'il fait avec la ligne horizontale. On peut la reconnaître aussi par l'inclinaison de la surface du fluide, laquelle est assez ordinairement parallèle au fond.

§ 73. Cependant la surface peut être inclinée à l'horizon, sans que le fond le soit en aucune manière. Concevons en effet un canal *ab* (fig. 129.e) parfaitement horizontal, plein d'eau, et fermé à ses deux bouts. Le fluide y sera par-tout de niveau, et sa surface sera horizontale, comme le fond sur lequel il repose. Mais si l'on vient à supprimer tout-à-coup la paroi *bc* qui fermait un des bouts du canal, sur-le-champ le fluide se mettra en mouvement vers l'extrémité ouverte : sa surface s'inclinera de ce côté, parce que les molécules inférieures, chassées par une plus grande pression, s'échapperont avec plus de vîtesse, et céderont ainsi aux molécules supérieures qui s'abaisseront. Le mouvement se communiquant de proche en proche, la surface sera par-tout inclinée, à-peu-près suivant la ligne *de*, sans que le fond ait cessé d'être parallèle à l'horizon.

Ce qui produit le mouvement du fluide dans la supposition présente, c'est uniquement la pression que le fluide exerce sur lui-même. Tant que le canal est fermé, les pressions que supportent les différentes molécules, sont en équilibre entr'elles, et le fluide est en repos. Sitôt que le canal est ouvert, la tranche verticale qui répond à l'ouverture, tombe aussitôt faute d'appui : les molécules qui sont situées sur la hauteur de cette tranche, s'échappent avec des vîtesses d'autant plus grandes, qu'elles sont plus près du fond; de façon que les molécules de la surface ne font que tomber dans le sens vertical, tandis que celles du fond sont lancées dans une direction horizontale avec toute la vîtesse due à la hauteur du fluide. Ce qui se passe dans la première tranche verticale arrive de même à la seconde tranche, et à toutes les autres. D'où il suit que la surface du fluide doit s'abaisser suivant la longueur du canal; et que la vîtesse, considérée dans les différens points de la hauteur du fluide, doit aller en augmentant, de la surface vers le fond.

§ 74. M. *Dubuat* établit en principe, que la vîtesse d'une eau courante doit être naturellement la même sur tous les points de sa hauteur. Ce qui produit le mouvement, c'est l'inégalité des deux pressions opposées, qui se font dans le sens de la longueur du canal. Il est évident que si ces deux pressions étaient égales, tout serait en équilibre, et le fluide demeurerait en repos. Or, dit cet auteur, cette inégalité de pression, qui se mesure par la différence de niveau, est évidemment la même à toutes les profondeurs : il y a sur tous les points de la hauteur du fluide, la même différence entre la colonne qui pousse, et la colonne qui soutient. Donc la vîtesse doit être naturellement la même sur toute cette hauteur.

Le raisonnement de M. *Dubuat* serait concluant, si toutes les molécules composant les deux colonnes qu'il considère, étaient elles-mêmes animées de vîtesses égales. Mais si, comme on vient de le faire voir, les molécules inférieures sont chassées avec une vîtesse plus grande, il s'ensuit qu'une molécule sera d'autant plus poussée, et d'autant moins soutenue, qu'elle sera placée à une plus grande profondeur; et par conséquent, la vîtesse des différens filets fluides doit, au contraire, aller en augmentant, de la surface au fond, proportionnellement à l'augmentation de la pression, ainsi que le pensent M. *Bossut*, et plusieurs autres auteurs.

Cependant c'est rarement au fond qu'est la plus grande vîtesse d'un courant. L'adhérence de l'eau contre ce fond, ses inégalités, les caillous, le gravier dont il est couvert, les herbes qui y croissent, tous ces obstacles produisent dans l'eau inférieure une diminution de vîtese, qui se fait sentir sur toute la hauteur du fluide, et qui fait varier le lieu de la plus grande vîtesse. Dans un tuyau, le filet central est nécessairement celui qui jouit du *maximum* de vîtesse, parce que c'est celui qui est moins affecté par la résistance du frottement. Dans un canal naturel ou arti-

ficiel, le lieu du *maximum* est plus près ou plus loin de la surface, suivant la profondeur de l'eau et la grandeur des obstacles, que le fond du canal oppose au mouvement du fluide.

La surface du fluide éprouve aussi quelque résistance de la part de l'air, sur-tout lorsque le vent souffle dans un sens opposé au courant. Mais dans les temps les plus calmes, ou même lorsque l'air se meut dans le même sens que l'eau, ce n'est pas à la surface qu'est la plus grande vîtesse, mais bien à une profondeur plus ou moins grande au-dessous de cette surface. On sait qu'un bateau qui descend une rivière au gré du courant, marche d'autant plus vîte, qu'il est plus chargé, et qu'il *tire*, comme on dit, *plus d'eau.* Cependant lorsque la rivière a peu de profondeur, et que le fond en est très-inégal, il peut se faire que le lieu de la plus grande vîtesse soit très-près de la surface.

§ 75. La vîtesse d'une eau courante augmente, à mesure que la quantité des eaux devient plus considérable. Une rivière qui est enflée par les pluies ou la fonte des neiges, roule ses eaux avec bien plus d'impétuosité que lorsqu'elle est dans son état ordinaire. Cette augmentation de vîtesse vient de plusieurs causes : 1.° la hauteur du fluide étant plus grande, la pression augmente sur l'eau inférieure. 2.° La résistance du frottement demeurant la même, cette résistance se fait moins sentir aux filets supérieurs. 3.° Enfin, la masse des eaux étant beaucoup plus considérable, elles ont plus de facilité pour surmonter les obstacles, qui s'opposent à leur mouvement.

A l'approche d'une crue extraordinaire, les eaux d'une rivière paraissent prendre plus de vîtesse vers le fond, avant qu'on apperçoive aucun mouvement nouveau à la surface. Les gens de rivière disent alors, que la rivière *mouve de fond.* Le mouvement extraordinaire qui annonce l'arrivée prochaine d'une grande quantité d'eau, est dû évidemment à la pression des

eaux accumulées dans les parties supérieures du lit, qui pressent et poussent avec plus de force les eaux du fond, et leur rendent ainsi une partie de la vîtesse que la résistance de ce fond leur avait fait perdre. La pression se fait bien sentir sur toute l'eau de la rivière : mais celle de la surface peut s'élever et s'étendre pour obéir à cette nouvelle action, tandis que l'eau du fond ne peut qu'accélérer sa vîtesse dans le sens du courant. L'affluence de cette quantité d'eau extraordinaire, et la pression qu'elle exerce sur les eaux inférieures, se font donc sentir plutôt au fond de la rivière qu'à sa surface; et l'augmentation de vîtesse remarquée dans cette circonstance, est visiblement due à un accroissement de pression.

§ 76. Un corps qui flotte à la surface de l'eau, et qui est mu au gré du courant, prend une vîtesse plus ou moins grande, suivant la vîtesse du courant, et selon qu'il enfonce plus ou moins. S'il est entièrement à la surface, sa vîtesse sera tout au plus celle de l'eau à cette surface : elle sera même un peu moindre, parce qu'il éprouvera toujours quelque résistance de la part de l'air. S'il enfonce dans le fluide, il prendra à-peu-près la vîtesse *moyenne* des filets qui le soutiennent; et comme on a dit, si la rivière a quelque profondeur, sa vîtesse sera plus grande que celle qui a lieu à la surface. Mais jamais la vîtesse du corps flottant ne pourra être plus grande, que celle du fluide dans lequel il est plongé. Un corps qui flotte représente un volume de fluide, dont le poids est égal au poids du corps; il ne saurait donc prendre plus de vîtesse, que le fluide dont il tient la place.

§ 77. Si la vîtesse d'une eau courante n'est pas la même sur tous les points de sa hauteur, elle n'est pas non plus la même sur toute la largeur du courant. Le frottement contre les bords, ou contre les parois, ralentit l'eau latérale; et dans un lit régulier, c'est au milieu de la largeur que doit être la plus grande vîtesse. Le fluide aussi s'élève davantage dans

cet endroit, sans doute parce que la pression verticale étant moindre, à raison d'une plus grande vîtesse, il faut que les colonnes fluides du milieu regagnent, par leur élévation, ce qu'elles perdent de pression par l'excès de leur vîtesse. Lorsqu'un courant a beaucoup de largeur, cette élévation est très-sensible, et la *section transversale* d'une rivière un peu large forme une courbe, dont le point le plus élevé est à l'endroit de la plus grande vîtesse.

CHAPITRE V.

Divers moyens de mesurer la vîtesse d'une eau courante.

§ 78. On a imaginé divers moyens de mesurer la vîtesse d'une eau courante. 1.° On abandonne au courant des corps légers, dont la pesanteur spécifique est telle néanmoins, que ces corps soient presqu'entièrement plongés dans l'eau. On mesure l'espace que ces corps parcourent dans un temps donné, et l'on a ainsi la vîtesse du courant près de sa surface.

2.° Si l'on prend, à l'exemple de M. *Mariotte*, deux boules de cire, unies l'une à l'autre au moyen d'un fil plus ou moins long, et dont l'une des deux soit chargée intérieurement de quelque poids suffisant pour la faire plonger entièrement, et tenir le fil tendu; on pourra juger de la vîtesse du fluide, à la profondeur où cette boule est plongée, et de celle qui a lieu à la surface. C'est un moyen facile de comparer les vîtesses, qui répondent aux différens points de la hauteur du fluide.

3.° Un petit moulinet de bois, ou de métal, bien léger, et bien mobile sur son axe, fait connaître, étant

étant exposé au choc de l'eau, la vîtesse du courant par le nombre et la grandeur des révolutions qu'il fait dans un temps donné. Mais ce moyen, comme on voit, ne peut donner la vîtesse de l'eau qu'à la surface, ou à une très-petite profondeur.

4.° Un corps plus pesant que l'eau, suspendu à l'extrémité d'un fil, s'écarte de la verticale lorsqu'il plonge dans une eau courante. En déterminant, par le moyen d'un *quart de cercle*, l'angle que fait le fil avec la verticale, et connaissant d'ailleurs le poids et le volume du corps plongé, l'on pourra en conclure la vîtesse du courant à toutes les profondeurs, où l'on fera descendre ce corps.

5.° M. *Pitot* se servait, pour mesurer la vîtesse de l'eau, d'un tube de verre (fig. 130.e) ouvert à ses deux bouts, coudé à angle droit, et fixé solidement à une tringle de bois d'une longueur suffisante, et qui portait une division en pouces et en lignes. Il fichait la tringle contre le fond de l'eau, dans une situation bien verticale; et tournant l'ouverture du tube contre le courant, il jugeait de sa vîtesse par la quantité dont l'eau s'élevait dans la plus longue branche au-dessus du niveau. En effet, si l'eau eût été stagnante, elle se serait tenue dans le tube, exactement au niveau de l'eau environnante. La quantité *bc* dont elle s'élève de plus, est donc due uniquement à la vîtesse du courant : ce surplus est tenu en équilibre par l'impulsion du fluide en mouvement. Il peut donc servir à faire connaître la vîtesse de ce fluide. L'eau qui répond à l'ouverture inférieure du tube, est poussée par le poids de la colonne qui est au-dessus du niveau : cette eau, si elle était libre, prendrait une vîtesse due à la hauteur de cette colonne *bc*. Mais puisqu'elle est retenue, et ne peut obéir à cette pression, il suit qu'elle est poussée en sens contraire par une force égale. Donc la vîtesse du courant est aussi celle qui est due à une hauteur, égale à la hauteur du fluide au-dessus du niveau.

M. *Pitot* joignait à son tube recourbé un tuyau droit, et qui était plongé verticalement dans l'eau, à côté de l'autre, et à la même profondeur. Il prenait la différence des niveaux dans les deux tubes, pour la hauteur due à la vîtesse du courant. Mais il avait ainsi une hauteur double de la vraie hauteur, et il trouvait une vîtesse plus grande que la vîtesse réelle. En voici la raison. Dans un tuyau droit, plongé verticalement dans un courant, l'eau se tient au-dessous du niveau de l'eau environnante, parce que la pression diminue lorsqu'il y a de la vîtesse. Dans le cas du repos, la pression se mesure d'après la hauteur du fluide : mais lorsqu'il y a du mouvement, il faut diminuer cette hauteur de toute celle due à la vîtesse du fluide. Ainsi l'eau, dans le tuyau droit, doit se tenir au-dessous du niveau, d'une quantité égale à la hauteur due à la vîtesse du courant. Donc la différence entre les niveaux des deux tubes est double de la hauteur, qui donne la véritable vîtesse du fluide.

La même chose s'observe avec le seul tube recourbé, selon la manière dont on le place dans le courant. Si le tuyau présente directement son ouverture inférieure au cours du fluide, on voit l'eau s'élever au-dessus du niveau, dans la branche verticale, à une hauteur plus ou moins grande, suivant la vîtesse du courant. Si le tube, au lieu d'être opposé directement à l'eau, est tourné en sens contraire, alors, loin que le fluide monte au-dessus du niveau, il se tient au-dessous, et d'autant plus, que la vîtesse du courant est plus considérable. Mais ce qu'il y a de plus remarquable ici, c'est que cet abaissement est plus grand lorsque la branche horizontale du tube est placée perpendiculairement au fil de l'eau. Dans ce cas, le fluide se tient au-dessous du niveau, d'une quantité égale à la hauteur due à la vîtesse du courant. Ceci prouve que l'eau, qui s'est brisée à la rencontre du tube, s'échappe latéralement

avec toute sa vîtesse, et ne fait que glisser contre l'ouverture du tube, sans exercer contre elle aucune pression. A mesure que le tube tourne du côté d'*aval*, l'eau remonte un peu dans la branche verticale, parce que le fluide postérieur fuit avec moins de vîtesse : mais elle ne saurait revenir au niveau du fluide environnant, tant que le tube est tourné de ce côté. C'est lorsqu'on le tourne du côté d'*amont*, et qu'il fait un certain angle avec la direction du courant, que l'eau intérieure se tient au niveau de celle qui l'environne. La grandeur de cet angle paraît dépendre de la vîtesse du fluide.

CHAPITRE VI.

Des rivières.

§ 79. LES rivières prennent leur source dans les montagnes. C'est là que la nature a placé les inépuisables réservoirs des eaux, qu'elle destinait à arroser la surface de la terre. Quelques physiciens avaient pensé que les eaux intérieures du globe étaient continuellement *vaporisées* par une chaleur *centrale ;* que ces vapeurs s'élevant sans cesse au travers des terres, et parvenant dans le sein des montagnes, y étaient condensées par le froid ; qu'elles s'amassaient là dans de grandes cavités, d'où elles s'échappaient au dehors par les issues qu'elles pouvaient rencontrer. Mais cette chaleur centrale, capable de convertir l'eau en vapeur, est une supposition purement gratuite ; et cette grande *distillation* souterraine, semblable à celle de nos laboratoires, n'est qu'un roman ingénieux, qui ne peut tenir lieu de la réalité.

D'autres ont prétendu que les eaux de la mer se filtrant au travers des terres, pouvaient parvenir ainsi jusqu'à une assez grande distance dans l'intérieur des continens ; qu'elles se dépouillaient, chemin faisant, du sel dont elles sont naturellement chargées ; qu'elles s'élevaient ensuite comme par des *tuyaux capillaires*, jusque dans des réservoirs, d'où elles se répandaient sur la terre, douces comme nous les voyons, et retournaient enfin à la mer. Ce système, comme il est facile de voir, est encore moins recevable que le précédent.

Mais d'où vient donc cette quantité immense d'eau que les rivières charrient sans cesse à la mer ? Par quels moyens la nature fournit-elle à cette dépense prodigieuse et continuelle ? Par la pluie et les eaux de l'atmosphère, qui se déposent sur les montagnes, sous la forme de neige ou de glace. M. *de Lahire* a fait voir que si l'on estime à 540 millimètres (20 pouces) la quantité moyenne de pluie qui tombe en un an sur tout le pays arrosé par la *Seine*, et par les rivières qu'elle reçoit depuis sa source jusqu'à *Paris*, cette quantité d'eau était *trois ou quatre fois* plus grande que celle que la Seine amène en cette ville dans cet espace de temps. Les eaux du ciel sont donc plus que suffisantes pour entretenir cette rivière : et ce qui ne va point à la mer, ou est employé à la végétation, ou remonte dans l'atmosphère sous la forme de vapeur.

Les recherches faites pour la Seine ont été faites pareillement pour d'autres rivières, et il en est toujours résulté que les eaux, *précipitées* de l'atmosphère sous différentes formes, sont bien suffisantes pour l'entretien de toutes les sources, qui coulent à la surface de la terre. C'est donc de *l'Océan aérien* qui enveloppe le globe, que nous viennent les ruisseaux et les fleuves. Les eaux qui sont à la surface de la terre, s'élèvent continuellement en vapeurs : celles de la mer, en prenant cette forme, aban-

donnent le sel qu'elles tiennent en dissolution. Les vapeurs d'abord invisibles, se rassemblent en nuages à quelque hauteur, et sont entraînées de tous côtés par les vents. Ces nuages arrêtés, ou attirés par les montagnes, y versent les eaux dont ils sont chargés, ou y déposent des amas de neige. Ces neiges, durcies et entassées, forment des couches énormes, des *mers de glace*, qui fondent lentement et en tout temps par leur surface inférieure. Les eaux, qui sont le produit de cette fonte continuelle, sont la première source et l'aliment intarissable des grands fleuves, qui, comme on voit, n'ont rien à craindre des longues sécheresses.

§ 80. Les eaux des rivières, en s'échappant du sein des montagnes, se précipitent au travers des rochers: leur vîtesse est alors le produit de la pression du fluide supérieur contenu dans la cavité qui sert de réservoir, et de la pente du sol sur lequel elles coulent. Ce sol inégal, et interrompu par une multitude d'obstacles, brise le cours de l'eau de mille manières, et l'onde mugissante s'échappe par tous les endroits, où elle peut trouver une issue. Arrivée sur un terrain moins inégal et moins résistant, l'eau, mue par la vîtesse acquise et par la pente du sol, se creuse un lit, où elle coule plus uniformément, et avec moins de fracas.

L'action de l'eau sur le fond et les bords de son lit, dépend de la nature du terrain. Lorsque le terrain oppose peu de résistance, l'eau le creuse de plus en plus, et travaille continuellement à en diminuer la pente naturelle : car la pente du lit augmentant la vîtesse de l'eau, et par suite son action *érosive*, il est visible que cette action doit tendre à diminuer la pente, en augmentant la profondeur. La pente du lit diminuant, la vîtesse de l'eau diminuera aussi, et sa hauteur augmentera, ou le lit s'élargira : car il faut qu'il passe toujours la même quantité d'eau par toute section transversale de la

dans divers endroits de leur cours. C'est sur-tout dans les lieux, où la vîtesse des eaux est diminuée, que les sables et les graviers se déposent. Tant que les eaux sont entraînées par un mouvement rapide, ces matières étrangères sont tenues en suspension, quoique plus pesantes. Mais dans les endroits où le lit venant naturellement à s'élargir, la vîtesse se ralentit, dans ceux où l'eau après avoir frappé un obstacle, laisse par derrière un espace, où le mouvement est peu sensible, dans tous ces endroits les sables se précipitent, et s'amoncellent, de manière à former des espèces d'*îles*, ou *bancs*, qui sont à découvert dans les basses eaux, et que la rivière recouvre dans les temps des crues. Ces atterrissemens s'élèvent, et s'étendent de plus en plus avec le temps, et les dépôts successifs que les eaux y laissent en se retirant, et souvent les végétaux qui y croissent spontanément, donnent à ce sol *factice* une stabilité, que rien ensuite ne peut anéantir. C'est ainsi que se forment un grand nombre d'îles dans les rivières.

Lorsqu'un atterrissement se forme, et qu'il n'a point encore acquis cet état de fixité, on peut souvent le détruire, en s'opposant aux causes qui l'ont produit. Puisque c'est la diminution de la vîtesse, qui en est la première cause, il faut faire en sorte que la vîtesse se maintienne, ou qu'elle augmente même dans cet endroit, soit en resserrant le lit de la rivière, soit en changeant plus haut la direction du courant. Ce changement peut se faire quelquefois par des moyens bien simples, comme en plantant dans le lit de la rivière, et à partir de l'un de ses bords, une suite de piquets, qui brisent le cours de l'eau, et changent la direction de son mouvement. Un bout de digue, qu'on appelle un *épi*, prolongé dans l'eau dans une direction convenable, peut suffire aussi pour produire le même effet. Mais il faut observer, que l'atterrissement détruit dans un endroit, se formera nécessairement plus bas; et il faut avoir soin d'en

déterminer la position, dans le lieu où il doit être le moins nuisible.

A l'embouchure d'une rivière dans la mer, la vîtesse des eaux est tellement diminuée par la position horizontale du lit, et par la hauteur des eaux de la mer, qu'il se forme dans ces endroits, des atterrissemens considérables, qui prolongent les continens jusque dans le lit de la mer, comme on le voit à l'embouchure du *Rhône*, et sur-tout à celle du *Nil*. Lorsque la rivière se rend dans l'Océan, l'atterrissement formé à l'embouchure, et dans le lit même de la rivière, prend le nom de *barre*. Cette barre est un grand obstacle pour l'entrée des navires, vu qu'il ne reste pas toujours au-dessus de la barre, assez d'eau pour leur passage. La barre est d'ailleurs sujette à changer de position, par l'action du flux et du reflux, qui la déplacent, et la portent plus ou moins avant dans la mer.

On suppose encore que l'effet est absolument le même, soit que le fluide en repos soit frappé par le corps en mouvement, soit que le fluide en mouvement vienne choquer le corps en repos. La chose paraît évidente au premier coup d'œil. Cependant l'expérience a fait apercevoir quelque différence dans ces deux cas : on en fera connaître plus bas les résultats. Ces deux suppositions admises, passons à l'exposition de la théorie, en considérant d'abord le fluide comme étant en repos.

§ 84. Soit un plan MN (fig. 131.e) plongé entièrement dans un fluide indéfini et en repos, et concevons que ce plan soit mu dans le sens *a b*, perpendiculairement à sa surface. Le plan, pour avancer, est obligé de pousser, et d'écarter à chaque instant les molécules fluides, qui sont devant lui. Si l'on conçoit que les différentes rangées de ces molécules obéissent *instantanément* à l'impulsion qu'elles reçoivent, et s'échappent latéralement pour faire place à celles qui sont derrière elles, le plan en mouvement éprouvera à chaque instant une résistance, que l'on pourra apprécier de la manière suivante.

1.° *Cette résistance sera proportionnelle à l'étendue du plan :* car le nombre des molécules frappées en même temps, est évidemment d'autant plus grand, que la surface du plan a plus de grandeur ; et par conséquent la quantité de mouvement communiqué augmentant avec la surface, la perte du corps en mouvement, ou la résistance qu'il éprouve, suivra la même proportion. Une surface double éprouvera donc une résistance double.

2.° *La résistance sera proportionnelle à la densité du fluide.* Plus le fluide aura de densité, plus il y aura de molécules dans un espace donné, et plus le corps aura d'effort à faire, pour avancer d'une même quantité.

3.° Enfin, la *résistance augmentera encore avec la vitesse du mobile.* En effet, le plan étant mu avec

une plus grande vîtesse, il fera plus de chemin dans un temps donné, et rencontrera un plus grand nombre de molécules fluides, qui lui déroberont ainsi une plus grande partie de son mouvement. De plus, chacune des molécules frappées recevra une plus grande vîtesse : d'où il suit que si la vîtesse du plan devient, par exemple, *double*, le nombre des molécules choquées dans un même temps sera *double* aussi ; et la vîtesse qui leur est communiquée étant aussi *double*, la quantité de mouvement perdue par le mobile se trouvera *quadruple. La résistance du fluide augmente donc comme le carré de la vîtesse.*

On dit donc en général, que la résistance *directe* des *milieux*, ou des fluides dans lesquels se fait un mouvement, est en raison, 1.° de la densité du milieu; 2.° de la surface antérieure du mobile ; 3.° du carré de sa vîtesse.

§ 85. Puisque l'effet est supposé le même, soit que le corps se meuve dans un fluide en repos, soit que le fluide en mouvement vienne choquer le corps en repos, on pourra donc établir aussi, que l'*impulsion* directe d'un fluide est proportionnelle, 1.° à la densité du fluide ; 2.° à la surface choquée; 3.° au carré de la vîtesse.

Au moyen de ces principes, il est visible que si l'on connaît, dans un cas, l'effort *direct* d'un fluide, mu avec une vîtesse donnée, contre une surface pareillement donnée, on trouvera aisément l'impulsion dont ce fluide est capable, contre toute autre surface, et avec toute autre vîtesse. On pourra même en conclure la valeur du choc direct pour tout autre fluide, qui aurait une densité différente. Une seule expérience bien faite suffirait donc pour tous les cas semblables. Cependant avant d'avoir recours à l'expérience, voyons ce que la théorie nous apprend encore à cet égard.

§ 86. Puisqu'à chaque instant la surface antérieure du corps éprouve le choc d'une quantité de molécules

du fluide, égale à cette surface, *multipliée* par la densité du fluide; ce produit pourra donc représenter la masse choquante; et comme cette masse agit sur le corps par le carré de sa vîtesse, la quantité de mouvement que le choc du fluide tend à faire passer à chaque instant dans ce corps, sera donc égale *à la surface choquée, multipliée par la densité du fluide, et par le carré de sa vîtesse.* Mais si dans cette expression, à la place de la vîtesse, on met la hauteur d'où un corps pesant devrait tomber pour acquérir cette vîtesse; on trouve que *l'impulsion* que reçoit perpendiculairement une surface connue, de la part d'un fluide dont la densité est pareillement donnée, est égale *au poids d'un prisme de ce fluide qui aurait pour base la surface donnée, et pour hauteur le double de la hauteur, d'où un corps pesant devrait tomber pour acquérir la vîtesse actuelle du fluide* (v').

Par exemple, la surface choquée étant d'*un* mètre carré, et la vîtesse du fluide étant supposée de *trois* mètres par seconde, l'effort de l'eau contre cette surface sera exprimé par le poids d'un prisme d'eau, qui aurait *un* mètre carré de base, et environ 46 centimètres de hauteur; ce qui fait 460 kilogrammes. L'effort de l'air, dans sa pesanteur moyenne, ne serait contre la même surface, que d'un demi-kilogramme environ, si l'on n'avait égard qu'à sa densité: mais cet effort doit être augmenté, à cause de la réaction résultante de l'*élasticité*.

§ 87. Si le corps exposé au choc du fluide, avait déjà lui-même un mouvement propre, la valeur de

---

(v') Soit s la surface frappée, d la densité du fluide, v sa vîtesse: la valeur absolue du choc direct est dsv^2. A la place de v^2, mettant sa valeur $2ph$, on aura le choc égal à $2hpds$; ce qui exprime évidemment le poids d'un prisme du fluide, ayant s pour base, et $2h$ pour hauteur.

l'impulsion changerait nécessairement. En effet, supposons d'abord, que le mouvement du corps et celui du fluide, se font dans le même sens, et que la vîtesse du premier soit plus petite que celle du second ; alors il est évident, que le corps fuyant devant le fluide, ne peut plus en recevoir qu'un choc moindre que celui qu'il aurait reçu, s'il était en repos. Dans ce cas, l'impulsion, au lieu de se mesurer par le carré de la vîtesse du fluide, ne doit plus être mesurée que par le carré de l'excès de cette vîtesse, sur celle du corps choqué. Si c'était au contraire le mobile, qui allât plus vîte que le fluide, ce serait alors celui-ci qui serait frappé avec une vîtesse, égale seulement à la différence des deux vîtesses. Il est évident qu'il n'y aurait point de choc, si les deux vîtesses étaient égales.

Lorsque le fluide et le mobile se meuvent en sens contraire, alors la force du choc dépend de la somme des deux vîtesses ; et l'effet est le même, que si le corps étant en repos, il était frappé par le fluide avec une vîtesse égale à cette somme. Dans le cas où les deux vîtesses seraient égales et contraires, le corps demeurerait en équilibre, et sans mouvement, et le fluide épuiserait contre lui toute sa force impulsive. Ce qu'il faut donc employer de force, pour tenir ainsi un corps immobile au milieu d'un courant, est la mesure exacte de l'impulsion du courant contre ce corps.

Enfin on peut supposer que le fluide et le mobile se meuvent dans des directions différentes. Alors il faut *décomposer* le mouvement du fluide en deux, l'un égal et parallèle au mouvement du corps, et qui par conséquent n'aura sur lui aucune prise, et l'autre qui frappera le mobile sous un angle quelconque, et qui sera le seul par lequel le fluide agira sur le corps. Ce cas rentre dans la considération du *choc oblique*, dont il va être question dans le chapitre suivant.

CHAPITRE II.

Du choc oblique.

§ 88. Soit un plan *ab* (fig. 132.e), exposé d'abord au choc *direct* d'un fluide, qui se meut dans le sens XY. Concevons qu'on a fait tourner le plan sur le point *b*, et qu'on lui a donné la position *bb'*. Il est évident que dans ce cas, il recevra de la part du fluide une moindre impulsion, et qu'il faudra, pour le soutenir dans cette situation, employer une moindre force. En effet le nombre des filets fluides qui viennent choquer le plan, est ici diminué dans le rapport de *ab* à *bc*. En second lieu, le choc se faisant dans une direction *oblique*, les molécules ne frappent le plan, qu'avec leur vîtesse *relative*, et non pas avec toute la vîtesse dont elles sont animées; en sorte que si *dg* représente leur vîtesse *absolue*, ou l'espace qu'elles parcourent en une seconde de temps, *de* exprimera leur vîtesse *relative*, ou celle par laquelle elles frappent l'obstacle. Or, *dg est à de* dans le même rapport que *bb'* ou *ab* est à *bc*. Donc l'effort *perpendiculaire* qui se fait contre le plan *ab* situé *obliquement* au courant, *est à* celui que le plan supportait dans sa première position, *comme bc* multiplié par *bc*, *est à ab* multiplié par *ab*.

Dans le triangle rectangle *bb'c*, on donne souvent au côté *bb'* le nom de *rayon*, et alors *bc* est appelé le *sinus* de l'angle *b'*, et *bc* en est le *cosinus*. Or, cet angle mesure l'*obliquité* du plan relativement au courant, ou l'obliquité d'*incidence* des filets fluides, qui rencontrent le plan. On dit donc que le choc d'un fluide contre un plan situé obliquement, *est au* choc contre le

le même plan directement opposé au courant, *comme* le carré du sinus de l'angle d'incidence *est au* carré du rayon. Observons que ce choc est toujours évalué ainsi perpendiculairement à la surface, contre laquelle il se fait, c'est-à-dire ici dans le sens *de*.

Si l'on veut maintenant savoir, ce qui résulterait de ce choc, dans le sens du courant, ou quel est l'effort que fait le fluide, pour entraîner le plan dans le sens de son mouvement propre : en représentant par *de* la valeur absolue du choc du fluide, on décomposera cette force *de* en deux forces, l'une *dk* perpendiculaire à la direction du courant, et l'autre *ke* qui sera parallèle à cette direction. C'est en vertu de cette dernière force seulement, que le fluide fait effort pour entraîner avec lui l'obstacle *bb'*. Or, *ke* est encore à *de*, comme *bc* est à *ab*. Donc enfin l'impulsion que reçoit dans le sens du courant, un plan situé obliquement, *est à* celle qu'il recevrait, s'il était posé perpendiculairement, *comme* le cube du sinus de l'angle d'incidence, *est au* cube du rayon. Si l'on compare le même choc sur le plan *bb'*, à celui qui se fait sur la base *bc*, on trouvera qu'ils sont l'un à l'autre, *comme* le carré du sinus d'obliquité *est au* carré du rayon.

Quant à la force *dk* perpendiculaire à la direction du courant, elle tend à pousser le plan latéralement, et elle produira son effet, si elle n'est combattue par une force égale et opposée. C'est au moyen de cette dernière force, qu'un bac (fig. 133.e) retenu par une corde, qui peut glisser le long d'un câble, tendu d'un bord à l'autre d'un fleuve rapide, traverse le fleuve par la seule impulsion du courant, lorsqu'on a soin de maintenir le bateau dans une position oblique à la direction de ce courant. C'est par la même raison que le *cerf-volant* des enfans (fig. 134.e), s'élève dans les airs, en recevant obliquement l'impulsion du vent.

§ 89. Concevons maintenant un plan *bc* (fig. 135.[e]), couvert d'une proue angulaire *bac*, dont les côtés *ab*, *ac* sont égaux. Supposons-le en mouvement dans un fluide, dans le sens *da* : on demande quelle est la résistance qu'il éprouve dans le sens de son mouvement. D'après ce qu'on vient de voir, la résistance qui se fait contre *ab est à* celle qui se ferait contre *bd*, *comme* le carré de *bd est au* carré de *ab*. De même celle qu'éprouve le côté *ac est à* celle qu'éprouverait *dc*, *comme* le carré de *dc* est au carré de *ac*. Or, comme ces lignes sont égales deux à deux, il suit que la somme des résistances, qui se font contre les deux surfaces *ab* et *ac*, *est à* la résistance que supporterait la base entière *bc*, *comme* le carré de la démi-base *bd est au* carré d'un des côtés *ab* ou *ac*. Si donc *bd* était la moitié de *ab*, ce qui arrive lorsque l'angle *bac* est de 60 degrés, ou que le triangle *abc* est *équilatéral*, l'impulsion sur la proue angulaire dans le sens du courant, ne serait que *le quart* de celle, que recevrait la base *bc*.

Les deux faces *ab* et *ac*, outre l'impulsion qu'elles reçoivent dans le sens du courant, éprouvent encore un effort latéral, dans un sens perpendiculaire à *ad* : mais ces deux efforts étant égaux, et directement opposés l'un à l'autre, se détruisent mutuellement, au moins tant que le triangle *abc* a assez de solidité. Sans cette condition, le triangle serait écrasé, et les deux faces *ab* et *ac* seraient poussées l'une contre l'autre. Mais le triangle ne peut être mu ni à droite, ni à gauche, en vertu de cette action latérale.

Ce qu'on vient de dire, nous fait sentir tout l'avantage qu'il y a, de couvrir les piles d'un pont par des *avant-becs* ou *éperons* angulaires, qui divisent le fluide, et affaiblissent le choc, d'autant plus qu'ils sont plus aigus. On donne aussi la même forme anguleuse à tous les corps, qu'on veut faire mouvoir dans

un fluide, afin de diminuer la résistance, qu'ils doivent y rencontrer.

Les surfaces courbes peuvent être considérées comme l'assemblage d'une infinité de petits plans, inclinés les uns aux autres. Ces sortes de surfaces reçoivent donc le choc du fluide sous différens degrés d'obliquité; et le résultat commun de cette multitude de chocs différens, considérés dans un sens déterminé, ne peut être donné que par le calcul. Voyez pour l'impulsion sur les surfaces courbes, la note 20.e On y prouve que l'impulsion contre une demi-circonférence est les *deux tiers* de celle qui se ferait contre le diamètre, qui sert de base à cette demi-circonférence; et que celle que reçoit une demi-sphère, n'est que la *moitié* de celle que recevrait perpendilairement un grand cercle de cette sphère.

Un cylindre placé verticalement au milieu d'un courant, n'a donc à soutenir que les deux tiers de l'effort, que supporterait la section faite par l'axe du cylindre; et c'est pour cette raison que l'on couvre souvent les piles d'un pont avec des demi-cylindres, dont la convexité est opposée au courant. Par ce moyen le choc de l'eau n'est que les deux tiers de ce qu'il eût été contre la pile même de l'arche.

§ 90. A ce qui vient d'être dit, sur la manière d'évaluer le choc oblique des fluides, nous pouvons ajouter la règle suivante, au moyen de laquelle on pourra toujours trouver la valeur de ce choc, considéré dans quelque sens que ce soit, contre une surface plane quelconque. Imaginez un plan perpendiculaire à la direction du courant : cherchez la *projection* de la surface donnée sur ce plan : on entend par-là l'espace que déterminent sur ce plan, les perpendiculaires abaissées de tous les points du contour de cette surface. Cette projection est toujours égale à la surface elle-même, multipliée par le *cosinus* de l'angle qu'elle fait avec le plan imaginé. La projection trouvée, on la multiplie par le *cosinus* d'inclinaison, relative

à la direction supposée, et par le *sinus* de l'angle sous lequel le fluide frappe la surface donnée. Ce produit exprime la valeur du choc du fluide dans le sens supposé (*w'*).

Donnons-en un exemple. Concevons que l'on a placé au milieu d'un courant, et de manière que son axe soit parallèle au fil de l'eau, une pyramide triangulaire régulière, représentée par la figure 137.[e] On veut savoir quel est le rapport des deux impulsions de la part du fluide dans le sens de son mouvement, lorsqu'elle lui présente directement ou sa pointe, ou sa base. Lorsque la pyramide oppose sa pointe au courant, elle lui présente trois plans triangulaires, qui sont également inclinés à la base, et au mouvement du fluide. Si l'on cherche quelle est la projection d'une des faces sur le plan de la base, qui est d'après la supposition, perpendiculaire au courant, on verra de suite qu'elle en est le tiers; puisque les trois faces de la pyramide la recouvrent exactement. D'ailleurs dans le corps que nous considérons, les faces latérales font avec la base un angle, dont le cosinus est le *tiers* du rayon : le rayon étant représenté par l'*unité*, ce cosinus vaudra *un tiers*. La projection des plans latéraux est donc égale au tiers de la surface projetée.

(*w'*) Soit *cd* le plan exposé au choc du fluide, *lk* le sens perpendiculairement auquel on veut estimer la valeur de ce choc. Soit encore *ab* la direction et la vîtesse absolue du fluide: *dc'* sera la projection de *cd* sur un plan perpendiculaire au courant, et *eb* sera la vîtesse relative de ce courant. Or, $ab : eb :: 1 : \sin. bae = abf$, angle d'incidence du fluide, que je désigne par I. Donc $eb = ab \sin. I$. Maintenant menant *ei* et *bi*, l'une perpendiculaire, et l'autre parallèle à *kl*, j'ai *ei* pour mesurer l'effort qui se fait dans le sens demandé. Or, $ei : be :: \cos. bei : 1$. Donc $ei = be \cos. bei$. Mais l'angle *bei* est égal à *ckl*, obliquité du plan *cd* sur le plan *lk*, et que je désigne par O. On a donc $ei = be \cos. O$. Mettant pour *be* sa valeur trouvée plus haut, il vient enfin $ei = ab \sin. I \cos. O$.

Maintenant pour avoir l'impulsion du fluide contre une des faces de la pyramide, dans le sens de son axe, il faut, d'après la règle, multiplier cette projection par le cosinus de l'inclinaison, et par le sinus de l'angle que fait le courant avec les faces de la pyramide. Mais cet angle est tel encore, que son sinus est le tiers du rayon. Or, la projection un tiers, *multipliée* par le cosinus un tiers, et par le sinus, qui est également un tiers, donne pour résultat un 27.me C'est-là la mesure de l'effort que supporte une des faces de la pyramide dans le sens de son axe, en désignant par l'unité celui qu'elle supporterait si elle était directement opposée au courant. Mais la pyramide présente trois faces égales, également inclinées, et recevant par conséquent le même choc. La totalité de l'impulsion reçue par la pyramide, présentant sa pointe au courant, est donc exprimée par la fraction un 9.me, c'est-à-dire qu'elle n'est que la *neuvième* partie de celle que supporterait la base, si elle se présentait directement au choc du fluide ; on aurait obtenu le même résultat plus promptement, dans le cas présent, en *multipliant* simplement l'impulsion sur la base par le carré du sinus de l'angle d'incidence du fluide sur les faces de la pyramide.

La même méthode pourrait servir pour les surfaces courbes : mais il faudrait pour cela les diviser en portions assez petites, et que l'on pût considérer comme des surfaces planes. On chercherait la projection de ces petites surfaces sur un plan perpendiculaire au mouvement du fluide, et l'on multiplierait chaque projection par le carré du sinus de l'angle que fait avec le courant la portion considérée de la surface courbe : la somme de toutes ces résistances partielles serait la résistance totale du fluide dans le sens de son mouvement.

CHAPITRE III.

Examen de la théorie du choc des fluides, comparée avec l'expérience.

§ 91. On a exposé la théorie de la résistance des fluides contre les corps en mouvement, et du choc des fluides contre les corps en repos. Il s'agit à présent de savoir si cette théorie est d'accord avec l'expérience. Or, voici ce qu'on peut conclure de tous les essais, qui ont été tentés à ce sujet par divers savans et physiciens. Nous examinerons successivement chaque partie de la théorie.

1.° *La résistance des milieux et le choc des fluides sont en raison de leur densité.* On n'a pas fait beaucoup d'expériences comparatives, pour reconnaître si cette loi avait exactement son effet. Les seuls milieux dans lesquels les corps se meuvent, les seuls fluides qui agissent sur eux par leur choc, sont l'air et l'eau. L'eau est, ou douce comme celle des fleuves et des lacs, ou salée comme celle de la mer. Cette dernière étant plus pesante, oppose au mouvement une résistance plus grande, ou produit un choc plus considérable. L'air est aussi plus dense ou plus rare, selon la température et la pression qu'il supporte : la résistance qu'il oppose, et l'effort qu'il est capable de faire, varient donc suivant les circonstances. Mais aucune expérience n'a encore donné la mesure précise de cette résistance, et de cet effort, dans les divers états de l'air.

Expérience. On fait voir en physique, que la résistance augmente avec la densité du milieu. On a deux boules de cuivre *a* et *b* (fig. 138.e) de même diamètre, portées par des verges parfaitement égales,

et suspendues aussi librement qu'il est possible. On élève ces deux *pendules* à la même hauteur, et on les abandonne ensuite à eux-mêmes. Lorsqu'ils se meuvent tous les deux dans l'air, leurs oscillations sont de la même durée, et en même nombre. Mais si l'on fait mouvoir l'un de ces deux pendules, dans l'eau, tandis que l'autre exécute son mouvement dans l'air, le premier est bientôt réduit au repos, et le second continue encore long-temps à se mouvoir, après que l'autre est arrêté. Cette expérience apprend donc qu'un fluide qui a plus de densité, oppose plus de résistance au mouvement; ce qui est d'ailleurs assez évident de soi-même: mais elle ne peut servir à donner le rapport de cette résistance avec la densité, à cause des autres obstacles au mouvement, qui se compliquent avec celui-là.

On démontre encore la même vérité avec un mouvement d'horlogerie mu par un *ressort*, et modéré par un *volant*, qui frappe l'air avec ses *ailes*. On observe que le rouage marche bien plus vîte dans un air *raréfié*, que dans l'air *ordinaire*. Mais cette expérience ne peut, pas plus que la précédente, donner un résultat précis.

Cependant tout conduit à croire que la loi concernant les densités, est exacte, au moins lorsqu'on compare des fluides de même espèce, l'eau avec l'eau, l'air avec l'air. Mais il paraît que ce n'est plus la même chose, lorsqu'on compare des fluides de nature différente, un fluide incompressible avec un fluide élastique, l'eau avec l'air.

M. *Mariotte* a trouvé que le choc de l'air était équivalent à celui de l'eau, lorsque la vîtesse du premier fluide était seulement 24 fois aussi grande que celle du dernier. Mais en ayant égard à la loi du carré des vîtesses, une vîtesse 24 fois plus grande ne produit qu'un choc 576 fois plus grand. Ainsi le choc de l'air serait 576 fois moindre que celui de l'eau: mais sa densité moyenne étant 850 fois plus petite

que celle de ce liquide, il s'ensuit que le choc de l'air est plus grand, que celui qui devrait résulter de sa densité. Il est vrai que l'air est compressible et élastique ; et ces propriétés du fluide atmosphérique doivent entrer ici en considération. La compression augmente la densité de l'air : la réaction produite par l'élasticité, accroît aussi l'effet du choc ; de façon qu'on ne doit pas regarder l'expérience de M. *Mariotte* comme opposée à la loi que l'on considère ici, et qui se remarque dans les fluides de la même nature.

2.° *Le choc et la résistance sont en raison des surfaces. Expérience.* On fait encore voir en physique, que la résistance des milieux augmente avec la surface antérieure du mobile. On se sert pour cela de deux moulinets (fig. 139.e), qu'on met en mouvement avec une égale force, et dont l'un frappe l'air avec le tranchant de ses ailes, et l'autre avec leur largeur. Le premier, comme il est aisé de le prévoir, est celui qui se meut le plus vîte, et le plus long-temps. Mais il faut des expériences plus précises.

M. *Bossut* en rapporte quelques-unes, qu'il a faites lui-même, d'où il résulte que la résistance croît en proportion un peu plus grande que la surface du mobile. M. *de Borda* en avait fait auparavant un grand nombre, qui l'avaient conduit au même résultat. Il avait employé pour les faire, une machine composée 1.° d'un arbre horizontal, parfaitement mobile sur ses appuis ; 2.° d'une verge de métal qui traversait l'arbre, et portait à ses extrémités les différentes surfaces, que l'on voulait exposer au choc de l'air ; 3.° d'une bobine enfilée et fixée au même arbre, et sur laquelle se roulait une corde, où était attaché un poids plus ou moins considérable. Ce poids, abandonné à lui-même, faisait tourner le volant, et l'on jugeait de la vîtesse du mouvement, et par conséquent de la résistance que l'air avait opposée, par le temps que le poids mettait à descendre d'une hauteur donnée. Dans des expériences nombreuses faites avec cette machine, la

résistance de l'air a toujours paru augmenter en plus grande raison, que l'étendue des surfaces, qui frappaient le fluide. Mais l'élasticité de l'air, et sur-tout le mouvement de rotation, ont dû avoir quelque influence dans les résultats ; de sorte que l'on peut toujours, malgré cela, considérer la résistance et le choc directs, comme proportionnels aux surfaces, ainsi que le veut la théorie.

3.° *Le choc et la résistance des fluides croissent comme le carré de la vîtesse.* Tous les faits connus prouvent que la résistance des fluides augmente en plus grande proportion que la vîtesse. Un corps qui tombe d'une grande hauteur, devrait accélérer son mouvement de plus en plus. Cependant il parvient bientôt à un mouvement uniforme, sur-tout si son volume est un peu considérable relativement à son poids; parce que la résistance de l'air, qui va aussi en croissant, mais en plus grande raison, est bientôt en état de faire équilibre aux nouveaux degrés de vîtesse, que la pesanteur lui communique à chaque instant. Un corps lancé obliquement contre l'eau, et avec une force médiocre, entre dans ce fluide, mais en perdant une partie de sa vîtesse. S'il est lancé avec une force plus grande, il éprouve une résistance plus considérable, et perd beaucoup plus de son mouvement. Il pourra même arriver, si sa vîtesse est assez grande, qu'il perde tout son mouvement; et qu'il rejaillisse, l'eau lui opposant alors autant de résistance que le ferait un corps solide. On a vu des balles de mousquet tirées contre l'eau, s'aplatir, et même se mettre en pièces à la surface de ce liquide. La résistance des fluides augmente donc avec la vîtesse du mobile; et des expériences plus précises ont fait connaître, qu'elle augmentait justement comme le carré de la vîtesse.

M. *Bossut* a mesuré l'impulsion de l'eau par le moyen d'une balance, dont le fléau portait à une de ses extrémités une plaque de métal. C'est contre cette plaque que se faisait le chóc; et l'on mettait dans

le bassin qui était à l'autre extrémité, les poids nécessaires pour maintenir le fléau dans une position horizontale : ces poids exprimaient donc l'intensité du choc. Le fluide était contenu dans un vase, placé verticalement au-dessus de la plaque de métal, et entretenu plein à une certaine hauteur. En faisant varier cette hauteur, on faisait varier la vîtesse du fluide sortant, et par conséquent la vîtesse du choc. Or, M. *Bossut* a trouvé, que les poids nécessaires pour l'équilibre étaient en raison des hauteurs du fluide dans le vase ; ce qui revient aux carrés des vîtesses. Les expériences de M. *de Borda* ont donné le même résultat ; de façon qu'on doit regarder comme une chose constante, que la résistance des milieux, et l'impulsion des fluides croissent en raison du carré de la vîtesse.

4.° *Dans le choc oblique, l'impulsion diminue comme le carré du sinus de l'angle d'incidence.* M. *Bossut*, au moyen du même appareil, a mesuré l'intensité du choc oblique. En inclinant le fléau de sa balance, l'eau qui s'échappait du vase par l'ouverture pratiquée à son fond, venait frapper *obliquement* la plaque de métal, et les poids nécessaires pour maintenir le fléau dans cette position, donnaient évidemment la valeur du choc oblique. Or, M. *Bossut* a trouvé constamment, que ces poids étaient un peu plus petits, que ceux qui auraient été nécessaires, d'après la théorie, et d'autant plus que le fléau avait plus d'obliquité. On peut apercevoir la raison de cette différence. Dans le choc perpendiculaire, les molécules, obligées de se détourner davantage, pressent un peu l'obstacle par leur poids. Dans le choc oblique, elles s'échappent avec plus de facilité, et exercent ainsi une moindre pression. Le choc oblique diminuera donc en plus grande raison, que le carré du sinus de l'angle d'incidence.

Les expériences de M. *de Borda* ont donné un résultat opposé. Le choc oblique a paru constamment

diminuer en moindre raison que le carré du sinus d'obliquité. Il est arrivé même que la résistance a augmenté dans des circonstances, où la théorie indiquait une diminution. Il est vrai que dans ces expériences, les surfaces exposées au choc du fluide, qui était l'air, ayant un mouvement de rotation, devaient communiquer un mouvement semblable à ce fluide; ce qui ne pouvait manquer d'augmenter la résistance qu'elles éprouvaient. Des expériences semblables, faites dans l'eau, ont aussi donné des résultats opposés au principe établi, et sans doute pour la même raison. Les expériences de M. *Bossut*, quoique faites en petit, méritent plus de confiance, parce qu'elles n'étaient compliquées ni par le frottement, ni par aucun mouvement de rotation, et qu'elles donnaient d'une manière plus directe la valeur absolue du choc. Celles-ci, comme on vient de voir, ont offert des résultats, qui s'éloignent peu des résultats théoriques.

Les surfaces courbes pouvant être considérées comme composées de petits plans inclinés les uns aux autres, le choc, sur ces sortes de surfaces, rentre dans le choc oblique. Ici l'expérience a fait connaître, que la résistance qu'éprouvent par le fait les surfaces courbes, est moindre que celle indiquée par la théorie. M. *de Borda* a trouvé, que la résistance de la sphère n'était que les 2 cinquièmes de celle de son grand cercle, au lieu d'en être la *moitié*, comme on l'a dit plus haut. Cependant il n'est pas encore bien démontré que la théorie soit fautive à cet égard.

5.° *La résistance et le choc directs d'un fluide sont équivalens au poids d'un prisme du fluide, dont la base est égale à la surface choquée, et dont la hauteur est le double de celle due à la vîtesse du fluide, ou du mobile.* C'est-là ce que la théorie nous a appris. Quelques auteurs cependant ont

fait cette résistance *moitié moindre.* M. *Bossut* conclut de ses propres expériences, que ce dernier sentiment est entièrement erronné, et que le principe que nous avons établi, s'éloigne fort peu de la vérité. Il observe toutefois, que lorsque la plaque de métal qui recevait le choc de l'eau, était fort près de l'ouverture par où l'eau s'échappait, le choc était simplement égal au poids de la colonne liquide : mais que lorsqu'elle en était à quelque distance, comme à un pouce environ, alors l'eau pouvant acquérir toute la plénitude de sa vîtesse, le choc du fluide devenait à-peu-près double, et tel que l'exige la théorie.

D'un autre côté, M. *de Borda* ayant fait mouvoir dans l'eau un cube de bois, a trouvé que la résistance n'excédait guère celle qui est due à la simple hauteur ; et M. *Bouguer*, dans la table qu'il donne de la valeur absolue du choc de l'eau, le fait pareillement dépendre de la simple hauteur due à la vîtesse du fluide. Il y a donc ici quelque chose qui n'est pas suffisamment éclairci, et qui est la cause de la discordance observée, soit entre l'expérience et la théorie, soit entre les résultats des expériences elles-mêmes.

§ 92. En établissant la théorie du choc des fluides, on s'est représenté ces fluides comme composés de molécules, toutes indépendantes les unes des autres, n'exerçant entr'elles aucune action réciproque, pouvant céder sur-le-champ, et séparément au mouvement qui leur est imprimé, ou faisant chacune leur impression à part, et se retirant subitement pour permettre aux molécules suivantes de faire leur choc à leur tour, ou de recevoir le choc du mobile. Or, les choses ne sont point ainsi dans la réalité. Quelle que soit la mobilité de l'eau et de l'air même, les molécules de ces fluides ne peuvent recevoir, que dans un temps fini, un mouvement quelconque, comme elles ne peuvent aussi communiquer leur mouvement

qu'au bout d'un temps pareillement fini. D'un autre côté, leurs molécules ont entr'elles une adhérence plus ou moins marquée, et n'ont pas cet isolement, cette indépendance supposée : elles sont jusqu'à un certain point entraînées ou retardées les unes par les autres. Enfin, il est évident que celles qui ont fait leur choc, ne peuvent pas s'anéantir subitement, pour faire place à celles qui les suivent, et qu'elles doivent, dans leur retraite, gêner plus ou moins l'action de celles-ci.

D'un autre côté, on a supposé, comme une chose évidente par elle-même, que la résistance qu'un fluide oppose à un corps en mouvement, est égale à l'impulsion de ce même fluide contre le corps en repos. Cependant la chose n'est peut-être pas complétement prouvée ; et s'il y a quelque différence réelle dans ces deux manières d'agir des fluides, ne serait-ce pas là la raison pour laquelle les expériences faites sur cet objet, se sont trouvées si peu d'accord entr'elles, et ont présenté des résultats si différens ?

Il est certainement bien difficile de se faire une idée juste et complète, de la manière dont les fluides en mouvement agissent contre les obstacles qu'ils rencontrent, et de l'espèce de résistance, qu'ils opposent aux corps en mouvement. Quelques-uns ont voulu tout réduire à une simple *pression :* ils ont considéré que le corps, placé d'abord au milieu d'un fluide en repos, éprouve sur toute sa surface une pression, qu'on a enseigné à mesurer dans la première partie de ce Traité. Si l'on suppose ensuite que ce fluide se met en mouvement dans un sens quelconque, ce sera encore, dit-on, une pression que le corps éprouvera : mais cette pression sera plus grande sur la face qui est opposée au mouvement, et plus petite sur toutes les autres faces ; et le corps, en vertu de cette inégalité de pression, tendra lui-même à se mettre en mouvement.

Cependant, outre la pression, il y a encore ici une *force vive* à considérer : car le fluide épuise contre l'obstacle une partie de sa vîtesse. Cette vîtesse perdue passe, ou tend à passer dans le corps choqué ; et c'est, comme l'a fait M. d'*Alembert*, en comparant la vîtesse primitive du fluide avec la vîtesse restante, que l'on peut trouver l'intensité de son impulsion, ou la quantité de mouvement, que l'action du fluide tend à communiquer à l'obstacle.

Daniel Bernoulli envisage la manière d'agir des fluides en mouvement, sous un autre point de vue. Il considère les différens filets qui composent la veine fluide, comme changeant de direction à la rencontre de l'obstacle, et acquérant ainsi une certaine force *centrifuge*, qui s'ajoute à leur force primitive. C'est en vertu de ces deux forces que le fluide presse l'obstacle, et qu'il tend à lui communiquer une certaine quantité de mouvement.

Euler adopte le principe de M. d'*Alembert*, et mesure aussi le choc par la perte de vîtesse. Mais il y ajoute quelques considérations qui se rapprochent de celui de *Bernoulli*, en ce qui concerne la force centrifuge résultante du changement de direction. Mais quelque justes que soient les principes établis par ces illustres savans, et quoique les bases de la théorie ordinaire paraissent exposées à quelques difficultés, il convient néanmoins de s'en tenir fidèlement à cette théorie ; d'autant plus que les résultats des expériences s'en rapprochent beaucoup, comme on a déjà vu, et qu'on les y trouve même tout-à-fait conformes, lorsqu'on les examine attentivement, et qu'on les discute avec soin.

En effet, les trois premières règles concernant la *densité* du fluide, sa *vîtesse*, et l'*étendue de la surface choquée*, ont été à-peu-près complétement confirmées par l'expérience. Les fluides étant de même nature, le choc a toujours paru suivre la raison des densités. On l'a aussi trouvé constamment propor-

tionnel au carré de la vîtesse; et enfin, si quelques expériences ont donné à croire, que le choc augmentait en plus grande raison que la surface, d'autres expériences ont fait voir, qu'il en suivait assez exactement le rapport; de façon qu'il ne paraît pas qu'il y ait à cet égard rien à changer à la théorie.

Reste la quatrième règle, qui concerne la *valeur absolue* du choc direct. C'est ici où les auteurs diffèrent le plus entr'eux, parce que les expériences ont été faites de diverses manières, et que les résultats ont dû varier suivant les méthodes qu'on a employées. Quelques circonstances négligées ont pu avoir aussi une influence importante sur ces résultats.

§ 93. *Bélidor* veut que le choc direct d'un fluide soit égal au poids d'un prisme de ce fluide, ayant pour base la surface choquée, et pour hauteur la simple hauteur due à la vîtesse du fluide. Voici le raisonnement sur lequel il se fonde. Supposons le fluide contenu dans un vase, dont la hauteur est désignée par H : que le fond du vase soit percé d'un orifice, dont l'aire est appelée A. Il est clair qu'il sortira de ce vase dans un temps donné, une colonne de fluide d'un diamètre égal à celui de l'orifice, et d'une longueur dépendante de la vîtesse de sortie. Or, cette vîtesse est proportionnelle à la racine carrée de la hauteur H. Donc, dit *Bélidor*, la colonne écoulée sera égale à A *multipliant* la racine de H, ce qui s'exprime ainsi $A\sqrt{H}$. Mais le fluide sortant étant animé de cette même vîtesse, il faut pour avoir l'effort qu'il est capable de faire, ou pour avoir la valeur du choc, multiplier la longueur de la colonne sortie, par la même racine de H. Le choc du fluide sera donc exprimé par le produit AH; c'est-à-dire, qu'il sera égal au poids d'une colonne de fluide, dont A serait la base, et H la hauteur.

Mais si cette évaluation était juste, il s'ensuivrait, que le choc des fluides ne différerait pas de la pression : car AH exprime aussi la pression,

qui se fait sur l'aire de l'orifice, lorsque le fluide est en repos, et qu'il n'y a point de vîtesse produite. Il n'y aurait donc point de différence entre une force *vive*, et une force *morte*, ce qui ne saurait être. La manière dont *Bélidor* trouve la valeur du choc direct des fluides, renferme donc quelque erreur.

La longueur de la colonne écoulée par l'orifice, est bien proportionnelle à la racine carrée de la hauteur : mais elle n'est point exprimée par cette racine carrée. Il en est de même de la vîtesse du fluide sortant : on ne peut pas dire que cette vîtesse soit égale à $\sqrt{H}$. Ainsi l'expression trouvée par *Bélidor*, ne peut pas donner la valeur du choc du fluide. En désignant la vîtesse par V, on peut dire avec plus de raison, que la longueur de la colonne fluide sortie à chaque instant, est exprimée par A multipliant V, ou AV; et comme toutes les tranches fluides dont elle est composée, agissent contre l'obstacle avec la vîtesse V, leur action peut être assimilée à celle d'un corps solide de même masse, et mu avec la même vîtesse. Donc le choc du fluide aura pour expression AV *multipliant* V, ou AV^2.

Toute force vive pouvant être contre-balancée par un poids, il sera facile de trouver un poids équivalent à cette impulsion du fluide. Pour cet effet, il faut chercher la vîtesse en *fonction* de la hauteur H. Or, la proportion connue : racine de 49 *est à* racine de H, exprimée en décimètres, *comme* 98 *est à* la vîtesse V, donne cette vîtesse égale à racine de 2 H *multipliant* 98. Ce nombre 98 exprime, comme on sait, la vîtesse que la pesanteur communique à un corps, qui est tombé librement d'une hauteur de 49 décimètres. Si l'on fait cette vîtesse égale à *l'unité*, on aura la vîtesse du fluide à l'orifice, égale à la racine de 2H; et par conséquent le carré de cette vîtesse, ou V^2 est égal à 2H. L'expression du choc du fluide, qu'on a trouvée égale à AV^2, se changera ainsi en 2AH. Le choc d'un fluide contre une surface A, sera donc équivalent

équivalent au poids d'un prisme de fluide, qui aurait cette surface pour base, et dont la hauteur serait le double de celle due à la vîtesse du fluide. Cette valeur est visiblement le double de celle donnée par *Bélidor*. Il s'agira de savoir si ce résultat est d'accord avec l'expérience.

Bélidor calcule, d'après son principe, que nous venons d'examiner, une longue table, où il donne la valeur du choc de l'eau, contre une surface plane d'un pied carré, pour toutes les vîtesses du fluide, depuis un pouce de vîtesse par seconde, jusqu'à 30 pieds. Mais il ne paraît pas qu'il ait fait aucune expérience à ce sujet, pas même pour vérifier son principe.

§94. M. *Bouguer*, dans son *Traité du navire*, établit que l'eau de mer, ayant *un pied* de vîtesse par seconde, fait contre une surface plane d'*un pied carré*, un effort de 23 onces. Le même auteur, dans sa *manœuvre des vaisseaux*, donne une table des valeurs du choc de l'eau, mue avec différens degrés de vîtesse, toujours contre une surface plane d'un pied carré. Pour une vîtesse d'*un pied* par seconde, cette table ne donne qu'un choc de 19 onces. Elle n'est donc point d'accord avec l'évaluation qu'on trouve dans le Traité *du navire;* et l'écart est trop grand, pour qu'on puisse soupçonner, qu'il vient de la différence qui existe entre les pesanteurs spécifiques de l'eau douce, et de l'eau de mer. Le résultat donné par ce dernier ouvrage, paraît fondé sur quelque expérience; et c'est en l'adoptant, que *Bézout* trouve, que le choc des fluides est dû, non à la simple hauteur, mais aux 8 cinquièmes de cette hauteur. Quant à la table contenue dans l'autre ouvrage, il paraît qu'elle a été tout simplement calculée comme celle de *Bélidor*, et en partant du même principe. Seulement les valeurs se trouvent un peu plus fortes, sans doute parce qu'on y considère l'eau de mer, et non pas l'eau douce.

L'expérience a donné à M. *Bouguer* une valeur du choc, qui ne dépend que des 8 cinquièmes de la hauteur due à la vîtesse. Mais il paraît que l'expérience a été faite, non en exposant une surface au choc de l'eau en mouvement, mais en faisant mouvoir la surface dans le fluide en repos. Or, quoiqu'au premier coup d'œil, l'effet semble devoir être le même, cependant on peut soupçonner qu'il y a quelque différence dans les deux cas ; et l'expérience a effectivement appris, que la résistance qu'un fluide oppose à un corps en mouvement, est ordinairement moindre que le choc du fluide contre la même surface supposée en repos. D'ailleurs, d'autres expériences ont donné d'autres résultats. On ne peut donc pas partir de celle de M. *Bouguer*, pour évaluer le choc des fluides.

§ 95. M. *Dubuat* a fait un grand nombre d'expériences sur le choc de l'eau. Il a employé pour cela un appareil semblable au tube recourbé, avec lequel *Pitot* mesurait la vîtesse d'une eau courante, et le *sillage* d'un navire. C'était une large boîte de fer-blanc, ayant peu d'épaisseur, et présentant au courant une surface percée d'un grand nombre de petits trous, par lesquels le fluide s'introduisait dans la boîte, pour s'élever dans l'intérieur d'un tuyau de verre, dont cette boîte était surmontée. *Dubuat* déterminait l'intensité du choc de l'eau, par la hauteur où l'eau parvenait dans le tube. Or, quand tous les trous étaient ouverts, l'eau s'élevait d'une quantité justement égale à la hauteur due à la vîtesse du courant. Donc l'impulsion d'un fluide en mouvement ne doit, suivant cet auteur, s'estimer que d'après la simple hauteur due à la vîtesse.

La méthode employée par *Dubuat* ne pouvait lui faire connaître que la vîtesse du fluide, et non sa force impulsive. En effet, la colonne élevée dans le tuyau vertical, réagissait contre le courant avec la même force qu'elle était poussée : elle était capable

de produire le même effort que lui, puisqu'elle avait *virtuellement* la même vîtesse. Le courant, et la colonne fluide contenue dans le tube, se contre-balançaient mutuellement : c'étaient deux forces en équilibre, de la même espèce, et dont l'une ne pouvait servir à faire connaître l'autre. Une colonne de liqueur exerçant sa pression contre les parois d'un vase, ou contre un obstacle immobile, est une force *morte*, et qui s'estime simplement d'après la base et la hauteur : mais la même colonne de liqueur agissant contre un fluide, ou contre une surface mobile, et soutenue par un fluide, est une force vive, dans l'estimation de laquelle doit entrer la vîtesse.

Ces expériences de *Dubuat* n'étaient donc pas propres à lui faire connaître toute l'intensité du choc de l'eau contre la surface qui lui est opposée ; et l'auteur lui-même l'a bien senti. Il observe en effet, que si un plan vertical, plongé dans un fluide en repos, éprouve sur ses deux surfaces des pressions égales, et qui se font mutuellement équilibre, ce n'est plus la même chose lorsque le fluide est en mouvement. Alors la surface, qui se présente directement au courant, supporte une augmentation de pression, tandis que la surface opposée est, au contraire, moins pressée. L'effort que le plan doit soutenir, se compose donc, et d'une pression antérieure, devenue plus grande, et d'une *non-pression*, dont la surface postérieure se trouve déchargée.

Pour connaître la quantité de cette *non-pression*, *Dubuat* tourne son appareil du côté d'*aval*, et il trouve que l'eau, dans l'intérieur du tube, se tient d'une certaine quantité au-dessous du niveau. Cet abaissement lui donne la quantité dont la pression est diminuée contre la surface postérieure du plan. En l'ajoutant à l'augmentation de pression qui a lieu contre la surface antérieure, il a la totalité de l'effort supporté par le plan. Cet effort, quand le plan a fort peu d'épaisseur, est trouvé, par ce moyen, égal au

poids d'un prisme d'eau, qui aurait pour base le plan choqué, et pour hauteur plus des 9 cinquièmes de la hauteur due à la vîtesse du courant. Ainsi, quoique la méthode de l'auteur soit défectueuse, son dernier résultat, néanmoins, n'est pas fort éloigné de celui qui est donné par la théorie reçue. Passons à d'autres expériences.

§ 96. On a vu comment M. *Bossut* mesurait le choc de l'eau. En déterminant la vîtesse du fluide conformément à d'autres expériences, il a trouvé, comme on a dit, que la valeur absolue du choc dépend, à très-peu près, du double de la hauteur due à la vîtesse du fluide. La méthode employée par cet illustre savant, est plus directe qu'aucune de celles pratiquées par les autres auteurs. C'est un jet de fluide qui vient frapper un obstacle mobile, et qu'on tient en équilibre au moyen d'un contre-poids suffisant. Ce contre-poids donne donc directement la valeur du choc de l'eau, qui n'est ainsi compliqué, ni contrarié par rien. Mais comme ici le jet du fluide est isolé; qu'il est d'un diamètre plus petit que la surface choquée, et qu'il n'y a derrière cette surface aucune portion de fluide qui puisse la soutenir; on pourrait demander, si l'impulsion d'un courant contre une surface plongée au milieu de ce courant, peut et doit être évaluée de la même manière.

D'abord, le choc ne dépendant évidemment que de la masse et de la vîtesse du fluide qui heurte l'obstacle, on voit que le fluide *ambiant* ne peut pas empêcher que le choc ne se compose toujours de ces deux élémens, et qu'il ne doive être encore évalué conformément à l'expérience de M. *Bossut*. Mais si l'on veut que le fluide du côté d'*aval* soutienne en partie le corps plongé, le fluide du côté d'*amont* exercera en sens contraire une pression équivalente; ce qui les rendra nulles l'une et l'autre, pour l'effet du choc. D'où il suit qu'un plan plongé au milieu d'un courant, éprouve de la part du fluide une im-

pression égale à celle qu'il éprouverait, si, étant isolé, le fluide venait le frapper avec la même vîtesse. Par conséquent, l'impulsion directe de l'eau est, dans toutes les circonstances, équivalente au poids d'un prisme d'eau, dont la base et la hauteur sont telles qu'on l'a établi plus haut.

S'il pouvait rester quelques doutes à ce sujet, ces doutes seraient bientôt levés, par l'examen des résultats que M. *Bossut* a obtenus dans ses expériences sur les roues, qui sont mues par l'impulsion de l'eau. Ces expériences ont été faites avec le plus grand soin, et le savant auteur à qui elles sont dues, y a mis toute l'exactitude et toute la précision possibles. Parmi ces expériences, celles qui ont été faites sur un large courant, où l'eau avait toute liberté pour se mouvoir, et où rien ne contrariait son action, sont bien propres à servir de base pour l'évaluation de la force impulsive de l'eau. Or, si l'on calcule cette impulsion d'après la théorie que nous avons adoptée, et que l'on compare les résultats du calcul avec ceux que l'expérience a fournis, on y remarquera l'accord le plus satisfaisant, et l'on ne pourra pas s'empêcher d'en conclure que cette théorie mérite toute confiance. Ainsi donc, dans les fluides en mouvement, dont l'action est parfaitement libre, et n'est gênée en rien, le choc est égal à *la surface choquée, multipliée par le double de la hauteur due à la vîtesse du fluide.* Il ne paraît donc pas que pour le choc *direct*, il y ait rien à changer dans la théorie que nous avons exposée.

§ 97. Il resterait à examiner si la résistance, qu'un fluide oppose à un corps en mouvement, doit s'évaluer de la même manière que l'impulsion de ce fluide contre un corps en repos. D'abord il est évident que la résistance des fluides doit augmenter avec la densité du fluide, avec l'étendue de la surface antérieure du mobile, et qu'elle ne peut aussi manquer d'être proportionnelle au carré de la vîtesse. L'expérience a

également confirmé ces trois règles. Mais quelle est la valeur absolue de cette résistance ? Ici les résultats effectifs s'éloignent des résultats théoriques, et la valeur de la résistance des fluides a été souvent trouvée différente de celle de leur choc. La manière dont les molécules fluides reçoivent le mouvement que le corps peut leur imprimer, ne paraît pas être la même, que celle dont l'obstacle reçoit ce même mouvement de la part du fluide ; et peut-être trouverait-on dans un examen plus approfondi de la constitution des fluides, la cause de cette différence.

Ce qu'il y a de certain, c'est qu'un corps mu dans un fluide *indéfini* et en repos, a toujours paru éprouver une résistance, qui ne dépendait que de la simple hauteur due à la vîtesse du mobile. M. *Bossut* a trouvé, que la résistance de l'eau contre une surface d'un pied carré, et pour une vîtesse d'un pied par seconde, était de $18\frac{2}{3}$ onces, lorsque le fluide n'étant gêné par aucun obstacle, avait toute liberté pour se jeter promptement dans le vide, que le corps laissait derrière lui. Mais dans un canal étroit et peu profond, la résistance s'est trouvée double de celle-là, et par conséquent elle est alors dépendante de la double hauteur. L'on peut voir ici une différence remarquable entre la résistance des fluides et leur impulsion : car, d'après des expériences sur les *roues à aubes*, faites par M. *Bossut*, dans un canal tel qu'on vient de dire, il s'est trouvé que l'impulsion du fluide a été moindre, que celle qui a eu lieu dans un large canal, où l'eau n'était gênée par rien, tandis que la résistance, au contraire, a été plus grande dans le premier cas que dans le second.

Les expériences de *Dubuat* confirment cette différence entre la résistance et l'impulsion des fluides. Il a exposé au choc d'un courant, ayant 36 pouces de vîtesse par seconde, une surface mince d'un pied carré ; et en employant une balance pour mesurer le choc de l'eau, il a trouvé qu'il fallait un poids de

19 ½ livres pour la tenir en équilibre contre le courant. Faisant ensuite mouvoir cette même surface dans une eau tranquille, avec la même vitesse de 36 pouces par seconde, il a trouvé pour la résistance de l'eau, 14,9 livres seulement. Ces résultats ne sont peut-être pas tels qu'ils puissent servir de base pour établir des calculs : mais ils suffisent pour prouver que la résistance qu'un fluide oppose au mouvement d'un mobile, n'est pas tout-à-fait la même que celle que celui-ci oppose au mouvement du fluide. Au reste, toutes les expériences ont fait voir que la résistance devient moindre, lorsque le corps a plus d'épaisseur, et que le fluide n'est pas forcé de se replier aussi brusquement derrière la surface postérieure de ce corps.

§ 98. Il résulte de tout ce qu'on vient de voir, 1.° que pour ce qui concerne le choc direct des fluides, au moins lorsque le fluide est *indéfini*, on doit s'en tenir avec confiance à la théorie ci-dessus, qui est aussi généralement reçue aujourd'hui. 2.° Que pour le choc oblique, et contre les surfaces courbes, on n'a encore rien de mieux que cette même théorie, quoiqu'on puisse, dans quelque cas, la modifier, d'après des expériences particulières. 3.° Enfin, que pour la résistance des fluides, il convient encore de s'en tenir à cette théorie, rectifiée par les dernières expériences de M. *Bossut*, dont on a fait connaître les résultats principaux.

On s'est beaucoup étendu sur ce qui regarde la résistance et le choc des fluides, par la raison que cet objet est de la plus grande importance. En effet, il y a un grand nombre de constructions, qui ont à supporter continuellement le choc du fluide au milieu duquel elles se trouvent placées. Une foule de machines reçoivent leur mouvement de l'impulsion d'une eau courante, ou d'un air rapidement entraîné. D'autres, en même temps qu'elles sont mues par un fluide, ont encore à vaincre la résistance qu'un autre fluide leur oppose. Dans tous ces cas, il est nécessaire de

savoir trouver quel est l'effort, qu'un fluide d'une densité connue, et mu avec une vîtesse pareillement donnée, est capable de faire contre une surface dont les dimensions sont connues. S'il est question, par exemple, de construire un pont sur une rivière, il est évident que les piles des arches doivent avoir une forme, qui donne prise le moins possible à l'impulsion de l'eau : on a vu plus haut, qu'un prisme triangulaire présentant son angle aigu au courant, ou un demi-cylindre vertical qui lui oppose sa convexité, étaient les formes les plus convenables pour cet objet. S'il faut, au contraire, employer l'action du fluide pour donner du mouvement à une machine, on présentera à son action les surfaces qui peuvent la recevoir avec plus d'avantage. Ces surfaces seront donc, ou planes, comme les *ailes* d'une roue de moulin, ou un peu concaves, comme les voiles d'un navire. On les disposera, en outre, dans un plan perpendiculaire à la direction du courant, pour qu'elles reçoivent toute la vîtesse, qu'il est capable de leur communiquer. Cependant nous observerons que cette disposition n'est pas toujours la meilleure, et qu'il peut même se faire, qu'elle ne convienne pas du tout. Ainsi un navire peut marcher plus vîte quand les voiles reçoivent le vent obliquement ; et les ailes d'un moulin à vent ne sauraient être placées perpendiculairement à la direction du vent.

Si un corps est en mouvement au milieu d'un fluide, pour qu'il éprouve de la part de ce fluide la moindre résistance possible, on donnera une forme anguleuse ou arrondie à toutes ses parties antérieures : on diminuera, autant qu'il sera possible, les dimensions perpendiculaires à la direction du mouvement, et l'on aura soin d'alonger aussi, et d'arrondir les parties postérieures. Ainsi, on donne aux navires, aux bateaux, une forme alongée ; on arondit leurs flancs, et on leur donne une proue anguleuse. Pour diriger un navire, et pouvoir lui imprimer divers

mouvemens, on fixe sur l'arrière, et par-dessous, une pièce large et plane, qui, pouvant s'incliner de diverses manières, et éprouvant de la part de l'eau une grande résistance, communique ainsi au navire des mouvemens en sens contraire, et fait varier sa direction, ou la maintient la même, suivant les circonstances. C'est ce qu'on appelle *le gouvernail.* Dans la navigation des rivières, le gouvernail, qui n'est souvent qu'une grande rame, sert aussi à recevoir obliquement l'impulsion de l'eau, et à tenir le bateau dans une direction déterminée.

CHAPITRE IV.

Des Différentes manières d'employer l'action de l'eau.

NOUS ne nous arrêterons pas à examiner ici toutes les circonstances, où l'industrie de l'homme s'applique à combattre la résistance des fluides, et celles où il sait la faire servir à l'exécution de ses desseins. Nous nous contenterons de rechercher quelle est la meilleure manière d'employer l'action de l'eau pour faire mouvoir une machine.

§ 99. Les corps qui sont mus par un fluide en mouvement, ne peuvent pas prendre, dans le sens du mouvement du fluide, plus de vîtesse que n'en a le fluide lui-même. C'est-là une chose évidente. Ils ne peuvent pas même prendre toute cette vîtesse : car alors l'impulsion du fluide cesserait de se faire sentir; et comme il n'y a pas de mouvement que divers obstacles ne tendent continuellement à affaiblir, cette vîtesse diminuerait bientôt, et le corps serait de nouveau soumis à l'impulsion du fluide. On fait abstraction ici de ces corps légers qui se trouvent entraînés

par un courant, et qui en font pour ainsi dire partie. Ceux-là prennent toute la vîtesse du fluide, et peuvent servir, comme on a vu, à mesurer cette vîtesse. A l'exception de ce cas particulier, on peut dire en général, que les machines qui sont mues par l'action de quelque fluide, ne prennent jamais qu'une partie de la vîtesse du fluide. Un vaisseau à la voile, qui a le vent en poupe, ne peut donc pas aller aussi vîte que le vent, parce que l'eau lui fait obstacle, et diminue sans cesse la vîtesse que le vent travaille à lui communiquer. Il est néanmoins des cas où un navire peut aller plus vîte que le vent qui le pousse, mais dans une direction différente de celle du vent : et la chose se concevra aisément, si l'on suppose que le navire ayant d'abord pris, dans le sens du vent, toute la vîtesse que cette force pouvait lui imprimer, sa route vienne à s'incliner à celle du vent : il est visible que dans ce cas, le vent aura de nouveau prise sur la voile, et qu'il augmentera la vîtesse du mobile. En continuant de même, il est facile de sentir que la vîtesse absolue du navire pourra devenir plus grande que celle du fluide, qui est la cause de son mouvement : mais cette vîtesse sera le résultat d'un certain nombre d'impulsions successives, et faites dans des sens différens ; et en examinant ce cas avec attention, on reconnaîtra aisément qu'on ne peut pas en conclure, que l'effet soit ici plus grand que la cause à qui il est dû.

Il est évident qu'aucune disposition particulière, aucune combinaison de moyens, ne peut rendre l'*effet* supérieur à la *cause*. Il y a plus : dans toute machine, une partie de la *force* est constamment absorbée par divers obstacles, et par conséquent perdue pour l'effet désiré. Il suit de-là, que l'*intensité* de cet effet est toujours inférieure à la cause agissante ; et l'habileté du mécanicien consiste principalement à diminuer cette perte, autant qu'il se peut, sans nuire à la solidité de la machine, et à la certitude du résultat.

Outre cette perte nécessaire, inévitable, et qui est plus ou moins grande, suivant les circonstances, il s'en fait souvent d'autres qui sont, pour ainsi dire, *volontaires*, qui ne servent absolument de rien, et qui sont même nuisibles. Celles-ci viennent ou d'ignorance, ou d'un défaut d'attention : ou la manière d'agir de la puissance n'est pas assez bien connue, ou une partie de son action se perd inutilement, ou se nuit à elle-même, parce qu'elle est mal dirigée ; ou cette puissance est tellement supérieure à l'effet qu'on veut obtenir, qu'on ne craint pas d'en laisser perdre une partie et de la prodiguer. Mais il y a une foule de circonstances où cette prodigalité est funeste ; et il arrive souvent que les moyens étant bornés, il faut savoir les ménager, et en tirer le plus grand avantage possible. Voyons donc comment on peut faire usage de l'action d'une eau courante.

L'action de l'eau peut s'exercer de trois manières différentes : 1.° par le *choc*, lorsqu'on présente à une eau courante une surface qu'elle vient heurter ; 2.° par son *poids*, lorsqu'elle est reçue dans des *augets* fixés à la circonférence d'une roue ; 3.° par sa *réaction*, lorsqu'elle s'échappe de la circonférence d'un vase suspendu librement, ou mobile autour d'un axe. Cette dernière manière d'agir de l'eau est moins connue que les deux autres, et n'a été mise, à ma connaissance, qu'une fois en usage. On peut encore faire concourir l'action impulsive de l'eau avec son poids ; mais de toutes ces diverses manières, chacune est préférable, suivant les circonstances ; et la plus avantageuse est celle qui donne le plus grand résultat avec la moindre dépense de force. Ce sera donc aussi celle qu'il faudra préférer, lorsqu'on sera le maître de choisir. Cherchons donc quelle est la mesure de l'effort, que l'eau est capable de faire dans ses différentes manières d'agir.

CHAPITRE V.

De l'action impulsive de l'eau. Théorie des roues à aubes.

Les machines qui sont mues par l'impulsion de l'eau, reçoivent d'ordinaire leur mouvement d'une roue, dont la circonférence est garnie d'*aubes* ou *ailes* (fig. 140.e) : on appelle ainsi des surfaces planes de peu d'épaisseur, d'une forme rectangulaire, et dont le plan prolongé passe ordinairement par l'*axe* de la roue. Ces surfaces, plus larges que hautes, sont également *espacées*, et assez écartées de l'*arbre* de la roue, pour que la puissance agisse par un *bras de lévier* plus long ; et on ne leur donne de hauteur que ce qui doit être plongé dans l'eau, afin de rendre la roue plus légère, et de diminuer la résistance de l'air. (Note 21.e)

Dans une roue telle qu'on vient de la décrire, il faut déterminer, 1.° quel est le nombre d'ailes le plus avantageux ; 2.° quelle est la vîtesse qu'elle doit prendre pour que l'effet soit le plus grand possible ; 3.° quelle est la valeur absolue de ce plus grand effet.

§ 100. Concevons une roue (fig. 141.e) dont l'arbre est horizontal, placée sur un fluide *indéfini*, et plongée en partie dans le courant. Considérons d'abord l'aile seule AB, qui est dans le plan vertical, et supposons la roue en repos. D'après la théorie exposée ci-dessus, cette aile recevra une impulsion équivalente au poids d'un prisme d'eau, de même base que la surface frappée, et d'une hauteur double de celle due à la vîtesse du courant. La surface de l'aile et la

vîtesse de l'eau étant connues, il sera facile d'avoir le poids qui exprime la valeur absolue de cette impulsion. Cette valeur exprimera aussi l'effort nécessaire pour empêcher la roue de tourner, en supposant cet effort appliqué à la même distance du centre de la roue.

Si la roue a la liberté de se mouvoir, elle obéira à l'impulsion qu'elle reçoit de la part du fluide, et se mettra à tourner sur elle-même. Mais sitôt que l'aile AB aura quitté la situation verticale, le choc du fluide sur cette aile se fera dans une direction oblique : la partie plongée deviendra moindre, et par conséquent l'action du fluide diminuera. Il est vrai que le *centre d'impression*, ou le milieu de la partie frappée, se trouvera plus éloigné de l'axe C, à mesure que l'aile se relèvera; mais cela n'empêchera pas que l'action du fluide ne diminue toujours plus; et elle se réduira évidemment à zéro, lorsque l'aile aura atteint la surface du fluide.

Pour remédier à l'affaiblissement de la puissance, concevons qu'une autre aile descende dans l'eau au moment où la première quitte le plan vertical; de façon que l'impulsion se fasse à-la-fois sur les deux ailes. Par ce moyen, on regagnera d'abord une partie de ce que l'inclinaison de la première faisait perdre. A la vérité, le choc se fait obliquement sur l'une et sur l'autre, et l'aile *antérieure* est recouverte en partie par celle qui la suit. Mais c'est la partie de celle-ci, la plus éloignée du centre, qui couvre dans la première la partie qui en est plus près. Il y a donc de l'avantage pour la puissance, au moment où la seconde aile entre dans le fluide. Mais bientôt celle-ci couvre l'autre entièrement, et la garantit ainsi du choc de l'eau. Cela arrive lorsque l'angle qui mesure l'écartement des deux ailes, est coupé en deux également, par la *verticale* abaissée du centre de la roue. Alors le choc ne se fait plus que sur l'aile *postérieure*, et c'est-là le moment où la puissance a le

moins d'avantage. Mais cette position ne dure qu'un instant, et la nouvelle aube se présente au courant dans une position de plus en plus favorable, jusqu'à ce qu'elle soit arrivée à son tour dans la ligne verticale, où l'impulsion du fluide est à son *maximum*.

Si le nombre des ailes de la roue était tel, qu'une aile entrât dans le fluide, au moment où l'aile précédente quitte la position verticale, le fluide n'agirait de la manière la plus avantageuse, qu'à des intervalles assez éloignés, et son impulsion *moyenne* serait de beaucoup au-dessous du *maximum*. Il est donc nécessaire de multiplier davantage les ailes d'une roue, afin qu'à chaque instant, pour ainsi dire, il s'en trouve une qui soit dans la position la plus avantageuse. En augmentant le nombre des ailes, l'aile verticale se trouve toujours couverte, en grande partie, par celle dont elle est suivie, et celle-ci par les autres : mais il résulte toujours de l'action du fluide contre toutes ces ailes, un effort plus grand que lorsqu'elles sont en moindre nombre; et l'on ne doit s'arrêter ici, que par la crainte de rendre la roue trop pesante.

La théorie conduit donc à conclure qu'une roue doit marcher plus vîte, à mesure que le nombre de ses ailes est plus grand. Les expériences de M. *Bossut* confirment cette conséquence. En employant une petite roue de *trois pieds* de diamètre, et dont la circonférence était garnie, tantôt de 48 ailes, tantôt de 24, ou seulement de 12, M. *Bossut* a trouvé que le nombre des révolutions de la roue, chargée du même poids, était plus grand, lorsqu'elle portait un plus grand nombre d'ailes. Ainsi la roue, chargée d'un poids de 16 livres, faisait 28 ½ révolutions en une minute, lorsqu'elle avait ses 48 ailes : elle n'en faisait que 25 ½, lorsqu'elle n'avait que 24 ailes, et 19 ¼ seulement, lorsqu'elle n'en portait que 12. La roue tournait dans un *coursier* ou canal, dont elle rasait presque les parois et le fond. La vîtesse de l'eau, à

l'endroit où la roue était placée, était de 300 pieds en 33 secondes. Dans une autre expérience faite sur le même coursier, avec la même roue, la vîtesse de l'eau étant de 300 pieds en 30 secondes, la roue, chargée du même poids de 16 livres, a fait, avec toutes ses ailes, 31 $\frac{1}{4}$ tours en 48 secondes, 28 $\frac{1}{2}$ avec 24 ailes, et 23 seulement avec 12 ailes.

§ 102. Voyons maintenant quelle est la vîtesse que la roue doit prendre pour que l'effet soit le plus grand possible. L'effet de toute machine s'estime par la masse qu'elle est capable de mouvoir, et par la vîtesse qu'elle peut lui imprimer. Une grande masse, animée d'une très-petite vîtesse, ou une grande vîtesse imprimée à une très-petite masse, ne formeraient qu'un faible résultat. La grandeur de l'effet se compose de ces deux élémens, et le *plus grand* effet a lieu, lorsque le produit de la masse par la vîtesse est un *maximum*, ou le plus grand possible. On peut faire entrer dans l'effet, la résistance du frottement, et les autres résistances que la machine doit surmonter; ou bien l'on fait abstraction de ces obstacles, et on les déduit sur la puissance.

Si la roue jouissait d'une mobilité parfaite, et qu'elle n'eût aucun poids à soulever, elle prendrait bientôt toute la vîtesse du fluide, qui vient la choquer. Réciproquement si la roue était chargée d'un fardeau *assez grand*, elle ne pourrait tourner sur elle-même; et le fardeau pourrait être tel, qu'il y eût équilibre entre son poids, et l'impulsion du courant contre la roue. Dans ces deux cas, *l'effet* serait aussi petit qu'il est possible; puisqu'on aurait d'un côté une vîtesse, et point de masse, et de l'autre une masse sans vîtesse. Entre ces deux extrêmes, il y a une infinité de cas, où l'impulsion du courant pourra faire mouvoir une certaine masse avec une certaine vîtesse : mais il est évident, que cette masse sera toujours moindre, que celle qui peut arrêter le mouvement de la roue; et que la vîtesse communiquée sera également inférieure à la vîtesse du courant. Le plus grand effet

aura lieu, comme on vient de dire, lorsque le produit de la *masse mue*, par *la vîtesse communiquée*, sera le plus grand possible.

La roue étant supposée en mouvement, elle échappe en partie à l'action du fluide; et la force avec laquelle elle est poussée, ou frappée par ce fluide, n'est due qu'à la différence des deux vîtesses, du courant, et de la roue : ou si l'on veut, l'effet du choc est le même, que si la roue était immobile, et que l'eau vînt la frapper avec sa vîtesse propre, diminuée de toute la vîtesse de la roue. L'impulsion des fluides étant proportionnelle au carré de la vîtesse, l'effet dépendra donc ici du carré de la *différence* des deux vîtesses. D'un autre côté, la grandeur de cet effet dépend aussi de la vîtesse de la roue, puisque c'est cette vîtesse qui fait la vîtesse communiquée. Donc l'effet est proportionnel *au carré de la différence des deux vîtesses, multiplié par la vîtesse de la roue*. Il faut donc que le produit de cette multiplication soit, comme on dit, un *maximum*, pour le cas où l'effet de la roue est le plus grand.

Pour trouver la condition de ce *maximum*, il faut avoir recours au calcul. Or, les règles du calcul nous apprennent, que pour que le *carré* de la différence de deux quantités, *multiplié* par la plus petite de ces quantités, donne le plus grand produit possible, il faut que cette dernière quantité, soit le *tiers* de la plus grande (x'). L'on conclut de-là, que pour qu'une roue à aubes placée dans un courant, produise le plus grand effet, il faut que *la roue prenne le tiers de la vîtesse du courant :*

(x') Soit a la plus grande des deux quantités, et b la plus petite : $a - b$ sera leur différence. Le carré $a^2 - 2ab + b^2$ multiplié par b, ou $a^2 b - 2ab^2 + b^3$, devant être le plus grand possible, il faut que l'accroissement qu'il prendrait, en supposant que b augmente d'une très-petite quantité h, soit nul. Or, cet accroissement, en supprimant les puissances supérieures de h, est : $h(a^2 - 4ab + 3b^2)$. En l'égalant à zéro, on en tire : $b = \frac{1}{3}a$. La plus petite des deux quantités doit donc être le tiers de la plus grande.

ce

ce que l'on peut toujours obtenir, en proportionnant convenablement le fardeau à mouvoir. La roue pourrait par l'action du courant, prendre une vîtesse plus grande, et communiquer ainsi plus de vîtesse au fardeau; mais dans ce cas, le fardeau serait plus petit, et l'effet serait moindre dans sa totalité. Pareillement la roue pourrait élever un fardeau plus considérable : mais la vîtesse étant nécessairement plus petite, l'effet absolu se trouverait encore diminué. C'est donc lorsque la vîtesse de la roue est telle qu'on vient de dire, que cet effet est le plus grand.

§ 103. Cherchons enfin quelle doit être la valeur de ce *maximum*. On vient de voir, que le fluide dans le cas du *maximum* d'effet, ne frappait la roue qu'avec les *deux tiers* de sa vîtesse, puisque la roue, qui doit prendre le *tiers* de la vîtesse du fluide, échappe en partie à son action. On aura donc la valeur absolue de l'impulsion du fluide contre les ailes de la roue, en multipliant la somme de toutes les surfaces frappées, par le double de la hauteur due à une vîtesse, qui n'est que les *deux tiers* de la vîtesse réelle du fluide. Mais on sait que les hauteurs sont comme les carrés des vîtesses. Ainsi la hauteur due à une vîtesse exprimée par *deux tiers*, n'est que les *quatre neuvièmes* de celle due à une vîtesse représentée par l'*unité*. Le choc du fluide dans le cas du *maximum*, est donc équivalent au poids d'un prisme d'eau, ayant pour base la somme des surfaces frappées, et pour hauteur les *huit neuvièmes* de la hauteur due à la vîtesse du courant. D'où l'on peut conclure, que la masse qui représente l'impulsion dans le choc *relatif*, et pour le *maximum*, n'est que les *quatre neuvièmes* de ce qu'elle est dans le choc *absolu*.

Mais ce poids agit à la circonférence de la roue, et doit être considéré comme une force appliquée au milieu de la hauteur de l'aile. Ce point ayant une vîtesse égale au *tiers* de la vîtesse du fluide,

on aura donc l'effort total, en multipliant la masse agissante par cette vîtesse *un tiers* : ce qui donnera le poids d'un prisme d'eau, ayant toujours la même base qu'on vient de dire, et dont la hauteur serait les *huit vingt-septièmes* de celle due à la vîtesse du fluide. Or, cet effort est la mesure de l'effet que la roue peut produire. Donc cet effet sera exprimé par les *huit vingt-septièmes* d'un prisme d'eau, ayant la base supposée, et une hauteur égale à celle qui est due à la vîtesse du fluide. Ce qui veut dire, que la roue pourra communiquer à cette masse d'eau, les *huit vingt-septièmes* de la vîtesse du courant; ou ce qui revient au même, toute la vîtesse du courant, aux *huit vingt-septièmes* de cette masse. Ainsi, pour que l'effet produit soit le plus grand possible, il est nécessaire que la roue prenne une vîtesse, égale au *tiers* de la vîtesse du fluide; et dans ce cas la force motrice, qui est le courant, peut communiquer les *huit vingt-septièmes* de sa vîtesse absolue à un prisme d'eau, d'une hauteur égale à celle due à la vîtesse du courant, et dont la base est la même que la somme des surfaces frappées.

§ 104. Ajoutons ici quelques réflexions, nécessaires pour éclaircir davantage le sujet qui nous occupe. On a déjà observé combien il était difficile de se faire une idée juste de la manière d'agir des fluides en mouvement. On compare ordinairement cette action à la pression exercée par un poids : et en effet si l'on appliquait à la circonférence d'une roue à aubes, un poids calculé d'après les principes établis, le mouvement de la roue s'arrêterait, et l'impulsion du courant n'aurait d'autre effet, que d'annuller, et de détruire les degrés de vîtesse, que la pesanteur travaille à tous momens à faire passer dans le fardeau.

Mais supposons que le poids appliqué à la circonférence de la roue, ne soit pas suffisant pour en arrêter le mouvement; alors la roue continuera de tourner; le poids sera élevé, avec une vîtesse d'abord

accélérée, mais qui deviendra bientôt uniforme. Dans ce cas, l'action du fluide pourra se partager en deux, l'une destinée à faire continuellement équilibre à la pesanteur du fardeau, et l'autre employée à entretenir le mouvement de la roue. Ainsi dans le cas du *maximum*, un *tiers* de la vîtesse du courant peut être considéré comme employé à faire mouvoir la roue et le fardeau, et les *deux tiers* restans qui constituent véritablement le choc du fluide, servent à détruire l'action continuelle de la pesanteur sur ce fardeau. La grandeur de l'effet produit par l'impulsion des fluides, varie suivant les circonstances, par la raison que les fluides agissant à-la-fois par leur masse et par leur vîtesse, le résultat de cette action sera plus grand ou plus petit, selon la manière dont il sera composé avec ces deux élémens.

Lorsque l'on considère en elle-même la *puissance* d'un fluide en mouvement, on trouve que cette puissance dépend, 1.° de la portion du fluide, qui agit à chaque instant; 2.° de la vîtesse avec laquelle le fluide se meut, ou plutôt de la hauteur due à cette vîtesse; 3.° enfin de la surface contre laquelle s'exerce cette action. C'est ce qui se voit clairement, lorsque le fluide sort d'un vase, par un orifice pratiqué à son fond. Ainsi la *puissance* d'un fluide peut être exprimée par un prisme du fluide, ayant pour base la surface choquée, pour hauteur celle due à la vîtesse du fluide, et pour vîtesse celle même du fluide: mais alors la résistance vaincue, ou l'*effet utile* doit aussi être exprimé par un prisme semblable, ayant ou une hauteur, ou une vîtesse qui approche plus ou moins de celle-là. La manière d'employer l'action de l'eau, sera d'autant plus avantageuse, que la valeur de la résistance vaincue approchera plus de celle de la puissance, exprimées comme on vient de dire (y').

(y') Soit A la surface frappée par le fluide, V la vîtesse du fluide, H la hauteur due à cette vîtesse : la puissance, ou $P = AVH$.

§ 105. On vient de voir que l'impulsion d'un courant, contre les ailes d'une roue, ne pouvait, dans le cas du *maximum* d'effet, communiquer à un prisme de ce fluide, qui aurait la base et la hauteur qu'on vient de dire, que les *huit vingt-septièmes* de sa vîtesse propre. Si l'on compare ce résultat à la valeur de la puissance résidante dans le fluide, et dont on a donné l'expression; on trouvera que l'*effet utile*, dans lequel on fait entrer les frottemens, et autres résistances inévitables, n'est ici que les *huit vingt-septièmes* de cette puissance; et par conséquent, qu'il est bien inférieur à cette même puissance (z').

On peut demander, pourquoi dans le choc des fluides, l'effet est toujours inférieur à la puissance? et pour quelle raison, il n'en est que les *huit vingt-septièmes*, dans le cas même où il est le plus grand? Comment se fait-il qu'une si grande portion de cette puissance, les *dix-neuf vingt-septièmes* dans le cas du *maximum*, soit entièrement perdue pour l'effet? que devient cette partie de la puissance? elle reste dans le fluide, sans pouvoir servir à augmenter l'effet obtenu.

Entre le choc d'un fluide, et la puissance résidante dans ce fluide, il y a une différence importante; c'est que celle-ci est la cause, et l'autre est l'effet, ou plutôt une partie de l'effet. La puissance renferme une vîtesse, qui ne s'épuise jamais en entier contre l'obstacle, même quand il est immobile. Cette vîtesse qui reste dans le fluide, est une partie de la puissance toujours, et nécessairement perdue pour l'effet. Mais si l'obstacle se meut, alors la vîtesse qui reste au fluide, est bien plus grande encore, et par conséquent il y a une bien plus grande partie de la puissance, qui devient nulle pour l'effet

(z') Q étant l'effet utile, ou la totalité de la résistance vaincue, on a pour le *maximum* dans les roues à aubes : $Q = \frac{8}{27} A V H = \frac{8}{27} P$.

désiré. Dans le cas du *maximum* pour les roues à aubes, une fois que la roue à pris le tiers de la vîtesse du fluide, le mouvement se maintient par la seule *force d'inertie*, et le fluide n'agit plus que par les *deux tiers* de sa vîtesse propre. La grande perte de la puissance vient donc, de ce que la vîtesse du choc est réduite aux *deux tiers* de la vîtesse réelle, ce qui en abaisse la valeur aux *quatre neuvièmes* du choc absolu. Mais quoique il y ait toujours dans le choc des fluides, une partie de la puissance qui est perdue, cela n'empêche pas, que l'action du fluide ne soit, dans le cas du *maximum*, tout ce qu'elle peut être de cette manière. Une partie est employée à communiquer la vîtesse, après quoi elle devient nulle, et l'autre partie fait continuellement équilibre au fardeau, ainsi qu'à toutes les autres résistances.

Dans l'action que l'eau exerce par son impulsion, il y a donc nécessairement beaucoup à perdre du côté de la puissance. On verra bientôt que ce fluide peut agir d'une manière beaucoup plus avantageuse, et que l'effet utile peut être une portion plus grande de la puissance, ou bien qu'il peut approcher davantage de la valeur, qu'on a attribuée à cette puissance. Voyons maintenant si ce qu'on a établi concernant les roues à aubes, est d'accord avec l'expérience.

CHAPITRE VI.

Examen des expériences faites par M. Bossut, sur les roues à aubes.

§ 106. M. *Bossut* a fait sur les roues à aubes, deux suites d'expériences, précieuses par la grande exactitude que l'auteur y a apportée. Il s'est servi pour cela d'une roue, dont la circonférence portait un nombre d'ailes plus ou moins grand à volonté. La largeur des ailes était de 5 pouces juste, et leur hauteur de 6 pouces. Le diamètre extérieur de la roue était de 3 pieds; celui de la bobine sur laquelle s'enveloppait la corde qui portait le fardeau, était de [illegible]s 6 lignes; et celui des tourillons de l'a[illegible] 3 lignes. Le diamètre d'une poulie de r[illegible]ssaire pour faire élever le fardeau, était [illegible]s 8 lignes, celui de ses tourillons de [illegible] enfin celui de la corde était de 2 lignes. [illegible]nie de ses 24 ailes, pesait en tout 44 [illegible]lles sont les mesures données par M. *Bossut*, [illegible]'avons pas cru nécessaire de les transformer [illegible]es nouvelles.

[illegible] roue fut d'abord placée sur le canal, dont [illegible]é parlé plus haut, et dont la largeur excédait [illegible]ue celle de la roue : la hauteur de l'eau dans [illegible]nal étant de 2 pouces, et sa vîtesse de 300 [illegible]s en 27 secondes, ou de 444 pieds en 40 secondes; [illegible] *Bossut* a trouvé, que dans ce temps de 40 [illegible]secondes, la roue chargée successivement de différens

fardeaux, faisait un certain nombre de révolutions, comme il est marqué dans la table suivante.

Fardeau enlevé, exprimé en livres.	Nombre des révolutions de la roue.	Fardeau enlevé, exprimé en livres.	Nombre des révolutions de la roue.
$30\frac{1}{2}$	$22\frac{12}{48}$	$33\frac{1}{2}$	$20\frac{44}{48}$
31	$22\frac{4}{48}$	34	$20\frac{32}{48}$
$31\frac{1}{2}$	$21\frac{42}{48}$	$34\frac{1}{2}$	$20\frac{21}{48}$
32	$21\frac{32}{48}$	35	$19\frac{44}{48}$
$32\frac{1}{2}$	$21\frac{20}{48}$	$35\frac{1}{2}$	$19\frac{15}{48}$
33	$21\frac{8}{48}$	36	$18\frac{18}{48}$

Tout étant égal pour les différens fardeaux élevés, et la durée de leur ascension ayant toujours été la même, il est clair que l'on aura le rapport des effets obtenus dans ces diverses expériences, en multipliant le fardeau enlevé dans chaque cas, par le nombre correspondant des révolutions de la roue. Or, si l'on fait ces multiplications, on observera, que les *produits* vont d'abord en augmentant, et ensuite en diminuant. Le plus grand de ces produits, est celui qui répond à $34\frac{1}{2}$ livres. C'est donc là le *maximum* d'effet obtenu dans ces expériences.

Dans une autre suite d'expériences, la même roue a été placée sur un courant contenu entre deux murs verticaux, et parallèles, distans l'un de l'autre, d'environ 12 à 13 pieds. Le fond de ce canal était un *radier* assez uni; et la profondeur totale de l'eau était d'environ 7 à 8 pouces. La roue n'avait que 24 ailes, qui plongeaient dans l'eau de 4 pouces suivant la verticale. La vîtesse moyenne de l'eau était d'environ 2740 pouces en 40 secondes. Voici les fardeaux élevés, et le

nombre des tours de la roue dans un temps de 40 secondes pareillement.

Fardeaux élevés.	Nombre des révol.	Fardeaux élevés.	Nombre des révol.	Fardeaux élevés.	Nombre des révol.
30 ℔.	$17\frac{22}{48}$	56 ℔.	$12\frac{28}{48}$	62 ℔.	$11\frac{19}{48}$
35	$16\frac{25}{48}$	57	$12\frac{19}{48}$	63	$11\frac{7}{48}$
40	$15\frac{28}{48}$	58	$12\frac{10}{48}$	64	$10\frac{41}{48}$
45	$14\frac{31}{48}$	59	$12\frac{1}{48}$	65	$10\frac{25}{48}$
50	$13\frac{34}{48}$	60	$11\frac{40}{48}$	66	$10\frac{9}{48}$
55	$12\frac{37}{48}$	61	$11\frac{30}{48}$		

En faisant ici les mêmes calculs, que sur les expériences précédentes, on trouve pareillement, que les produits du fardeau par le nombre correspondant des révolutions, suivent une marche d'abord croissante, et ensuite décroissante. Le plus grand de ces produits répond au fardeau de 60 ℔. C'est donc là le cas, où l'effet a été le plus grand. Il faut voir à présent, si dans ces deux circonstances, la vîtesse de la roue s'est trouvée telle que le veut la théorie, et si la valeur de l'effet a été telle aussi, que nous l'avons trouvée plus haut, d'après la même théorie.

§ 107. On a dit que la roue avait 3 pieds de diamètre extérieur, et que les ailes, dans la première suite d'expériences, plongeaient de 2 pouces dans l'eau. Le *centre d'impression* était donc à 17 pouces de distance du centre du mouvement, et parcourait une circonférence de 107 pouces environ, pendant que la roue faisait une révolution sur elle-même : sa vîtesse était donc pour le cas du *maximum*, de 2183 pouces en 40 secondes. Mais la vîtesse du courant dans le même temps, était de 5333 pouces environ. Donc la vîtesse de la roue, ou plutôt du centre d'impression, était à-peu-près les *deux cinquièmes* de la vîtesse de

l'eau, c'est-à-dire qu'elle était plus grande, que celle que demandait la théorie. Mais il faut se rappeler que le fluide, dans ces expériences, était contenu dans un canal étroit, et que son mouvement était fort gêné, parce que la roue remplissait presque toute la largeur du canal. Or, la théorie que nous avons établie, n'est applicable qu'au cas, où le fluide est, comme on dit, *indéfini*, et où rien ne gêne son mouvement.

Faisons la même recherche pour le cas du *maximum*, obtenu dans la seconde suite d'expériences. D'abord les ailes de la roue plongeaient ici de 4 pouces dans l'eau : le centre d'impression n'était donc éloigné du centre du mouvement que de 16 pouces, et il parcourait à chaque révolution de la roue, une circonférence d'à-peu-près 100 pouces. Ainsi sa vîtesse dans le *maximum* s'est trouvée de 1189 pouces dans 40 secondes. Dans le même temps, la vîtesse du courant était, suivant M. *Bossut*, de 2740 pouces. Or, le premier de ces deux nombres est plus grand encore que le *tiers* du second : donc la roue avait aussi dans cette expérience, pris plus que le *tiers* de la vîtesse du courant; et cependant le fluide paraissait ici exercer son impulsion sans aucune gêne. Comme la théorie qui concerne le rapport des vîtesses de la roue et du courant, n'est fondée sur rien d'hypothétique, et que dans le choc des fluides, la loi du carré des vîtesses a été confirmée par toutes les expériences ; il faut voir s'il ne se serait pas glissé quelque erreur, soit dans l'estimation du *maximum*, soit dans l'évaluation des vîtesses de la roue et du courant.

§ 108. M. *Bossut* mesure la vîtesse de l'eau dans le grand canal, où la seconde suite d'expériences a été faite, par le moyen d'un très-petit moulinet, parfaitement mobile sur son axe, et dont les ailes ne trempaient dans l'eau que de 4 lignes. Ce moyen n'a pu évidemment donner que la vîtesse à la surface :

mais à 2 pouces de profondeur, où se faisait le choc moyen, la vîtesse était nécessairement plus grande, comme il a été expliqué ci-dessus. Ainsi la vîtesse attribuée au courant par M. *Bossut*, est plus petite que celle qui avait réellement lieu, et la vîtesse de la roue, sur laquelle il ne pouvait pas y avoir d'erreur, se trouvait être ainsi une moindre partie de la vîtesse de l'eau. Il paraît qu'elle n'en était guère que le *tiers*, comme le veut la théorie. Venons maintenant à la valeur du *maximum*.

§109. Dans la dernière suite d'expériences, le plus grand effet a eu lieu, lorsque le fardeau élevé était de 60 livres, et que la roue a fait $11\frac{1}{2}$ révolutions en 40 secondes. Or, si l'on calcule, d'après les mesures données ci-dessus, la vîtesse ascensionnelle du fardeau dans ce cas, on trouvera qu'il s'élevait de $2\frac{1}{2}$ pouces par seconde. Mais ce fardeau qui n'était que de 60 livres, doit être augmenté de toutes les résistances inévitables, telles que le frottement à l'arbre de la roue, le frottement à l'essieu de la poulie de renvoi, la roideur de la corde, et même la résistance de l'air. Tous ces obstacles étant évalués sur le plus petit pied, forment une somme équivalente à un poids de 5 livres au moins. L'on peut supposer nulles toutes ces résistances, mais alors il faut en ajouter la valeur au fardeau élevé, qui se trouvera par conséquent de 65 livres.

Si l'on suppose donc que le fardeau élevé dans cette expérience, était de 65 livres, la vîtesse de son ascension ayant été trouvée de $2\frac{1}{2}$ pouces par seconde, on aura en multipliant la masse par la vîtesse, le nombre $162\frac{1}{2}$, qui exprimera la valeur de l'effet obtenu, ou la *résistance* vaincue. Cherchons de même l'expression de la puissance.

Plusieurs ailes de la roue étant toujours en même temps plongées dans l'eau, le choc du fluide se faisait à-la-fois sur deux ou trois surfaces; mais l'on peut sans erreur sensible, réduire la somme des surfaces

frappées, à la surface qu'une aile seule, placée dans la ligne verticale, aurait présentée au choc de l'eau. La surface choquée directement par le fluide, était donc d'après les dimensions données, de 20 pouces carrés.

La vîtesse du courant, qui était à la surface au moins de $68\frac{1}{2}$ pouces par seconde, peut être supposée à la profondeur de 2 pouces, d'environ 80 pouces dans le même temps. Mais la hauteur due à cette vîtesse, est de 8 pouces et *huit neuvièmes*. Si l'on multiplie donc la surface frappée, par la hauteur qu'on vient de trouver, on aura le nombre 178, qui exprimera en pouces cubes, la masse de la puissance. Le poids de cette masse est de $7\frac{1}{5}$ livres; ce qui, multiplié par la vîtesse 80, donne pour la valeur totale de la *puissance*, le nombre 576. Or, il ne s'en faut pas de beaucoup, que les nombres $162\frac{1}{2}$ et 576, ne soient entr'eux comme les nombres 8 et 27. Donc il paraît, que dans cette expérience l'effet utile a été, comme il devait être, les *huit vingt-septièmes* de la puissance, telle qu'on l'exprime d'ordinaire.

§ 110. Si l'on discute de la même manière le *maximum* donné par la première suite d'expériences, on trouvera un résultat fort au-dessous de celui qu'exige la théorie, et qui différera par conséquent beaucoup de celui que nous venons d'obtenir. Il paraît que la raison de cette grande différence, vient de ce que les ailes de la roue, laissant très-peu d'intervalle entre leurs bords, et les parois, ainsi que le fond du canal, l'eau ne pouvait pas s'échapper assez librement, et qu'elle épuisait inutilement contre elle-même une grande partie de sa force. On n'aura aucun doute à cet égard, si l'on compare entr'elles deux expériences, prises dans l'une et dans l'autre suite, où la roue a élevé le même fardeau; et il y en a une justement où la roue étant chargée d'un poids de 35 livres, a fait en 40 secondes sur le petit canal $19\frac{44}{48}$.es révolutions, tandis que sur le grand courant, elle en a

fait $16\frac{25}{48}$es. dans le même temps. Or, si l'on compare ici la puissance avec la vîtesse communiquée dans les deux cas, on trouvera que cette vîtesse sur le petit canal, a été beaucoup moindre qu'il n'aurait fallu d'après la grandeur de la puissance ; ce qui prouve qu'une partie de la force était perdue, et se consumait inutilement, à cause sans doute de la gêne que l'eau éprouvait dans son mouvement. (Note 22.e)

Il y a des roues qui sont mues par le choc de l'eau, et dont l'arbre est vertical : telle est celle de la figure 143.e Le choc de l'eau sur les *palettes* de ces roues, qu'on appelle *roues à turbit*, doit, lorsqu'il est direct, s'évaluer de même que sur les roues à aubes : si le choc se fait *obliquement*, il faudra recourir à ce qui a été dit sur le choc oblique des fluides.

CHAPITRE VIII.

De l'action de l'eau agissant par son poids. Des roues à pots, ou à augets.

Les machines mues par le poids de l'eau, sont des roues (fig. 144.e) qui portent à leur circonférence des *pots* ou *augets*, destinés à recevoir l'eau, amenée par un canal XY. Ces roues tournent toujours dans le sens vertical, et leurs augets en passant au-dessous de l'extrémité du canal, se remplissent d'eau, et demeurent pleins, jusqu'à ce qu'ils soient arrivés vers le bas de la roue. Là ils se vident, parce que leur ouverture se trouve alors naturellement tournée en bas, et ils remontent ensuite du côté opposé, pour se remplir de nouveau, lorsqu'ils ont dépassé le sommet de la roue. C'est donc, comme on voit, le poids de l'eau contenu dans les augets d'une moitié de la roue, tandis que les autres sont vides, qui est la cause du mouvement. Les parties de la roue étant en équilibre entr'elles, la force motrice dépend évidemment de la quantité d'eau, que les augets peuvent admettre, et conserver jusqu'au point le plus bas de leur course. Examinons les différens cas qui peuvent ici se présenter.

§ 111. Supposons d'abord que l'eau est amenée dans les augets, par un canal horizontal, de manière qu'elle n'exerce aucun choc contre la roue; ou bien que la roue tourne avec la même vîtesse, que peut avoir l'eau en tombant dans les augets, et qu'il ne se fasse par conséquent aucun choc. Supposons encore les augets assez rapprochés, pour qu'on puisse considérer la portion de la circonférence dans la roue,

occupée par ceux qui sont pleins, comme couverte d'une couche d'eau continue, et d'une hauteur égale à la hauteur moyenne des augets. Cela posé, cherchons quelle doit être la mesure de l'effet, que doit produire le poids de cette couche d'eau.

Soit *ghbk* (fig. 145.[e]) la couche d'eau en question, couvrant une partie de la circonférence de la roue *abde*. Si l'on conçoit cette eau partagée en portions extrêmement petites, par des plans dirigés au centre de la roue, toutes ces portions élémentaires, telles que *lmno*, auront toutes le même poids : mais comme elles répondent à des points différens du rayon horizontal *bc*, leur pesanteur se fera aussi sentir d'une manière plus ou moins avantageuse, selon qu'elle agira plus ou moins près de l'extrémité *b*. Mais on peut les rapporter toutes à ce point *b* de la manière suivante.

Le poids de la portion élémentaire *lmno*, qui répond verticalement au point *p* du rayon horizontal, peut, en faisant son épaisseur égale à l'unité, être exprimé par le produit de sa base *lm multipliant* la hauteur *lo* : et l'action de ce poids pour faire tourner la roue, sera donc : *lo multipliant lm multipliant cp*. Mais le produit de *lm* par *cp* est égal au rayon de la roue, *cl multiplié* par *qr*, qui mesure la hauteur verticale de la portion *lmno* (*a''*). Donc la puissance motrice de cet *élément* sera exprimée par *lo multipliant cl multipliant qr*; c'est-à-dire que son effort sera le même, que s'il était placé à l'extrémité *b* du rayon horizontal, et que sa base *lm* fût réduite à sa projection *qr* sur le diamètre vertical.

(*a''*) C'est ce qui se voit facilement, en comparant les deux triangles semblables *clp*, *lmi*, qui donnent la proportion : $lm : li :: cl : cp$; d'où l'on tire : $lm \cdot cp = li \cdot cl = qr \cdot cl$.

La même chose pouvant se dire de toutes les portions élémentaires de la couche d'eau *ghbik*, il suit que la force qui agit sur la roue pour la mettre en mouvement, est égale à l'épaisseur de cette couche *multipliée* par sa hauteur *lo*, par le rayon *bc* de la roue, et par la portion *ts* du diamètre vertical, comprise entre l'entrée de l'eau dans les augets, et sa sortie au point le plus bas. L'épaisseur de la couche d'eau *multipliée* par sa hauteur, donne l'*aire* de la section faite par un plan dirigé au centre. Donc dans une roue à pots, la puissance motrice est égale à *la section de l'auget multipliée par le rayon de la roue, et par la distance verticale comprise entre l'entrée et la sortie de l'eau.*

Le fardeau élevé, *multiplié* par sa distance à l'*axe* du mouvement, doit être aussi égal à la même quantité. Si à la place des distances, ou *bras de lévier*, qui appartiennent à la puissance et à la résistance, on substitue les vîtesses qui leur conviennent, on trouvera que le fardeau *multiplié* par sa vîtesse, est égal à la section de l'auget, *multipliée* par *st*, et par la vîtesse de la circonférence de la roue. Telle est la loi de l'équilibre pour les roues à pots, dans les suppositions présentes (*b''*).

§ 112. Supposons pour second cas, que l'eau ait à son entrée dans les augets une certaine vîtesse; qu'elle soit, par exemple, amenée par un tuyau *lx* (fig. 146.[e]); et que sa vîtesse soit due à une hauteur *vs*: si d'ailleurs on est le maître de recevoir cette eau à une distance plus ou moins grande du

---

(*b''*) Soit A la section de l'auget, R le rayon de la roue, D la portion *ts* du diamètre vertical. On aura la puissance $P = ARD$. Le fardeau élevé étant Q, et sa distance à l'axe du mouvement étant R'; QR' sera la mesure de l'effet obtenu. Si l'on conçoit toutes les résistances accessoires comme réunies au fardeau, on aura entre la puissance et la résistance l'équation $QR' = ARD$, ou $QV' = ADV$. V est la vîtesse de la roue, et V' celle du fardeau.

niveau qui fait sa vîtesse; on demande quelle est la distance qui donnera le plus grand effet, le point de sortie de l'eau étant toujours placé à la même profondeur. Si le point d'entrée est placé plus près du niveau supérieur, la vîtesse de l'eau entrante sera plus petite, et comme la roue est supposée avoir la même vîtesse, la puissance perdra de son avantage par la diminution de cette vîtesse. Si l'entrée est placée plus bas, les vîtesses de l'eau et de la roue seront plus grandes; mais la masse du fluide agissant sera plus petite, et la force motrice se trouvera encore diminuée par-là. Il y a donc une certaine distance qui doit donner à la puissance le plus grand avantage possible, et pour laquelle l'effet est un *maximum*.

Soit vx le niveau du réservoir, ou vs la hauteur due à la vîtesse de l'eau en l. La vîtesse de la roue qui est égale à celle-là, dépendra donc de la racine carrée de cette hauteur vs; et la force motrice dont on a ci-dessus trouvé l'expression, lorsqu'il n'y a pas de choc, dépendra du produit de la racine de vs par st. Il faudra donc que ce *produit* soit le plus grand possible. Lorsque le produit de deux quantités est un *maximum*, celui de leurs carrés est pareillement un *maximum*. L'on peut donc chercher à la place le *maximum* du produit de vs par le carré de st. Mais si l'on observe que st est la même chose que vt moins vs, on reconnaîtra que ce cas-ci est le même, que celui qu'on a vu précédemment, où il fallait trouver le plus grand produit qu'on peut former, en multipliant le carré de la différence de deux quantités par la plus petite des deux. On se rappelle que cela a lieu, lorsque la plus petite de ces deux quantités est le *tiers* de la plus grande. Donc dans le cas présent, le *maximum* a lieu, lorsque la hauteur vs est le tiers de la hauteur totale vt. On suppose la roue construite, le niveau vx constant, et de plus qu'on a la liberté de faire entrer l'eau dans la roue à telle hauteur qu'on veut, en

en donnant au tuyau lx la longueur convenable. Si la roue était à construire, on voit qu'il conviendrait de la faire la plus grande possible, pour que le fluide agît par un lévier plus long; et si le fluide n'était pas assez abondant, il faudrait le prendre le plus haut qu'il se pourrait, pour diminuer la dépense, et maintenir le niveau.

Puisqu'on peut ici disposer de toute la hauteur vt, on pourrait demander, s'il ne vaudrait pas mieux employer dans cette circonstance une roue à aubes, dont les ailes seraient frappées par l'eau sortant du tuyau prolongé jusqu'en t. En supposant la surface choquée, égale à la section transversale de l'auget, on trouve pour le cas présent que l'effet dans la roue à pots, *est à* l'effet dans la roue à aubes, *comme* les $\frac{2}{3}$ de vt *multipliés* par la racine de $\frac{1}{3}$ vt, *est aux* $\frac{8}{27}$es. de la même hauteur, *multipliés* par la racine de cette hauteur, c'est-à-dire, *comme trois fois* la racine de 3 *est à* 4, ou comme 5,19 *est à* 4. Donc la roue à pots est plus avantageuse que la roue à aubes: ajoutez que la dépense d'eau est diminuée dans le rapport de 173 à 100, ou à-peu-près de 7 à 4 (c'').

§ 113. Ordinairement l'eau est amenée par un canal, et la quantité que ce canal fournit, est la même en temps égaux, au moins pendant un certain intervalle de temps. La chute qu'on peut donner à cette eau est limitée par les circonstances du lieu. Il s'agit de déterminer par quel moyen on peut tirer de cette force le plus grand avantage, en se servant d'une roue à pots.

(c'') L'effet dans les roues à pots, est égal à ADV; et dans les roues à aubes, il est égal à $\frac{8}{27}$ AVH. Or, dans le cas présent A = A, D = $\frac{2}{3}vt$, V pour la roue à pots, $= \sqrt{\frac{1}{3}vt}$; et pour la roue à aubes $V = \sqrt{vt}$, $H = vt$. Donc l'effet de la roue à pots, *est à* celui de la roue à aubes : *comme* $\frac{2}{3}vt\sqrt{\frac{1}{3}vt} : \frac{8}{27}vt\sqrt{vt} :: \frac{2}{3}\sqrt{\frac{1}{3}} : \frac{8}{27} :: 2\sqrt{27} : 8 :: 5,19 : 4$.

Puisque la dépense est uniforme, et que la vîtesse de la roue est la même que celle de l'eau entrante, le *produit* de la section de l'auget par la vîtesse, ou par l'espace parcouru dans une seconde, exprimera la dépense, ou la quantité d'eau reçue dans le même temps. On pourra donc mettre cette dépense à la place du produit; et la puissance dans cette espèce de roue, sera exprimée par la dépense *multipliant* la hauteur *ts* (*d''*). La dépense étant supposée constante, la grandeur de l'effet dépendra donc de la grandeur de *st* : ce qui nous apprend, que l'eau doit être reçue dans les augets le plus près possible du canal qui l'amène, et qu'elle doit les abandonner le plus bas qu'il se peut. Les augets doivent donc être construits de manière à ne perdre l'eau que lorsqu'ils sont arrivés au plus bas de leur révolution, et la roue doit marcher le plus lentement qu'il est possible : car l'eau devant être reçue à la plus petite distance de son niveau, sa vîtesse à son entrée dans les augets, sera d'autant plus petite; et celle de la roue, qui doit lui être égale, en sera aussi d'autant moindre. Ces sortes de roues font donc plus d'effet, à mesure qu'elles tournent plus lentement : mais dans ce cas, pour qu'elles puissent recevoir toute la quantité d'eau amenée par le canal, il est indispensable de donner plus de largeur aux augets, et par conséquent à la roue : ce qui met nécessairement des limites à la lenteur de son mouvement.

§ 114. Dans la roue à pots la puissance à son *maximum*, et par conséquent l'effet le plus grand est égal à

(*d''*) Cette puissance exprimée par A V D, devient alors M D, en désignant par M la quantité d'eau reçue par seconde. Donc la dépense demeurant la même, la force de cette roue est plus grande, lorsque D est plus grand, ou lorsqu'il y a plus de distance verticale, entre l'entrée et la sortie de l'eau.

la *masse* du fluide reçue dans une seconde de temps, multipliée par la hauteur *st*, ou par *vt* moins *vs*. Une roue à aubes étant placée au point *t*, et recevant le choc du fluide animé de toute la vîtesse, que la hauteur *vt* peut lui communiquer, le plus grand effet de cette roue serait, comme on a vu, exprimé par les *huit vingt-septièmes* de la surface choquée, multipliant la vîtesse du fluide, et la hauteur *vt* due à cette vîtesse. Mais la surface frappée étant encore supposée égale à la section de l'auget, la vîtesse du fluide *multipliée* par cette surface, sera égale à la dépense. En substituant, on aura le *maximum* d'effet pour les roues à aubes, égal à la dépense, ou à la masse du fluide écoulée dans une seconde de temps, *multipliée* par les *huit vingt-septièmes* de la hauteur totale *vt*. Ainsi le plus grand effet dans la roue à pots, *est au* plus grand effet dans la roue à aubes, *comme vt* moins *vs est aux huit vingt-septièmes* de *vt*; et comme *vs* doit être réduit autant qu'il est possible, et que *st* est toujours plus grand que le *tiers* de *vt*, il suit que la première espèce de roue est beaucoup plus avantageuse que la dernière. Le rapport de leurs avantages serait celui de 27 à 8, s'il était possible de réduire *vs* à zéro.

§ 115. La vîtesse de la roue peut être moindre, que la vîtesse de l'eau entrante : alors le fluide agit en outre par son impulsion, et dans ce cas la puissance et l'effet peuvent encore être calculés facilement. Il suffit pour cela d'ajouter à la masse *multipliant st*, l'effet du choc, qui est les *huit vingt septièmes* de cette masse *multipliés* par la hauteur due à la différence des deux vîtesses. On trouve encore ici; que la roue fait d'autant plus d'effet, qu'elle tourne avec plus de lenteur; et qu'une roue à pots est toujours plus avantageuse qu'une roue à aubes. Mais les premières exigent une chute assez considérable, comme de 8 à 10 pieds, et les autres sont les seules qu'on puisse employer sur les rivières.

§ 116. M. *Bossut* a aussi fait quelques expériences sur les roues à pots. Il s'est servi pour cela d'une roue ayant 3 pieds de diamètre, et portant sur sa circonférence 48 augets. La largeur des augets était de 5 pouces, et leur hauteur de 3 pouces environ. Le cylindre où s'enveloppait la corde qui soutenait le fardeau, avait 2 pouces 7 lignes de diamètre, et les tourillons de l'arbre $2\frac{1}{2}$ lignes. La poulie de renvoi était la même que dans les expériences précédentes. Le canal qui amenait l'eau, était horizontal, ayant 5 pouces de largeur, et l'eau y était comme stagnante. Il fournissait constamment par minute, une quantité d'eau de 1194 pouces cubes. Voici les résultats des expériences, qui ont été faites avec cet appareil. On n'a commencé à compter les tours de la roue, que lorsque le mouvement paraissait parvenu à l'uniformité.

Fardeau élevé.	Nombre de tours en 60 secondes.	Fardeau élevé.	Nombre de tours en 60 secondes.
11 ℔	$11\frac{46}{48}$	15 ℔	$9\frac{10}{48}$
12	$12\frac{11}{48}$	16	$8\frac{31}{48}$
13	$10\frac{25}{48}$	17	$8\frac{9}{48}$
14	$9\frac{40}{48}$	18	$7\frac{32}{48}$

Avec 19 livres, la roue tournait encore, mais très-lentement. Avec 20 livres, elle s'arrêtait, quoiqu'on l'eût d'abord mise en mouvement, pour lui faire prendre l'eau. Le fardeau néanmoins paraissait être encore un peu faible. La roue faisait $40\frac{1}{4}$ tours en *une* minute, lorsqu'elle n'avait rien à élever.

En multipliant chaque fardeau par le nombre de tours correspondant, on trouve que les produits vont en augmentant : le plus grand est celui qui répond à 17 livres; ainsi le *maximum* se rencontre à-peu-près avec le cas, où la roue marche avec plus de lenteur.

Dans le cas du plus grand effet, la roue faisait $8\frac{3}{16}$ tours en une minute : elle en faisait $40\frac{1}{4}$ dans le même temps, lorsqu'elle ne portait aucun fardeau. La première vîtesse *est à* la dernière, *comme* 1 *est à* 5 à-peu-près. Donc pour le *maximum* d'effet, la roue doit avoir le *cinquième* de la vîtesse, qu'elle prendrait naturellement, si elle n'avait aucun fardeau à élever.

CHAPITRE VIII.

De la réaction de l'eau. Des roues à réaction.

§ 117. OUTRE les deux espèces de roues, que nous venons de considérer, il en est une troisième espèce, où l'eau agit d'une toute autre manière, et qu'il faut aussi que nous fassions connaître. Dans les roues à pots, l'eau agit par son seul poids; dans les roues à aubes, elle vient frapper extérieurement la roue, et lui communique une partie de sa vîtesse. Dans la troisième espèce de roue, l'eau est reçue dans l'intérieur de la roue, et c'est en sortant, qu'elle lui fait prendre plus ou moins de vîtesse.

Daniel Bernoulli avait observé le premier, que l'eau qui sort d'un vase, *repousse* ce vase. Cette expression, et la chose elle-même, ont besoin d'être expliquées.

§ 118. Concevons un vase plein d'une eau tranquille : il se fait, comme on sait une pression sur les parois, qui est la même sur tous les points qui sont à égale distance du niveau. Que l'on perce une ouverture sur le côté du vase, à *un demi-mètre*, par exemple, de profondeur : aussitôt l'eau s'échappera par cette ouverture, avec toute la vîtesse due à cette hauteur d'un demi-mètre. La *pression* qui se faisait sur cette

partie de la paroi, cesse à l'instant, tandis qu'elle demeure la même sur tous les autres points, placés à la même profondeur. Le point directement opposé à l'ouverture, est donc poussé de dedans en dehors, tandis qu'à l'ouverture même, toute pression a cessé contre le vase. L'équilibre est donc rompu à l'instant, où l'eau a la liberté de s'écouler; et la pression intérieure qui n'est pas contre-balancée par une pression *antagoniste*, produit sur le champ son effet, en repoussant le vase, s'il est suspendu librement, dans le sens opposé au mouvement de l'eau qui s'en échappe. La force avec laquelle le vase est repoussé, est justement égale à celle qui chasse l'eau du vase.

Cette répulsion des fluides avait été jusqu'ici confondue avec la résistance de l'air. L'ascension des fusées volantes, le recul des armes à feu, la vîtesse rétrograde de l'*éolipyle à vapeur* étaient attribués à la résistance que l'air était censé opposer à l'expansion des *gaz*, qui dans tous ces cas font effort pour s'échapper par une ouverture fort étroite. Mais ces effets auraient également lieu dans le vide. Ce n'est donc point à cette cause qu'ils sont dus, mais bien à la *réaction* des fluides renfermés, qui pressant d'abord tous les points du vase où ils sont contenus, et venant tout-à-coup à trouver une issue, s'échappent par-là avec impétuosité, tandis qu'ils continuent d'exercer leur pression sur tous les autres points. Celle qui se fait sentir sur le point opposé à l'orifice, étant la seule qui puisse produire son effet, le vase se trouve poussé dans ce sens-là, avec la même force qui chasse le fluide par l'orifice.

C'est sur le principe qu'on vient d'établir, qu'est fondée la troisième manière d'employer l'action de l'eau. On trouve dans la physique du docteur *Desagulliers* la première idée, et le premier modèle (fig. 147.e) d'une roue hydraulique mue par la force *répulsive* de l'eau : mais la chose n'y est présentée que comme un objet de curiosité. Un citoyen de

Lyon, M. *Benoît Leroi*, saisissant la même idée, et cherchant à l'utiliser, a présenté il y a quelques années, à l'Académie de cette ville, le plan d'une roue semblable, mais considérablement améliorée. Il en a discuté les avantages dans deux savans mémoires; et il a prouvé par le raisonnement, et par le fait, que cette roue, qu'il appelle *roue à réaction*, était beaucoup plus avantageuse que les roues à aubes.

§ 119. Pour déterminer l'effort dont l'eau est capable, lorsqu'elle réagit ainsi contre le vase qui la contient, et d'où elle s'échappe, il suffit de connaître la vîtesse qui a lieu au premier instant à l'orifice, par où elle sort. Car c'est la puissance qui produit cette vîtesse, qui est aussi la cause de la réaction, et qui en donne la mesure. Or, la vîtesse de sortie est connue, lorsqu'on connaît la hauteur du niveau au-dessus du centre de l'orifice. Cette hauteur étant, par exemple, de *deux* mètres, l'eau à sa sortie aura une vîtesse de 6,3 mètres à-peu-près par seconde. La roue est donc repoussée avec la même force, qui s'exerce contre la partie opposée à l'orifice, sur une étendue égale à celle de cet orifice. Si la roue est supposée parfaitement mobile, et qu'elle ne supporte aucune charge; au moment où l'eau pourra s'échapper, elle se mettra en mouvement dans le sens contraire, et sa vîtesse s'accélérera de plus en plus, jusqu'à devenir égale à celle que la charge est capable de communiquer.

D'un autre côté la vîtesse avec laquelle l'eau sort de la roue, diminue de plus en plus, à mesure que le mouvement de la roue s'accélère; et enfin lorsque la roue aura pris toute la vîtesse due à la hauteur de charge, l'eau ne fera plus que tomber simplement par l'orifice, sans avoir aucune vîtesse en avant, pour s'éloigner de la roue. Toute sa vîtesse aura passé dans la roue même, qui s'éloignera de l'eau, avec la même vîtesse, que l'eau s'éloignerait

de la roue, si la roue était immobile. Ce cas paraît semblable à celui, où une roue à aubes très-légère, et très-mobile, prend toute la vîtesse du courant, dans lequel elle plonge.

La détermination du *maximum* d'effet dans cette sorte de roue, dépend de plusieurs considérations, qui n'ont pas lieu pour les roues à aubes. Comme la force qui chasse l'eau par l'orifice, est justement celle qui repousse la roue, et la met en mouvement, il semble d'abord, que l'effet doit être le même, que si une veine fluide de la grandeur de l'orifice, venait frapper une surface égale, avec la vîtesse due à la hauteur de la charge. Mais la puissance qui agit dans la roue à réaction, est une *pression*, et non pas un choc. D'un autre côté cette puissance est accrue par celle qui vient de la force centrifuge, résultante dans le fluide du mouvement de rotation imprimé à la roue. De ces différences qui sont à l'avantage de la roue à réaction, il suit que le *maximum* d'effet doit, comme le prétend M. *Leroi*, être dans cette espèce de roue, plus grand que dans les roues à aubes.

Cet avantage des roues à réaction sur les roues à aubes, a été prouvé par plusieurs expériences, dont nous ne rapporterons ici qu'une seule. Dans cette expérience, la hauteur de charge étant de 20⅔ pouces, l'eau dépensée s'est trouvée de 124 livres environ, et le poids élevé de 6 livres. En y ajoutant *une* livre de plus, à cause des frottemens, la résistance vaincue a donc été de 7 livres, et l'espace parcouru s'est trouvé de 3108 lignes. Ces deux dernières quantités, multipliées l'une par l'autre, donnent pour leur produit le nombre 21756 : c'est-là ce qui représente l'effet obtenu. En multipliant de même les 124 liv. d'eau dépensée par 248 lignes, hauteur de la charge, il vient 30752, pour l'expression de la puissance. Or, les deux nombres trouvés sont à-peu-près entr'eux, *comme* 19 *est à* 27. L'effet a donc été dans cette

expérience les *dix-neuf vingt-septièmes* de la puissance, c'est-à-dire, plus que le double de ce que peuvent donner les roues à aubes.

On pourrait penser que ce résultat est un peu exagéré : mais on sera détrompé à cet égard, lorsqu'on saura que la roue à réaction exécutée en grand, a présenté les mêmes avantages. Un moulin dont la roue est à réaction, établi à peu de distance de la ville de Lyon, ayant été comparé à d'autres moulins, dont les roues sont à aubes, on a trouvé, qu'eu égard à l'eau dépensée, et à la quantité de la mouture, l'effet du premier moulin était plus que le *double* de celui des derniers. Ajoutez à cela que la première espèce de roue ne demande qu'une chute d'eau peu considérable, comme de 5 à 6 pieds, par exemple; qu'elle peut tourner *immergée* dans l'eau, et peut être mise en usage dans des circonstances, où les roues à pots ne pourraient pas être employées, ou dans lesquelles elles n'offriraient pas le même avantage. Elle peut sur-tout être substituée aux roues à aubes, placées au bas des chutes d'eau, et qu'on appelle *roues à terrain*. Celles-ci ne donnent pas même les *huit vingt-septièmes* de la puissance. (Note 23.e)

---

obliquement au choc. La grandeur du choc dépend donc aussi de la projection ND de l'aile, sur un plan perpendiculaire à la direction du vent. L'impulsion sera la plus grande, lorsque *ce multiplié* par ND sera un *maximum*. Or, on trouve que le *maximum* a lieu, lorsque l'angle *abm* que fait la direction du vent, et par conséquent l'angle ABN que fait l'axe avec le plan de l'aile, est de $54\frac{3}{4}$ degrés. Telle est la position, que l'on doit donner aux ailes d'un moulin à vent, pour obtenir de l'action du vent le plus grand effet possible. On suppose l'aile en repos au moment du choc : si elle est déjà en mouvement, cet angle doit être plus ouvert (*e''*).

Quant à la vîtesse que doit prendre la roue, pour que l'effet soit le plus grand possible, c'est une chose qui ne pourrait guère se déterminer que

---

(*e''*) Soit v la vîtesse absolue du vent, représentée par la ligne *ab*, v' sa vîtesse relative, exprimée par *bc*, et v'' la vîtesse *ce*, par laquelle il agit sur l'aile pour la faire tourner. Appelons A la demi-largeur BN de l'aile, et x l'angle *abc*, que fait la direction du vent avec la perpendiculaire à la surface de l'aile. On aura d'abord : $v' = v \cos. x$. Ensuite, $v'' = v' \sin. x = v \sin. x \cos. x$. D'un autre côté ND que j'appelle $A' = A \cos. x$. Donc le produit $A' v'' = A v \sin. x \cos.^2 x$. Il faut que l'angle x soit tel, que ce dernier produit soit un *maximum*. En différenciant, il vient l'équation : $dx \cos.^3 x - 2\, dx \sin.^2 x \cos. x = o$; en réduisant, on a : $\cos.^2 x - 2 \sin.^2 x = o$, ou $1 - 3 \sin.^2 x = o$; d'où $\sin. x = \frac{1}{\sqrt{3}}$. L'angle qui donne donc le plus grand produit, a pour *sinus* $\frac{1}{\sqrt{3}}$. Cherchant dans les tables, on trouve que cet angle est de $35^\circ \frac{1}{4}$: par conséquent l'angle que doit faire le vent, ou l'axe avec le plan des ailes, pour que le choc soit le plus grand possible, doit être de $54\frac{3}{4}$ degrés.

Si l'on compare l'impulsion du vent sur l'aile *oblique*, à l'impulsion sur l'aile *directe*, on la trouvera de beaucoup inférieure. C'est pour cette raison qu'on a imaginé les moyens, dont il est fait mention à la note 24.e, pour présenter les ailes perpendiculairement au vent, et les faire tourner dans un plan horizontal. Mais ces moyens ont été jusqu'ici plus curieux qu'utiles. Au reste on pourrait encore faire tourner les ailes *horizontalement*, en imitant le *ventilateur* de la figure 46.e

par des calculs longs et difficiles. On voit en effet, que la roue tournant ici non dans la direction du vent, mais dans un sens perpendiculaire à cette direction, la vîtesse acquise ne peut pas la soustraire à l'action du vent; et que par conséquent cette vîtesse doit s'accélérer de plus en plus, jusqu'à ce que la somme des résistances s'oppose à tout accroissement ultérieur. De plus les différentes parties de l'aile tournant avec des vîtesses différentes, il doit arriver que la partie inférieure étant frappée par le vent, la partie supérieure frappe au contraire le vent; ce qui ajoute à la difficulté du problème. La détermination du *maximum* d'effet dépend également d'une théorie fort compliquée. On peut consulter sur ce sujet les recherches d'*Euler*. (*Nouveaux Mémoires de Pétersbourg*, *tom. IV.*)

NOTES

POUR LE TRAITÉ D'HYDRAULIQUE PHYSIQUE.

NOTE PREMIÈRE.

L'EXPÉRIENCE dont il est ici question, est trop importante, et elle fait trop d'honneur à quelques amateurs de ma connaissance, pour que je ne profite pas de l'occasion qui se présente, de donner quelques détails à ce sujet. Tout ce qu'on en sait dans le public, se réduit à quelques mots que les journaux en ont dit. Aucun ouvrage répandu n'a donné une connaissance suffisante de cette découverte. Les mémoires de l'Académie de Lyon sont le seul recueil, où elle soit consignée : mais comme cette Société savante n'a encore rien fait imprimer, je vais exposer ici tout ce qui s'est passé à ce sujet.

Un ouvrier de St-Etienne, occupé de la fabrication des fusils à vent, ayant par hasard essayé un de ces instrumens dans une obscurité profonde, aperçut au moment du coup, une lumière semblable à une étoile, qui parut au bout du canon du fusil ; il essaya vainement d'obtenir le même effet une seconde fois : mais ayant imaginé de condenser l'air dans la pompe, dont on se sert pour charger le fusil à vent, après l'avoir bien bouchée avec un vieux linge, il fut fort étonné de voir que le linge avait brûlé. Ce fait étant parvenu à la connaissance de M. *Haès*, artiste mécanicien, établi à Lyon, il se mit à répéter l'expérience avec deux de ses amis, MM. *Eynard*, médecin, et *Gensoul*, négociant. Ces Messieurs réussirent parfaitement, et se firent un plaisir de montrer cet effet nouveau et singulier, à tous

les savans, et les amateurs de leur connaissance. L'expérience se faisait alors de la manière suivante, qui est représentée par la figure 150.e

On prenait une de ces pompes, dont on se sert pour condenser l'air dans un fusil à vent. On la fixait fortement dans un étau, en lui donnant une position un peu inclinée à l'horizon. On introduisait dans le bout de la pompe un petit chiffon, roulé sur lui-même, et qu'on retenait par dehors au moyen d'un morceau de planche, qu'une personne appliquait fortement avec ses deux mains contre ce bout de la pompe. Cela fait, quelqu'un de vigoureux tirant le piston, le poussait vivement une fois ou deux; et celui qui retenait le linge, le retirant aussitôt, on le trouvait souvent embrasé comme un charbon, ou bien il prenait feu subitement avec une petite explosion.

Cependant l'expérience ne réussissait pas toujours de même, quoique le coup eût été donné de la même manière, et avec la même force. En cherchant la cause de ce fréquent défaut de succès, un jour que l'on était plusieurs amateurs réunis pour cet objet, on reconnut qu'une condition essentielle pour la réussite de l'expérience, était que l'ouverture du bout de la pompe fût parfaitement bouchée, et que l'air n'eût absolument aucune issue par-là. En partant de ce principe, on vit de suite, qu'il fallait fermer la pompe extérieurement, et placer en dedans la matière qu'on voulait enflammer. On monta donc sur la vis, qui termine la pompe, un bouchon de métal, où l'on avait ménagé intérieurement une petite cavité, pour y loger la matière combustible. Ce fut l'amadou qu'on choisit pour cela. L'on trouva donc enfin que l'expérience faite de la manière suivante, avait un succès constant.

On prend un bouchon de cuivre, qui puisse se monter sur la vis de la pompe, et qu'on fait joindre exactement au moyen d'un cuir gras. On met dans le fond du bouchon, un morceau d'amadou, et ayant tiré le piston, on appuie la tête de sa tige contre une table solide; ensuite saisissant la pompe avec les deux mains, on donne un coup vigoureux de haut en bas (fig. 151.e). Si le coup a été fort et vif, en dévissant promptement le bouchon, on trouve l'amadou allumé.

Telle est la manière dont se fait aujourd'hui cette expérience nouvelle, qui, comme on voit, est due principalement à des amateurs Lyonnais, et que j'appelle pour cela l'*expérience de Lyon*. Ce sont eux en effet qui l'ont accueillie, qui l'ont variée, qui l'ont simplifiée, qui ont trouvé le moyen d'en assurer le succès Ils ont fait plus : ils ont imaginé de percer le bouchon à son fond, et d'y mastiquer un verre épais, pour pouvoir découvrir au travers ce qui se passe dans l'intérieur de la pompe, au moment où l'air est refoulé. Ils ont observé les premiers, que lorsqu'il n'y a point de matière combustible dans le bouchon, un coup de piston donné de même avec force et prestesse, faisait briller dans l'intérieur une lumière vive, semblable à une étincelle; de façon que cette compression forte et subite de l'air, produit tout-à-la-fois de la lumière et de la chaleur.

Voilà pour ce qui concerne l'historique de cette découverte, et la manière de faire l'expérience. Venons à son explication. On a cru d'abord que le frottement du piston contre les parois du corps de pompe, était la cause de la chaleur produite dans cette circonstance. Mais la matière qui s'allume, n'est exposée à aucun frottement; et la chaleur que peut acquérir le corps de pompe par un seul coup de piston, est comme nulle. Quelques-uns ont dit, que c'était l'huile dont on enduit le piston, qui prenait feu par le frottement, et qui allumait ensuite l'amadou. Mais il est évident que l'huile employée n'a d'autre effet, que de diminuer le frottement; et l'expérience réussit d'autant mieux, que le piston se meut avec plus de facilité. M *Eynard*, de l'Académie de Lyon, a démontré d'une manière plus convaincante encore, que ce n'est point à l'huile qu'il faut attribuer l'inflammation de l'amadou. Il a construit lui-même une pompe, dont le piston est en métal, et n'a besoin, pour glisser librement, et faire aussi prendre feu à l'amadou, que d'être légèrement humecté avec de l'eau.

On a pensé encore que le frottement de l'air contre la matière combustible, pouvait l'échauffer assez, pour la faire brûler. Cette raison qu'on pouvait apporter, lorsque l'expérience se faisait de la première façon, et qu'on croyait que l'air comprimé s'échappait au travers du linge par l'ouverture de la pompe, n'est plus présentable

présentable aujourd'hui qu'on sait, que l'air doit être retenu avec soin de toutes parts. Enfin on a avancé, que le contact subit d'un grand nombre de molécules d'*oxigène*, condensées dans un petit espace, pouvait déterminer la combustion de l'amadou. Mais on a vu, qu'il est arrivé quelquefois, que la matière combustible n'avait pris feu, qu'après avoir été retirée de la pompe, et transportée au milieu de l'air extérieur. Aucune de ces raisons ne peut donc servir à expliquer le phénomène, dont il est ici question. Quelle en est donc la véritable cause ? La voici.

Les molécules de l'air sont séparées, et éloignées les unes des autres d'une quantité, que les physiciens n'ont pu déterminer. Mais l'intervalle qui les sépare, n'est pas vide : il est occupé par différens fluides plus subtils que l'air, et principalement par la matière de la chaleur, dont les molécules sont unies avec celles de l'air, et leur servent comme d'enveloppe. Lorsque par le moyen d'une force quelconque, on oblige les parties de l'air de se rapprocher, on diminue l'intervalle qui est entr'elles, et une portion de la matière de la chaleur est forcée de se retirer. Si la condensation de l'air se fait avec lenteur, le feu se retire librement, et la température de l'air ne souffre aucun changement sensible. Mais si la compression se fait brusquement, et avec beaucoup de vivacité, alors les parties du feu ne pouvant pas céder assez promptement, elles éprouvent une condensation momentanée, qui produit une élévation de température ; et c'est cet accroissement de chaleur qui opère dans notre expérience, l'inflammation de l'amadou, et des autres matières combustibles. Il arrive même, comme on a dit, que cette compression forte et subite de l'air est accompagnée d'une vive lumière, qui peut être due ou à la condensation de la chaleur, ou à celle du fluide lumineux, si la chaleur et la lumière sont produites par deux substances différentes.

L'air atmosphérique n'est sans doute pas le seul fluide élastique, qui jouisse de ces nouvelles propriétés : il est probable que tous les autres *gaz* présenteraient les mêmes phénomènes. Leur constitution physique paraît être la même ; et par conséquent le rapprochement *subit* de leurs molécules opérerait de même une condensation sensible dans la lumière et la chaleur qui leur sont unies. En

faisant usage de l'appareil que nous avons décrit, on a condensé subitement du *gaz oxigène*, et du *gaz hydrogène*, mélangés dans la proportion convenable pour faire de l'eau, et l'on assure que la pompe, ou le bouchon qui la fermait, a été rompu et lancé au loin par l'explosion. Ce fait suppose qu'il s'est effectivement formé de l'eau dans cette expérience; et que cette eau *vaporisée* par une grande chaleur, a brisé l'obstacle qui s'opposait à son expansion.

L'expérience qu'on vient de faire connaître, ne peut manquer d'intéresser tous les physiciens, et peut-être en fera-t-on par la suite quelque application importante. Pour le présent on a imaginé de donner à l'appareil destiné à la répéter, une forme plus agréable, et qui offre quelque utilité. C'est une *canne* qui contient le cylindre, et le piston, propre à condenser l'air: l'amadou se loge dans la pomme de la canne. Après avoir tiré le piston, on appuie le bout de la canne contre la terre, et un seul coup poussé avec vivacité, suffit pour allumer cette matière combustible.

On a donné encore d'autres formes à ce nouvel appareil: mais la plus simple et la plus parfaite est celle qui a été imaginée par un Lyonnais, le sieur *Dubois*, fondeur. Le *briquet pneumatique* consiste à présent en un cylindre de cuivre de 4 pouces de long, creux et fermé constamment par un bout. Un piston de pareille longueur, porte à son extrémité une petite cavité, où l'on met l'amadou; et en retirant promptement le piston après le coup donné, on ne manque jamais de la trouver enflammée. Un amateur, M *Thibaudier*, a subtitué à l'amadou des mèches et de petites bougies, qui prennent feu, et s'allument toutes seules, à l'instant où on retire le piston. Ainsi c'est dans le lieu même d'où cette belle expérience est sortie, qu'elle a été amenée au plus haut degré de simplicité et de perfection. Ces ingénieux appareils, dont le prix est extrêmement modique, se trouvent à Lyon, chez le sieur Dubois, *rue St-Joseph*.

NOTE II.e

Je ne donnerai point ici une connaissance détaillée du nouveau système des poids et mesures: cette connaissance peut se puiser dans un grand nombre d'ouvrages assez répandus. Je me contenterai donc de donner le rapport réciproque des nouvelles mesures aux anciennes, et des

anciennes aux nouvelles, en me bornant à celles dont la connaissance est nécessaire, pour la parfaite intelligence de cet ouvrage.

1.° L'unité fondamentale du nouveau système, est le *mètre*. Le mètre est la dix-millionième partie du quart du méridien terrestre. La circonférence de la terre est donc de 40 *millions* de mètres.

Le mètre se divise en 10 *décimètres*. Le décimètre se divise en 10 *centimètres*; le centimètre en 10 *millimètres*.

Toutes les dimensions *linéaires* se mesurent au mètre. Les surfaces se mesurent en *mètres carrés*.

Le mètre carré vaut 100 *décimètres carrés*. Le décimètre carré vaut 100 *centimètres carrés*. Le centimètre carré vaut 100 *millimètres carrés*.

Les solidités ou volumes se mesurent en *mètres cubiques*.

Le mètre cube vaut 1000 *décimètres cubes*. Le décimètre cube vaut 1000 *centimètres cubes*. Le centimètre cube vaut 1000 *millimètres cubes*.

2.° L'unité principale pour les poids, c'est le *gramme*: c'est le poids d'un *centimètre cube* d'eau distillée.

10 grammes font le *décagramme*. 10 décagrammes font l'*hectogramme*. 10 hectogrammes font le *kilogramme*, ou la livre nouvelle.

Le gramme se divise en 10 *décigrammes*. Le décigramme se divise en 10 *centigrammes*. Le centigramme en 10 *milligrammes*.

3.° L'unité principale pour les mesures de capacité, et pour les liquides, c'est le *litre*, qui se compose et se divise comme le gramme. Le litre n'est autre chose que le *décimètre cube*. Il pèse en eau distillée 1000 grammes, ou 1 kilogramme.

I. Les anciennes mesures *linéaires* sont : la *toise de France* qui vaut 6 pieds; le *pied*, qui se divise en 12 pouces; le *pouce* qui se divise en 12 *lignes*.

Les mesures de *superficie* sont : la *toise carrée*, qui vaut 36 pieds carrés. Le *pied carré*, qui vaut 144 pouces carrés; le *pouce carré* qui vaut 144 *lignes carrées*.

Les mesures de *solidité* sont : la *toise cube*, qui vaut 216 pieds cubes; le *pied cube*, qui vaut 1728 pouces cubes; le *pouce cube*, qui vaut 1728 *lignes cubes*.

II. Les anciens poids les plus usités sont pour le poids de marc : la *livre*, qui se divise en 16 onces ; l'*once*, qui se divise en 8 gros ; le *gros*, qui se divise en 3 deniers ; et le *denier*, qui se divise en 24 *grains*.

III. La mesure la plus connue pour les liquides, c'était la *pinte* de Paris, qui contenait 46,9 pouces cubes, et qui pesait en eau distillée, 1 liv. 14 onc. 3 gr. 13 grains, ou 17509 grains.

Valeurs exactes ou approchées des nouvelles mesures en mesures anciennes.

1.° Le mètre *vaut* 3 pieds 0 p. 11,296 l. Le décimètre *vaut* 3 pouces 8,33 l. Le centimètre *vaut* 4,43 l. Le millimètre *vaut* 0,44 l.

2.° Le mètre carré *vaut* 9,47 pieds carrés. Le décimètre carré *vaut* 136 pouces carrés. Le centimètre carré *vaut* 20 lignes carrées. Le millimètre carré *vaut un cinquième* de ligne carrée.

3.° Le mètre cube *vaut* 0,135 toise cube, ou 29$\frac{1}{5}$ pieds cubes. Le décimètre cube *vaut* 50,4 pouces cubes. Le centimètre cube *vaut* 87 lignes cubes. Le millimètre cube *vaut un douzième* de ligne cube.

4.° Le kilogramme *vaut* 2,04 livres poids de marc. L'hectogramme *vaut* 3$\frac{1}{4}$ onces. Le décagramme *vaut* 2,6 gros. Le gramme *vaut* 19 grains. Le décigramme *vaut* 2 grains. Le centigramme *vaut un cinquième* de grain. Le milligramme *vaut un cinquantième* de grain.

5.° Le litre *vaut* 1,07 pinte de Paris. Le litre contient 50,4 pouces cubes. Il pèse en eau distillée 2,04 liv. poids de marc.

Valeurs approchées des mesures anciennes en mesures nouvelles.

I. La toise de France *vaut* 1,95 mètre. Le pied *vaut* 325 millimètres. Le pouce *vaut* 27 millimètres. La ligne *vaut* 2$\frac{1}{4}$ millimètres.

II. La toise carrée *vaut* 3,8 mètres carrés. Le pied carré *vaut* 10$\frac{1}{2}$ décimètres carrés. Le pouce carré *vaut* 733 millimètres carrés. La ligne carrée *vaut* 5 millimètres carrés.

III. La toise cube *vaut* 7,4 mètres cubes. Le pied cube *vaut* $34\frac{1}{4}$ décimètres cubes. Le pouce cube *vaut* 20 centimètres cubes. La ligne cube *vaut* $11\frac{1}{2}$ millimètres cubes.

IV. La livre poids de marc *vaut* 0,49 du kilogramme. L'once *vaut* 30,6 grammes. Le gros *vaut* 3,8 grammes. Le denier *vaut* $1\frac{1}{4}$ gramme. Le grain *vaut* $\frac{1}{2}$ décigramme.

V. La pinte de Paris *vaut* 0,93 du litre. Elle pèse en eau distillée 930 grammes.

VI. La toise cube d'eau distillée *pèse* 15120 ℔ ou 7398 kilogrammes. Le pied cube d'eau distillée *pèse* 70 ℔, ou $34\frac{1}{4}$ kilogrammes. Le pouce cube *pèse* $373\frac{5}{8}$ grains, ou 18,7 grammes. La ligne cube *pèse un cinquième* de grain, ou 1 centigramme.

VII. Le centimètre cube d'eau distillée *pèse* 1 gramme, ou 19 grains. Le décimètre cube *pèse* 1 kilogramme, ou 2,04 ℔. Le mètre cube *pèse* 1000 kilogrammes, ou 2043 ℔. Le millimètre cube *pèse* 1 milligramme, ou *un cinquantième* de grain.

NOTE III.e

La pression que les fluides en repos exercent contre une surface donnée, est égale au poids d'un *prisme* du fluide, ayant pour base la surface pressée, et pour hauteur la distance du *centre de gravité* de cette surface à la ligne du niveau. Telle est la valeur de la pression: mais quel est le point du plan pressé, qui est le centre de pression, c'est-à-dire, celui où il faudrait appliquer une force égale, et opposée à la pression, pour tenir cette dernière force en équilibre? C'est ce que nous allons rechercher, en supposant pour plus de simplicité, que la surface contre laquelle se fait la pression, a la forme d'un rectangle, qu'elle est dans une position verticale, et que son bord est parallèle, et rase la surface du fluide.

D'abord il est évident, que si l'on mène dans le plan une ligne verticale, qui le partage en deux également, les pressions à droite et à gauche de cette ligne, seront nécessairement égales; et par conséquent le centre de pression devra se trouver quelque part sur cette ligne. D'un autre côté, les pressions contre des surfaces verticales, qui ont des bases, et des hauteurs égales, augmentant

évidemment comme les abaissemens au-dessous du niveau, si l'on divise la surface donnée par des lignes horizontales, en portions très-petites, et d'égale hauteur, on pourra représenter les pressions, qu'éprouvent ces différentes portions élémentaires, par la suite des nombres, 1, 2, 3, 4, etc. formant une progression arithmétique. Ces nombres exprimeront les valeurs *absolues* de ces pressions: mais pour avoir leur valeur *relativement* au centre, il faudra multiplier chacune de ces pressions par la distance du point où elle est appliquée, à ce point central. Or, ce dernier point doit être placé de manière, que la somme des pressions relatives, qui se font au-dessus, soit égale à la somme des pressions relatives, qui se font au-dessous. C'est-là la condition, qui servira à trouver le centre demandé.

Supposons donc la hauteur du rectangle partagée en 10 parties égales, chacune, par exemple, d'*un centimètre:* les pressions *absolues* sur chaque point de division, seront exprimées par les nombres 1, 2, 3, etc. jusqu'à 10; et les pressions *relatives* seront $1 \times x$, $2(x-1)$, et ainsi de suite jusqu'à $10(x-9)$. J'entends par x la distance en centimètres du premier point de division au centre de pression. Les sommes des pressions relatives de part et d'autre de ce centre devant être égales, leur totalité pourra donc s'égaler à zéro. On aura donc $55x-330=0$; d'où $x=6$. Mais depuis le premier point de division, jusqu'au dernier, il n'y a que 9 intervalles. Le centre de pression est donc placé aux *deux tiers* de cette distance, à compter du premier point, ou à *sept* centimètres au-dessous du niveau.

Au lieu de représenter les pressions par des nombres, on peut les représenter par des lignes, dans lesquelles la loi de continuité est bien plus manifeste. Si donc dans le parallélogramme ABCD (fig. 152.e), qui figure la surface pressée, on mène du milieu E du côté supérieur, les deux droites EC, ED, on formera ainsi un triangle *isoscèle* CED, dans lequel menant une multitude de lignes parallèles à la base CD, ces lignes qui croissent proportionnellement à leurs distances du sommet E, exprimeront les pressions sur les différens petits rectangles élémentaires, lesquelles, comme on a dit, suivent la même loi. Mais chacune de ces pressions devant s'estimer

relativement au centre de pression ; on voit que le cas est ici le même, que si l'on voulait avoir le *centre de gravité* du triangle CED, considéré comme uniformément pesant. Or, on sait que ce centre de gravité est placé aux *deux tiers* de la ligne EF. Donc ce sera aux *deux tiers* de la verticale, qui partage *en deux* également le rectangle ABCD, qu'est placé le centre de pression ; c'est autour de ce point, que toutes les pressions se font mutuellement équilibre.

Si le bord supérieur de la surface, toujours supposée rectangulaire, n'atteignait pas le niveau, et qu'il fût plus bas d'une certaine quantité : alors la totalité des pressions ne pourrait plus être représentée par un triangle, puisque la première de ces pressions ne serait plus zéro, mais qu'elle aurait une valeur dépendante de l'abaissement au-dessous du niveau, du point où elle est appliquée. La somme des pressions serait donc dans ce cas, exprimée par un *trapèze* (fig. 153.[e]), dont les côtés opposés et parallèles auraient entr'eux le même rapport, que les pressions extrêmes, qui ont lieu au bord supérieur, et au bord inférieur du plan. Il s'agira donc encore de trouver le centre de gravité de ce trapèze. Il est évident d'abord que ce centre de gravité est sur quelque point de la verticale EF, menée par le milieu des deux côtés parallèles, et qui divise la figure en deux parties égales. Pour avoir le point de cette ligne, autour duquel est en équilibre l'aire du trapèze, dont la pesanteur est supposée uniforme, on mènera la diagonale AC, et l'on cherchera le centre de gravité de chacun des triangles ainsi formés. L'un est en K, aux *deux tiers* de la ligne AE, et l'autre en L, aux *deux tiers* de la ligne CF. On unira les deux points, K et L, par une droite KL, qui coupera EF au point g. Ce sera là le centre de gravité du trapèze. Si EF représente la hauteur de la surface pressée, le point de cette hauteur correspondant au point g, fera le centre de pression.

On peut facilement trouver la position relative du point g sur la hauteur EF du trapèze. Pour cela, abaissons des points L et K, les perpendiculaires Li, Kh sur EF. Les triangles semblables giL, ghK, donneront la proportion : $gh : gi :: h\mathrm{K} : i\mathrm{L}$. Donc, $gh + gi : gh :: h\mathrm{K} + i\mathrm{L} : h\mathrm{K}$. Ou, $ih : gh :: h\mathrm{K} + i\mathrm{L} : h\mathrm{K}$. Mais à

cause des triangles semblables FiL, FEC, on a $Fi = \frac{1}{3} EF$, et $iL = \frac{1}{3} CE = \frac{1}{6} CD$. De même $Eh = \frac{1}{3} EF$, et $hK = \frac{1}{3} AF = \frac{1}{6} AB$. Donc $ih = \frac{1}{3} EF$. Maintenant si l'on nomme h la hauteur EF du trapèze, b la base CD, et b' la base AB, et x la ligne cherchée gh; la proportion ci-dessus deviendra : $\frac{1}{3} h : x :: \frac{1}{6} b' + \frac{1}{6} b : \frac{1}{6} b'$. D'où $x = \frac{\frac{1}{6} b' \cdot \frac{1}{3} h}{\frac{1}{6} (b + b')} = \frac{b' h}{3 (b + b')}$. Telle est la valeur de la ligne gh, qu'il faut ajouter au tiers Eh de la hauteur du trapèze, pour avoir la distance du centre de gravité à la base CD, ou pour avoir l'abaissement du centre de pression au-dessous du bord supérieur de la surface pressée.

NOTE IV.[e]

Les quantités dont le niveau des eaux s'abaisse au-dessous de la ligne horizontale, sont entr'elles comme les carrés des distances, tant que ces distances sont petites.

Soit AM (fig. 154.[e]) une portion d'un grand cercle de la terre; AH une horizontale tangente à la surface du globe en A; AC, BC, B'C trois lignes menées des points A, B, et B' au centre de la terre. Les points D et D', où les deux dernières rencontrent sa surface, sont au même niveau que le point A, et par conséquent BD et B'D' sont les quantités dont le niveau s'abaisse naturellement, pour les distances AB, et AB'.

Maintenant si ces distances sont petites, comme de 3 à 4 mille mètres au plus, il n'y aura pas de différence sensible entre AB et AD, entre AB' et AD'; de façon que les distances rectilignes et horizontales pourront, sans crainte d'erreur, se compter sur la surface convexe du globe. De plus les angles formés au centre de la terre par les verticales BC, B'C avec le rayon AC, étant supposés extrêmement petits, ces lignes seront comme parallèles, et BD et B'D' pourront être considérés comme égaux à AG et AG', *sinus-verses* des arcs AD et AD'. Or, on sait que dans un même cercle, les sinus-verses des petits arcs sont entr'eux, *comme* les carrés des longueurs de ces arcs. Donc $BD : B'D' :: \overline{AD}^2 : \overline{AD'}^2$. C'est ce qu'il fallait prouver.

NOTE V.e

Ce qui nous reste des aqueducs des Romains, porte comme tous leurs autres ouvrages, un caractère de grandeur et de magnificence, qu'on trouve rarement dans les constructions des modernes, sur-tout dans celles qui sont destinées à l'utilité publique. C'est dans quelques endroits un seul rang d'arcades, d'une hardiesse, d'une hauteur imposantes : ailleurs comme au pont *du Gard*, ce sont plusieurs rangs d'arches, posés les uns sur les autres, et qui semblent s'élever jusqu'aux nues. Par-tout la grandeur, la solidité de ces masses énormes, élevées de main d'hommes, étonnent notre faiblesse, effrayent notre médiocrité.

Mais à quoi bon ces constructions immenses, qui devaient coûter tant d'argent, et tant de temps ? Pourquoi vouloir franchir les vallées, et passer d'une montagne à l'autre, en traversant les airs ? N'était-il pas plus simple, de descendre d'abord, pour remonter ensuite de l'autre côté ? Et les Romains ignoraient-ils, que l'eau renfermée dans des tuyaux, avait en elle-même une force suffisante, pour s'élever jusqu'à son niveau, quelle que fût la profondeur où elle était descendue ?

Quelques savans ont pensé, que les Romains n'ont point connu cette propriété des fluides. On a même prétendu, que dans les conduites souterraines, qui paraissent être leur ouvrage, on ne trouve nulle part des tuyaux qui remontent, après être descendus. Quoi qu'il en soit de cette dernière assertion, il est constant que les Romains n'ont point ignoré cette loi importante de l'équilibre des fluides; et les *ponts à siphon*, qui faisaient partie de leurs aqueducs, prouvent suffisamment, qu'ils en savaient autant que nous à cet égard.

Pour se procurer une suffisante quantité d'eau, les Romains se sont souvent trouvés dans la nécessité de la tirer de fort loin. L'aqueduc qui amenait à Lyon les eaux de la montagne de *Pila*, et dont on voit encore de si beaux restes auprès de cette ville, avait environ 12 lieues de longueur en ligne droite, et 24 ou 25 lieues dans tout son développement. Dans un trajet aussi considérable, il y avait nécessairement bien des montagnes à

franchir, bien des vallées à traverser. Pour éviter les premières, l'aqueduc tournait autour de la montagne, se plongeant néanmoins dans la terre, lorsqu'il le fallait, mais jamais à plus de 5 à 6 mètres de profondeur, et maintenant toujours son même niveau. À la rencontre d'une vallée, si la profondeur en était peu considérable, l'aqueduc la traversait, porté par des arcades plus ou moins élevées. Lorsque la vallée était plus profonde, l'aqueduc se repliait avec elle, jusqu'en un endroit, où le passage pût se faire plus facilement, au moyen d'un semblable pont. Enfin si la profondeur était trop grande, et qu'il ne fût pas possible de l'éviter, alors l'aqueduc s'arrêtait tout-à-coup, et se terminait par un grand réservoir, d'où partaient de gros tuyaux de plomb, qui descendaient le long de la montagne, traversaient la vallée sur de grandes arcades, et remontaient du côté opposé jusqu'à la même hauteur, où l'aqueduc recommençait. Ces tuyaux faisaient donc la fonction d'un siphon renversé, et l'usage qu'en ont fait les Romains, démontre suffisamment qu'ils connaissaient fort bien la propriété des fluides, dont il est ici question. Quant aux motifs pour lesquels ils ont préféré de conduire les eaux par des aqueducs, il est bien facile de les apercevoir.

Les aqueducs étant construits pour le service de quelque grande ville, il est évident que ce n'était que par ce moyen, qu'on pouvait y amener à-la-fois toute la quantité d'eau nécessaire. Il eût été trop difficile de faire des tuyaux d'une suffisante grandeur, et trop minutieux de multiplier les conduites; ce qui d'ailleurs n'aurait pas été moins coûteux, que la construction des aqueducs. Un aqueduc offrait donc le moyen le plus simple, et le plus convenable, pour conduire à-la-fois une grande quantité d'eau, toute l'eau d'une, ou de plusieurs petites rivières. L'aqueduc de Pila auprès de Lyon, avait plus de 60 centimètres de largeur, sur environ *deux* mètres de hauteur.

D'un autre côté, l'eau amenée par des tuyaux de conduite, rencontre souvent dans son chemin des obstacles, qui ralentissent son cours, qui en diminuent la quantité, qui la font même perdre quelquefois. On ne découvre qu'avec plus ou moins de peine les défauts d'une conduite. C'est bien pis, si l'eau dépose : les tuyaux s'incrustent

peu à peu, et la conduite est enfin obstruée. Dans un aqueduc, au contraire, l'eau coule avec toute la facilité possible : *un millimètre* de pente sur une étendue d'*un mètre*, suffit pour cela. Aucun obstacle ne peut y retarder le cours de l'eau. De plus tout y est à découvert, et le moindre défaut ne peut manquer d'être aperçu de suite. Les Romains ne pouvaient donc s'empêcher de donner la préférence à un moyen, qui assurait à toute une grande cité la quantité d'eau nécessaire à ses besoins, et devaient rejeter celui qui ne pouvait offrir ni la même abondance, ni les mêmes sûretés.

Concluons de ce qui vient d'être dit, que les superbes aqueducs des Romains, loin de prouver leur ignorance, comme quelques-uns l'ont avancé, attestent au contraire leur sage prévoyance, autant que leur grandeur et leur magnificence. Au reste les peuples modernes ont aussi préféré quelquefois de conduire les eaux par des aqueducs. C'est un aqueduc qui, à *Montpellier* amène les eaux à la place dite *du Pérou*. C'est par des aqueducs, que *Versailles* et *Marly* reçoivent une partie de leurs eaux. Le Roi *Louis XIV* en avait fait construire plusieurs à grands frais. Celui qui avait été commencé auprès de *Maintenon*, était, comme le pont du *Gard*, composé de trois rangs d'arches, montés les uns sur les autres.

Note VI.e

Lorsqu'on connaît la capacité du vaisseau, où l'on veut faire le vide, et celle du corps de pompe, il est facile de trouver une formule, qui fasse connaître l'état de l'air intérieur, et ce qu'il en reste dans le vase, après chaque coup de piston. Soit a la capacité du vase, b celle du corps de pompe. L'air contenu d'abord dans le récipient, ayant une force élastique représentée par p, lorsqu'il se répandra dans le corps de pompe par l'abaissement du piston, cette force élastique diminuera, et deviendra $\frac{ap}{a+b}$. Tel sera le ressort de l'air au premier coup de piston. Le piston en remontant, chasse l'air, qui a passé dans la pompe, sans produire aucun changement dans l'état de celui qui est resté dans le récipient. La force élastique de celui-ci sera donc toujours $\frac{ap}{a+b}$,

et sa quantité sera $\frac{a}{a+b}$, en considérant la quantité primitive comme égale à l'unité. Au second coup de piston, cet air qui remplit encore la cloche a', s'étend de nouveau dans le corps de pompe, et sa force élastique devient $\frac{a^2 p}{(a+b)^2}$. Le piston en remontant, en chasse encore une partie au dehors, et la quantité restante dans le vase, est exprimée par la fraction $\frac{a^2}{(a+b)^2}$. En continuant à raisonner de la même manière, on voit que le ressort de l'air intérieur, après un nombre n de coups de piston, sera $\frac{a^n p}{(a+b)^n}$, et la quantité restante $\frac{a^n}{(a+b)^n}$.

Cette formule fait voir, que l'évacuation de la cloche sera d'autant plus prompte, que b sera plus grand, et d'autant plus parfaite que n sera plus considérable. Mais en même temps on reconnaît, que le vide ne peut jamais être complet par ce moyen; puisque la fraction $\frac{a^n}{(a+b)^n}$ ne peut jamais se réduire à zéro. Le vide que l'on peut obtenir avec la machine pneumatique, est donc nécessairement imparfait : mais il est encore plus limité par l'imperfection inévitable des instrumens physiques, avec quelque soin qu'ils aient été travaillés. Le vide d'ailleurs se fait toujours avec lenteur, et d'autant plus que le vase est plus grand, relativement au corps de pompe. Une machine pneumatique amène rarement et difficilement le mercure à *une ligne* de son niveau. Lorsqu'il reste encore 3 ou 4 lignes de mercure, ce qui est un des cas les plus favorables, il y a encore dans le récipient, ou la 112.e, ou la 84.e partie de l'air qu'il contenait en premier lieu.

Cependant il est des circonstances, où l'on désirerait d'avoir un vide plus parfait. Le seul moyen qu'on ait pour cela, est celui employé par l'académie de *Florence*, avant l'invention de la machine pneumatique. Si l'on remplit de mercure un tuyau de verre, de 80 centimètres environ de longueur, et terminé par un globe plus ou moins grand, lorsqu'on renversera ce tuyau, à la manière d'un baromètre, dans une jatte contenant du mercure, aussitôt le mercure contenu dans le globe, et dans la partie supérieure du tuyau, descendra dans la cuvette, et il n'en restera dans le tube qu'une colonne de 75 centimètres, environ. Tout l'espace qui est au-dessus,

demeurera donc absolument vide de mercure et d'air, comme dans un baromètre. Ce vide que l'on appelle le *vide de Toricelli*, est beaucoup plus parfait, que celui qu'on peut obtenir avec une machine pneumatique : mais il est bien rare qu'on puisse en faire usage. M. le comte de *Rumford* a employé ce procédé, lorsqu'il a voulu connaître de quelle manière la chaleur se propageait au travers du vide. Il a trouvé, comme on sait, que sa transmission dans le vide de *Toricelli*, était une fois plus lente que dans l'air atmosphérique.

NOTE VII.e

Il y a sur le mélange des différens gaz, deux opinions différentes. Les uns considèrent les gaz qui n'ont point entr'eux d'affinité chimique, comme pesant les uns sur les autres, et s'arrangeant d'après leurs pesanteurs spécifiques, tout de même que différentes liqueurs, contenues dans le même vase. Les autres pensent, que les gaz existent chacun séparément dans un même lieu, sans exercer aucune action l'un sur l'autre, et remplissant concurremment le même espace : comme un sable fin qui remplit un vase, n'empêche pas que ce vase ne puisse admettre encore une certaine quantité de liqueur. C'est ici une question de physique fort importante, et à la solution de laquelle les faits suivans doivent conduire.

1.° Le gaz appelé *hydrogène*, environ 12 à 13 fois plus léger que le gaz *oxigène*, loin de se placer au-dessus de ce dernier, comme semblerait l'exiger sa moindre pesanteur spécifique, se mêle au contraire parfaitement et intimément avec lui; et lorsqu'accidentellement il se trouve placé au-dessus, il descend en peu de temps au travers de ce gaz, et se distribue uniformément dans toute sa masse. Aussi les parties supérieures de l'atmosphère ne paraissent pas contenir de ce gaz, plus que les parties basses. Néanmoins le gaz hydrogène a d'abord, lorsqu'il est isolé, un mouvement ascensionnel au travers de l'air; ce qui est prouvé par la promptitude avec laquelle il se dissipe, lorsque le vase qui le contient, a son ouverture tournée en haut.

2.° Le gaz appelé *acide carbonique*, une fois et demie plus pesant que l'air atmosphérique, se tient dans les lieux bas, lorsqu'il est en masse. Cependant il se disperse peu à peu dans l'atmosphère, et s'y distribue également, comme le prouve la *précipitation* de l'eau de chaux, qui se fait à toutes les hauteurs. Ce gaz tombe d'abord au travers de l'air, et paraît se relever ensuite, pour se diviser de plus en plus, et se dissiper.

3.° Lorsqu'on mêle ensemble deux gaz dans un même bocal, le volume après le mélange, si les gaz n'ont point d'affinité chimique, est égal à la somme des volumes avant le mélange. Dans le cas contraire, le volume diminue plus ou moins selon les circonstances.

4.° M. *Deluc* a trouvé, qu'il ne s'élevait pas plus de vapeurs aqueuses dans un espace vide, que dans le même espace rempli d'air.

5.° M. de *Saussure* a reconnu, que la vapeur, qui se forme jusqu'à *saturation*, dans un air parfaitement desséché, et de toutes parts renfermé, faisait monter le baromètre de 6 lignes, lorsque la pression était de 27 pouces.

Tous ces faits indiquent dans la manière d'être des gaz, des particularités très-remarquables. Il me semble voir, qu'il en est des gaz comme de la fumée. Placez une chandelle allumée sous une grande cloche de verre, qui s'applique exactement sur le plan, où elle est posée. Au bout de quelques instans, la flamme s'éteindra, et il s'élèvera de la mèche un jet de fumée, qui ira frapper la voûte de la cloche. Ce jet se divisera alors, et glissera sur la concavité de cette voûte, pour redescendre vers le bas de la cloche, en suivant l'inclinaison des parois. Bientôt la fumée se mêlera à toute la masse de l'air contenu dans la cloche, se logera entre ses molécules, sans augmenter sensiblement sa force élastique : car la hauteur du baromètre demeurera à-peu-près la même. Au bout de quelque temps, la fumée sera tellement divisée, que l'air de la cloche aura repris sa première transparence. Cependant si on lève alors la cloche tout doucement, en tenant toujours son ouverture tournée en bas, on verra la fumée se manifester de nouveau, descendre au-dessous des bords de la cloche, pour s'élever encore au travers de l'air, et se répandre dans ce fluide. Le mouvement de la fumée dans l'air, lorsqu'elle a été

suffisamment divisée, paraît se faire de la même manière, que celui de l'eau dans une veine de sable ou de gravier, c'est-à-dire sans le déplacer, et en s'insinuant dans les vides, que les parties de l'air laissent entr'elles.

Il doit se passer quelque chose de semblable dans le mélange des gaz de pesanteurs spécifiques différentes; c'est-à-dire, que le gaz acide carbonique, par exemple, lorsqu'il est en masse, tombe d'abord au travers de l'air: mais qu'à mesure qu'il se divise, il s'insinue entre les molécules de l'air, et se relève pour se dissiper enfin. De même le gaz hydrogène monte d'abord dans l'atmosphère, lorsqu'il forme masse : mais il est bientôt assez divisé, pour n'être plus soumis à la pression du fluide atmosphérique, où il se distribue alors dans tous les sens.

Quant à la vapeur aqueuse, sa manière d'être paraît un peu différente de celle des gaz *permanens*. La vapeur formée dans un espace limité, ou ne peut exclure aucune partie de l'air, que cet espace renferme; et alors on conçoit pourquoi elle fait monter le baromètre de quelques lignes : ou elle chasse une partie de cet air, et alors on entrevoit pour quelle raison, le même espace vide ou rempli d'air, n'admet toujours que la même quantité de vapeurs. Cependant la vapeur formée, et élevée, paraît pouvoir s'unir à l'air, et cette union est en quelque sorte nécessaire, pour expliquer comment la vapeur répandue dans l'air, peut résister à des degrés de froid, qui sont bien plus que suffisans, pour la condenser en eau, et même en glace, lorsqu'elle est seule et en masse.

NOTE VIII.e

La différence de l'effet qui résulte de l'application d'une force extérieure contre le fluide contenu dans un vase, selon que ce fluide est, ou n'est pas compressible, demande une explication un peu détaillée. En effet si l'on prend une bouteille pleine d'eau, et fermée avec un bouchon, qui touche exactement à la surface de l'eau, et qu'on frappe sur le bouchon un coup même assez léger, on verra à l'instant la bouteille se briser, et l'eau se répandre. Mais si on laisse entre la liqueur et le bouchon,

un certain espace vide, ou plutôt occupé par l'air, on pourra impunément frapper sur le bouchon, un coup beaucoup plus fort, sans craindre que la bouteille se brise. D'où vient cette différence? l'élasticité de l'air ne doit-elle pas, comme l'incompressibilité de l'eau, transmettre le choc dans tous les sens?

Oui, sans doute : mais dans le premier cas, chaque filet de liquide, compris entre le bouchon, et un point quelconque de la paroi du vase, doit être regardé comme une *verge inflexible*, qui transmet à l'instant, et en entier le choc aux parois de la bouteille. L'effet est donc le même, que si le coup était frappé directement, et de dedans en dehors sur le point de la paroi qui a cédé. Dans le second cas au contraire, le choc porte d'abord sur l'air, dont les parties ne cèdent, et ne se compriment que successivement : les plus éloignées sont celles qui en ressentent plus tard les effets; et l'eau qui est en contact avec elles, ne reçoit donc d'abord qu'une faible portion de la force du choc. A la vérité lorsque le bouchon a été enfoncé par la percussion, le ressort de l'air se trouve *tendu*, avec toute la force employée dans le choc, et ce fluide par son élasticité *réagit* avec une force égale. Mais cette réaction, qui se fait sentir intérieurement aux parois de la bouteille, n'est qu'une simple pression, dont l'effet est bien inférieur à celui d'un choc.

D'ailleurs dans la percussion exercée contre le bouchon, la paroi qui enveloppe l'eau, doit céder dans l'endroit le plus faible. Or, l'air qui est au-dessus de l'eau, fait partie de cette paroi, et se trouve être évidemment l'endroit le plus faible. Donc c'est cet air, qui doit céder, et céder seul à la percussion. C'est pour cette raison aussi, que dans le cas où la liqueur contenue dans la bouteille, vient à se dilater par la chaleur, la bouteille se brise, si elle est entièrement pleine; et qu'elle ne se rompt pas, s'il reste un peu d'air au-dessus de la liqueur.

NOTE IX.e

Cette pression de l'air atmosphérique qui agit continuellement, et se fait sentir dans tous les sens, se démontre en physique, au moyen de différens appareils, que nous ferons connaître ici par occasion.

1.° *ab* (fig. 155.e) est un tuyau de verre, ou de fer-blanc, renflé vers le milieu, et ouvert à ses deux bouts. L'ouverture inférieure *b*, doit être fort petite, et l'autre *a* doit être d'une grandeur telle, qu'on puisse la boucher facilement avec le pouce. On plonge l'instrument dans une liqueur quelconque, et ayant soin de laisser les deux orifices ouverts. Le liquide entre dans le tuyau, et s'élève au niveau de celui qui l'environne. On pose alors le doigt sur l'ouverture *a*, et l'on retire le tuyau. La colonne de liqueur qu'il a reçue, demeure suspendue au milieu de l'air, et ce n'est qu'en débouchant l'ouverture supérieure, qu'on la voit s'écouler au dehors. On peut à volonté arrêter l'écoulement, en remettant le doigt sur l'ouverture *a*. Ce petit instrument s'appelle la *pompe des celliers*, parce qu'on en fait usage dans les celliers, pour goûter le vin.

2.° L'*arrosoir magique* (fig. 156.e) produit son effet de la même manière. C'est un vaisseau cylindrique *ab* de fer-blanc, percé à son fond d'un très-grand nombre de petits trous, et n'ayant à sa partie supérieure, qu'une ouverture *a*, qu'on peut encore boucher avec le doigt. Ce vase plongé dans l'eau, se remplit de même par son fond, lorsque l'ouverture *a* est ouverte; et le liquide qu'il contient, se trouve aussi soutenu par la pression de l'atmosphère, lorsqu'après avoir bouché avec le doigt l'ouverture *a*, on retire le vase hors de l'eau. Enfin on voit de même la liqueur s'écouler, ou s'arrêter, selon que par un petit mouvement du doigt, on ouvre, ou l'on ferme l'ouverture supérieure.

3.° La construction de l'*entonnoir magique* (fig. 157.e) est plus recherchée. Cet entonnoir est double, et l'espace intermédiaire *aa'bb'* communique avec l'air extérieur par deux ouvertures, l'une *a* pratiquée auprès de l'anse, sur un point de la jonction supérieure des deux entonnoirs, et l'autre *b* à leur jonction inférieure. Pour mettre ce

petit instrument en expérience, on le tient par l'anse d'une main, et l'on bouche avec l'autre l'ouverture *c*. On fait ensuite verser de l'eau dans l'entonnoir, jusqu'à ce qu'il paraisse entièrement plein : alors ôtant le doigt, qui bouchait l'orifice *c*, on laisse écouler l'eau. Lorsque l'écoulement a cessé, on fait voir l'entonnoir, qui paraît entièrement vide. Cependant l'instant d'après, l'écoulement recommence, et l'on obtient encore une nouvelle quantité d'eau. Il est facile d'apercevoir la cause de ce phénomène ; et de reconnaître ici l'effet de la pression de l'air, qu'on fait encore agir à volonté, au moyen de l'ouverture supérieure *a*.

4.° L'appareil représenté par la figure 158.e, s'appelle la *fontaine intermittente*, et produit encore son effet par la pression de l'air. Le globe de verre *ab* a un goulot, sur lequel est monté le tuyau *cd*, qui se visse en *e*, au-dessus de la cuvette GK. Au centre de la cuvette est un trou circulaire *o* d'une ligne environ de diamètre, par lequel l'eau peut passer dans l'intérieur de la cuvette. Le tuyau *cd* en contient un autre *ih* plus menu, et plus long, qui s'élève jusque vers la partie supérieure du globe *ab*, et dont le bout inférieur arrive jusqu'à une ou deux lignes de distance de l'ouverture *o*. Au goulot du globe on a mastiqué une virole FL, percée de plusieurs petits orifices, portant des bouts de tuyaux, *m*, *n*, *p*, etc.

On remplit d'eau le globe *ab* jusqu'aux trois quarts environ, et on le monte ensuite sur la cuvette GK, comme le représente la figure 158.e Aussitôt l'eau s'écoule par tous les petits ajutages. Cette eau ne pouvant pas s'échapper assez vîte par l'ouverture *o*, s'amasse vers le centre de la cuvette ; et bientôt le bout du tuyau *ih* s'en trouve recouvert. Alors la communication entre l'air du dehors, et celui contenu dans la partie supérieure du globe, est interceptée ; et comme celui-ci se trouve dilaté par la sortie d'une petite quantité d'eau, il en résulte que l'air atmosphérique a l'avantage, et qu'il s'oppose à l'écoulement du fluide. Cette suspension dure, jusqu'à ce que l'eau amassée vers le centre de la cuvette, se soit échappée en quantité suffisante, pour dégager l'ouverture du tuyau *ih*. Alors l'écoulement recommence, pour être suspendu encore par la même raison ; et ainsi de suite, jusqu'à ce que le globe *ab* se soit vidé.

NOTE X.e

L'expérience de *Leibnitz* a occasionné quelques débats parmi les physiciens : les uns l'ont combattue, d'autres l'ont défendue. Voyons de quel côté se trouvait la raison. Le docteur *Désaguliers*, l'un des opposans, rejetait entièrement l'explication de *Leibnitz*, et faisait l'expérience de la manière suivante. Il suspendait au bras d'une balance, un long tuyau plein d'eau, et tenant à la main, ou fixant à un support, une balle de plomb, attachée à un fil, il la faisait plonger entièrement dans l'eau du tube, et mettait dans l'autre bassin de la balance les poids, qui étaient nécessaires pour établir l'équilibre: ensuite coupant, ou brûlant le fil, il observait que le tuyau, loin d'être plus léger, se trouvait au contraire plus pesant que le contrepoids opposé ; pendant tout le temps que la balle mettait à tomber au travers de l'eau : la balle étant arrivée au fond du tuyau, l'excès de pesanteur se trouvait encore plus considérable. De cette expérience, le docteur concluait, que le principe de *Leibnitz* était démenti par le fait; et que son opinion sur la cause de l'abaissement du baromètre, était dépourvue de fondement.

Mais sans vouloir admettre cette opinion de *Leibnitz*, il est facile de faire voir, que l'expérience contradictoire n'a pas été faite, comme il convenait. *Leibnitz* n'a pas prétendu, qu'un corps soutenu d'abord dans un fluide par une puissance étrangère, n'exerçât point quelque pression contre le fond, lorsqu'on le laisse tomber au travers de ce fluide. Il savait parfaitement, qu'un corps plongé dans l'eau, perd toujours une partie de son poids égale au poids de l'eau dont il tient la place; et par conséquent que le corps soutenu, ou tombant librement, perdait toujours la même partie de son poids, et ajoutait dans les deux cas, la même quantité au poids de l'eau et du tube. Il savait bien aussi, que forcé dans le dernier cas de surmonter la résistance que le fluide opposait à sa chute, la portion de sa force qu'il employait à vaincre cet obstacle, devait se faire sentir au fond du vase, et par suite au bras de la balance. Mais il avait avancé, que la balance, pendant la chute du corps, n'avait point à en soutenir

tout le poids; et c'est ce que l'expérience même de *Désagulliers*, qui n'est pas celle de *Leibnitz*, prouve d'une manière incontestable; puisque l'excès de poids se trouve plus grand, lorsque la balle est arrivée au fond du tuyau.

Leibnitz voulait que l'expérience se fît tout autrement. Il avait dit de prendre deux corps, l'un plus léger, et l'autre plus pesant que l'eau, et tels cependant que les deux ensemble fussent plus légers qu'un pareil volume d'eau; de les attacher l'un à l'autre par le moyen d'un fil, et de les mettre dans un tuyau plein d'eau, comme on l'a expliqué ci-dessus. Alors, ajoutait-il, si l'on vient à couper le fil, le plus pesant des deux corps tombera au travers de l'eau, tandis que l'autre restera à la surface; et le bras de la balance où est suspendu le tube, paraîtra plus léger que le bras opposé, pendant tout le temps que le corps mettra à tomber : l'équilibre sera rétabli, lorsque le corps sera parvenu au fond du tuyau. L'expérience proposée par *Leibnitz*, et faite comme il le prescrit, a parfaitement réussi à tous ceux qui ont voulu l'essayer; de façon qu'il est hors de doute, qu'un corps qui tombe au travers d'un fluide, ne presse le fond sur lequel ce fluide repose, qu'avec une partie de son poids. Voyons comment *Leibnitz* fait usage de cela, pour expliquer les mouvemens du baromètre, explication que *Désagulliers* a pareillement combattue.

Leibnitz paraît n'avoir considéré, comme on le faisait de son temps, la vapeur de l'eau, que comme de l'eau extrêmement divisée, et qui était, quoique plus pesante que l'air, soutenue par ce fluide, à raison de cette extrême division. L'air soutenant donc le poids de la vapeur, sa pression sur le mercure du baromètre était d'autant plus grande, que la quantité de vapeurs soutenue était plus considérable. Cette vapeur logée dans les *interstices* de l'air, en augmentait le poids sans en augmenter le volume. Maintenant si par une cause quelconque, ces vapeurs venaient à se réunir, et à acquérir un volume sensible, alors l'excès de leur pesanteur les entraînait au travers de l'air : elles cessaient d'être soutenues en totalité, comme elles l'étaient auparavant. L'air déchargé d'une partie de leur poids, n'exerçait plus la même pression, et le mercure du baromètre se tenait par conséquent

plus bas. Telle était la manière dont *Leibnitz* expliquait les variations du baromètre, et les rapports observés entre ces variations, et les divers états de l'atmosphère. Ce système est certainement fort ingénieux; et s'il ne rend pas complétement raison de tous les mouvemens du baromètre, il a cela de commun avec tous les autres systèmes imaginés pour cet objet.

Le docteur *Désagulliers* fait diverses objections contre ce système d'explication, qu'il ne paraît pas avoir saisi. Il s'obstine à considérer un nuage placé au milieu d'une colonne d'air atmosphérique; et il prétend que la pression de cette colonne d'air est toujours la même, soit que le nuage soit en repos, soit qu'il ait un mouvement de haut en bas. Il ne fait pas attention, qu'il n'est pas question des *nuages* dans le système de *Leibnitz*, mais seulement de la *vapeur* de l'eau, d'abord très-divisée, et occupant des espaces insensibles, et ensuite réunie en petites masses, et ayant un volume appréciable. On peut se faire une idée de ces deux états différens, en considérant la manière d'être de l'air, qui est contenu dans l'eau. Cet air, tant que l'eau est fluide, est logé en molécules invisibles, dans les interstices de l'eau: l'œil le plus fin ne saurait l'y apercevoir, et la transparence de l'eau n'en est point altérée. Mais si cette eau est exposée à un froid suffisant, et qu'elle vienne à se geler, l'air disséminé dans ses pores, s'en sépare: il se rassemble en bulles plus ou moins grosses, qui occupent un certain espace; et le volume de l'eau gelée se trouve augmenté de tout celui de l'air, qui était comme nul, tant que l'eau conservait sa fluidité. Cette seule observation répond à toutes les objections de *Désagulliers*.

Au reste, on a observé avec raison, que les grandes variations du baromètre dans les pays septentrionaux, lesquelles vont souvent à *un* ou *deux* pouces dans l'espace de deux à trois jours, ne peuvent être expliquées complétement par l'élévation seule, et la précipitation des vapeurs; puisque la pluie la plus longue, et la plus abondante, fournit à peine assez d'eau, pour soutenir *deux* ou *trois* lignes de mercure; et que d'un autre côté, quoique les pluies dans les pays situés entre les deux tropiques, soient autant, et même plus abondantes que dans nos climats, le baromètre y éprouve pourtant des

variations beaucoup moins étendues, et qui ne vont guère qu'à *cinq* ou *six* lignes. Il reste donc ici quelque chose d'inconnu, et dont la découverte nous donnerait la clef de cette partie de la météorologie.

NOTE XI.e

La colonne de mercure, qui est contenue dans le baromètre, se divisait en pouces et en lignes : elle se divise maintenant en centimètres et millimètres. La plus grande hauteur du mercure au bord de la mer, ne va guère au-delà de 79 centimètres. La moindre hauteur observée à Lyon, a été de 723 millimètres, et la plus grande hauteur, de 764 millimètres. La hauteur moyenne conclue de plusieurs années d'observations, faites à *onze* mètres environ au-dessus des moyennes eaux du Rhône, a été trouvée de 749 millimètres.

Si l'on fait pour cette espèce de division, les mêmes raisonnemens qu'on a faits pour la division en lignes ; c'est-à-dire, si l'on conçoit une colonne atmosphérique divisée en tranches, capables de soutenir un millimètre de mercure ; l'épaisseur de ces tranches ira en augmentant, et leurs densités iront en diminuant de bas en haut, suivant une progression géométrique : et si par quelque moyen, on vient à déterminer l'épaisseur d'une de ces tranches, à une température, et sous une pression données, on pourra déterminer l'épaisseur de toute autre tranche, lorsqu'on connaîtra la pression, et la température.

Aucune expérience directe n'a donné la hauteur qui répond à un millimètre de mercure : mais on peut la conclure aisément des observations de M. *Deluc*. Un millimètre peut être considéré comme une fraction de ligne, et par conséquent on trouvera facilement, qu'à une pression de 790 millimètres, et à une température de 12 degrés du thermomètre de *Réaumur*, *un* millimètre d'abaissement dans le mercure du baromètre, répond à une élévation de $5\frac{1}{2}$ toises. Mais la différence entre les logarithmes de 790, et de 789, est justement de 55 : en séparant le dernier chiffre par la virgule, c'est 5,5, ou $5\frac{1}{2}$. Donc la différence des logarithmes des hauteurs du baromètre, exprimées en millimètres, donne aussi la différence d'élévation exprimée en *toises*, que l'on

peut convertir ensuite en *mètres*, et *décimales* du mètre, par les règles connues.

Mais ne pourrait-on pas avoir les hauteurs directement exprimées en mètres, et parties du mètre? Oui, et voici de quelle manière. On a trouvé, que la première tranche répondant à *une* ligne de mercure, avait une épaisseur de 12½ toises, mais c'est à une température de 12 degrés: à une température différente, l'épaisseur de cette tranche ne serait plus la même; et les différences des logarithmes ne donneraient plus *en toises* les différences d'élévation. Il n'y a donc qu'à chercher la température, où les différences des logarithmes donnent les différences d'élévation exprimées en mètres.

On vient de voir, que sous une pression de 790 millimètres, et à une température de 12 degrés, le premier millimètre répondait à 5,5 toises, la différence entre le logarithme de 790, et celui de 789 étant de 55. Si l'on voulait que cette différence exprimât des mètres, il faudrait avoir recours à une température, beaucoup trop éloignée de celle-là. Les résultats deviendraient par conséquent trop incertains. Mais le mètre différant peu de la demi-toise, il est plus convenable de chercher une température, ou les 55 unités, qu'on a pour la différence des logarithmes, au lieu d'exprimer *cinq* toises et demie, vaudraient *cinq* double-mètres et demi, ou 11 mètres juste. Par ce moyen, il n'y aurait qu'à doubler la différence des logarithmes, et l'on aurait la différence d'élévation directement exprimée en *décimètres*, lorsque les logarithmes n'ont que *cinq* chiffres, ou en *centimètres*, lorsqu'ils en ont *six*, ou en *millimètres*, s'ils en ont *sept*.

Cinq toises et demie ne valent que 10 mètres et 7 dixièmes, et 11 mètres valent 5,64 toises. Cherchons donc d'après les principes exposés dans ce chapitre, quelle est l'*augmentation* de température nécessaire, pour que la tranche de 5½ toises, qui répond au premier millimètre d'abaissement, acquière une longueur de 5,64 toises: nous trouverons *cinq* degrés et demi à-peu-près, pour cet accroissement de température. Ajoutant donc cette quantité à 12, on a 17½ degrés pour la température, où les différences des logarithmes donnent, étant doublées, les différences des hauteurs exprimées en mètres.

Lorsque la température sera au-dessus ou au-dessous de ce terme fixe, on fera sur la hauteur trouvée, les corrections enseignées dans ce chapitre.

Exemple. Le baromètre au pied d'une montagne, est à 749 millimètres, et le thermomètre de Réaumur à 24 degrés. Au sommet de la montagne, le baromètre se tient à 675 millim., et le thermomètre est à 6 degrés. Log. de 749 . . . . 2,87448. Log de 675 . . . 2,82930, différence . . . 4518. Doublant cette différence, et séparant le dernier chiffre, il vient 903,6. Telle serait la hauteur de la montagne, exprimée en mètres, si la température moyenne était de 17 degrés et demi. Mais en ajoutant 24, et 6, qui sont les degrés du thermomètre observés aux deux extrémités de la colonne, et prenant la moitié, on trouve que cette température moyenne était de 15 degrés seulement, ou qu'elle était de $2\frac{1}{2}$ degrés au-dessous du terme fixe : il faut donc diminuer la hauteur trouvée, d'une certaine quantité. Cette diminution est ici de deux fois et demie la 217.e$\frac{1}{2}$ partie de cette hauteur. On divisera donc 903,6 par 217,5 ; et multipliant par $2\frac{1}{2}$ le quotient de la division, on retranchera le produit 10,38 du nombre 903,60, pour avoir la véritable hauteur de la montagne, qui sera par conséquent de 893,22 mètres. On suppose qu'en observant les hauteurs du baromètre, on a fait les corrections relatives à la température, ou plutôt à la pesanteur spécifique du mercure.

NOTE XII.e

Voici quelques formules concernant les pompes aspirantes, qui pourront intéresser les jeunes étudians. Soit a la hauteur du tuyau d'aspiration, depuis le niveau de l'eau, où la soupape est placée, jusqu'à la jonction avec le corps de pompe ; b la hauteur du corps de pompe ramené au même diamètre que le tuyau d'aspiration ; ce qui se fait en convertissant le cylindre du corps de pompe, en un autre cylindre de même capacité, et d'un diamètre égal à celui du tuyau d'aspiration. Soit encore h la valeur de la pression atmosphérique, exprimée par une colonne d'eau d'environ *onze* mètres, et x la hauteur dont l'eau doit s'élever dans le tuyau d'aspiration par le premier coup de piston. Le piston étant au point le

plus bas, et l'air qui remplit le tuyau, étant en équilibre avec l'air extérieur, si on lève le piston, la force élastique de cet air deviendra $\frac{ah}{a+b-x}$; et par conséquent l'équilibre nous donnera l'équation : $\frac{ah}{a+b-x}+x=h$; d'où l'on tire par les moyens connus, $x=\frac{1}{2}(a+b+h)-\frac{1}{2}\sqrt{(a+b+h)^2-4bh}$. Ce résultat nous apprend, que l'eau montera en effet par le premier coup de piston : car la valeur de x ne peut devenir nulle, que dans le seul cas où b serait zéro, c'est-à-dire, où le piston ne ferait aucun mouvement.

L'eau commencera à donc monter : mais à mesure qu'elle s'élève, l'espace primitif $a+b$ diminue de plus en plus. La densité de l'air intérieur change sans cesse par le mouvement alternatif du piston : cependant quand le piston est levé, il y a toujours équilibre entre la pression de l'air atmosphérique d'une part, et le poids du fluide élevé, plus la réaction de l'air intérieur de l'autre part. Pour exprimer de même cet équilibre par une équation, j'appelle h' la hauteur de la colonne d'eau qui est dans le tuyau d'aspiration, a la longueur de la portion de ce tuyau, qui est encore vide, b celle du corps de pompe, réduit comme on a dit, x la quantité dont l'eau doit monter par la levée du piston, et h la pression actuelle de l'atmosphère. La force élastique de l'air intérieur, quand le piston est levé, étant toujours exprimée par $\frac{ah}{a+b-x}$, la condition de l'équilibre nous donnera : $\frac{ah}{a+b-x}+h'+x=h$: c'est-à-dire que $x=\frac{1}{2}(a+b+h-h')-\frac{1}{2}\sqrt{(a+b+h-h')^2+4[ah'+b(h-h')]}$. Si l'on désigne par c la somme des hauteurs, $a+b$, et par d la différence, $h-h'$, cette expression se simplifiera, et deviendra : $x=\frac{1}{2}(c+d)-\frac{1}{2}\sqrt{(c+d)^2+4(ah'-bd)}$.

Telle est l'équation générale concernant les pompes aspirantes. On y voit que x aura toujours une valeur positive, ou que l'eau ne cessera pas de monter, tant que bd sera plus grand que ah'; ou en remettant pour d sa valeur, tant que $b(h-h')$ sera plus grand que ah'; ou enfin tant que bh sera plus grand que $(a+b)h'$: ce qui veut dire, tant que la longueur réduite du corps de pompe, *multipliée* par la longueur d'une colonne d'eau équivalente à la pression de l'atmosphère, surpassera

$ch' - h'^2 - bh = o$ ne peut avoir lieu; et par conséquent x ne peut pas être réduit à zéro, ni l'eau demeurer *stationnaire*. Cette règle est la même que celle donnée par *Bézout*.

Supposons, pour en donner un exemple, qu'on a une pompe aspirante, dont le tuyau d'aspiration a 40 millimètres de grosseur, et 6 mètres de longueur; que le corps de pompe a intérieurement 80 millimètres de grosseur; et que l'espace parcouru par le piston est de 65 centimètres. Cette longueur réduite au diamètre du tuyau, est donc de 26 décimètres; et l'effet est évidemment le même, que si le corps de pompe étant réduit à 40 millimètres, le jeu du piston était de 260 centimètres. Maintenant la pression atmosphérique étant supposée équivalente à une colonne d'eau de 10 mètres, on aura bh égal à 2600, et $\frac{1}{4}c^2$ égal à 1849. Le premier de ces deux nombres étant plus grand que le second, la pompe ne peut pas manquer de produire son effet, et l'eau ne peut point s'arrêter dans son ascension. Ce ne serait pas la même chose, si le tuyau d'aspiration avait 8 mètres de longueur, au lieu de 6 : car dans ce cas $\frac{1}{4}c^2$ étant égal à 2809, serait plus grand que bh, et par conséquent l'eau pourrait s'arrêter à deux hauteurs différentes, qui seraient, l'une de 386 centimètres, et l'autre de 674. Dans l'intervalle de l'un de ces deux points à l'autre, la charge intérieure étant plus grande que la pression atmosphérique, comme l'indique l'équation ci-dessus, où la valeur de x devient négative, quand ch' est plus grand que $h'^2 + bh$; l'eau si elle avait été élevée par quelque moyen, jusqu'en quelque point de cet intervalle, retomberait aussitôt que la soupape inférieure viendrait à s'ouvrir, et s'arrêterait au point le plus bas. Mais si on pouvait la forcer d'arriver un peu au-dessus du point supérieur, alors elle continuerait de monter par l'action de la pompe, et elle ne s'arrêterait plus, tant que sa hauteur totale serait moindre que h.

Tout ce qu'on a dit dans cette note, suppose que la soupape est placée au bas du tuyau d'aspiration, et au niveau de l'eau du puits : mais cette position est la plus mauvaise, parce qu'ainsi qu'on vient de le voir, l'eau peut s'arrêter dans le tuyau, et que le piston en descendant, est obligé de condenser également tout l'air

contenu tant dans le tuyau, que dans le corps de pompe. Mais si la soupape est placée au haut du tuyau d'aspiration, à sa jonction avec le corps de pompe, alors le piston n'agit plus que sur l'air qui a passé dans ce corps de pompe, il le comprime avec plus d'avantage, et en chasse une plus grande partie dans l'atmosphère. Quant à l'air resté dans le tuyau d'aspiration, il demeure dans l'état de raréfaction, où il a été mis par la levée du piston, et l'eau montée continue d'être soutenue par la pression de l'atmosphère : en plaçant la soupape de cette manière, et ayant soin que le piston en descendant, s'en approche le plus qu'il est possible, la pompe ne peut pas manquer de produire son effet, pourvu que l'air extérieur ne trouve pas moyen de s'introduire par quelque endroit dans le tuyau d'aspiration.

Note XIII.e

La machine de M. *Montgolfier* porte un caractère d'originalité, qui lui assure un rang distingué parmi les inventions mécaniques, qui font le plus d'honneur à l'esprit humain. Ce n'est pas cependant l'idée d'élever l'eau à une hauteur quelconque, par le sacrifice d'une partie de cette eau, qui en fait le mérite, ni la nouveauté. Plusieurs mécaniciens avant M. *Montgolfier*, avaient eu cette même idée, et quelques-uns l'avaient exécutée avec succès. On peut même dire, que toutes les machines employées à élever l'eau, qui sont mues par cet agent, ne produisent leur effet que de cette manière-là. Ainsi la machine de la *Samaritaine* n'élève qu'une quantité d'eau infiniment moindre, que celle qui sert à la faire mouvoir. C'est la moitié de la masse de la Seine, qui dans la fameuse machine de *Marly*, fait monter une médiocre quantité d'eau, jusqu'à une hauteur de 500 pieds au-dessus du niveau de la rivière. Mais sans parler davantage de ces exemples frappans, qui auraient dû disposer les esprits à admettre la possibilité du *Bélier hydraulique*, je ferai connaître ici deux inventions décrites par *Désagulliers* et *Bélidor*, qui avaient aussi pour objet d'élever l'eau à une hauteur plus ou moins grande, en sacrifiant, et laissant perdre une partie de cette eau.

La première de ces inventions est fondée sur les lois de l'équilibre, et sur la propriété des centres de gravité. Aux deux extrémités d'un lévier A B (fig. 159.e), sont deux seaux de forme et de capacité différentes. L'un C est suspendu par deux points placés entre I centre de gravité du seau plein, et K centre de gravité du seau vide : il peut tourner autour des points de suspension: l'autre seau D est fixé à l'autre bout B du lévier. Le bras A L qui soutient le premier seau, n'est que le quart de B L. Le poids du seau B joint à celui du bras de lévier qui le porte, est un peu plus grand que le poids du seau A augmenté de celui du bras A L. Mais quand les deux seaux sont pleins d'eau l'un et l'autre, alors A qui est plus de quatre fois plus grand que B, l'emporte tout-à-fait, et fait tourner le lévier sur son point d'appui L.

Maintenant si la source étant divisée en deux fontaines convenablement proportionnées, verse à-la-fois de l'eau dans les deux seaux A et B, de manière à les remplir tous les deux en même temps; lorsqu'ils seront pleins, le lévier tournera, et prendra la position A'B' : le seau B sera porté en haut, et se videra dans le réservoir X Y. Le seau C, à cause de la manière dont il est suspendu, tournera sur lui-même, et se videra entièrement. Alors le seau D devenu plus pesant que l'autre, ramènera le lévier dans la position horizontale, et les choses recommenceront dans le même ordre. Si le bras A L a *un* mètre de longueur, et B L *quatre* mètres, on élèvera par ce moyen à une hauteur de *quatre* mètres, la 5.e ou la 6.e partie de l'eau, que la source peut fournir: bien entendu que l'on empêchera de quelque manière les fontaines de couler, et l'eau de se perdre inutilement, pendant le temps que les seaux mettent à tourner et à se vider. *Désagulliers* dit avoir appris, que cette machine avait été exécutée en Irlande, et qu'elle élevait un demi-seau d'eau par minute à une hauteur de 40 pieds.

La deuxième invention dont nous voulons parler ici, est due à un Italien appelé *Francini*, et fut exécutée en 1668 par ordre de Colbert, dans le jardin de l'ancienne bibliothèque du Roi. Il y avait dans ce jardin un grand bassin, qui recevait les eaux d'une source voisine, et qui

en versait le surplus dans un puits fort profond, où l'eau se perdait. *Francini* imagina de faire usage de ce superflu, pour élever une partie de l'eau du bassin à une certaine hauteur, et faire jouer continuellement un jet-d'eau au milieu du jardin. Voici de quelle manière il exécuta son idée.

AB (fig. 160.e) est une chaîne à *chapelet*, qui descend jusqu'au fond d'un puits PV, où l'eau du bassin K allait se perdre. CD est une autre chaîne à chapelet, qui passe sur le même tambour MN que la première, et qui descend seulement jusque dans le bassin K. Les seaux, ou augets des deux chaînes sont disposés de manière, que ceux du petit chapelet se remplissent par le fond, en passant dans le bassin K, tandis que ceux de l'autre, chapelet reçoivent l'eau du même bassin par le tuyau G, et se remplissent aussi en passant successivement sous ce tuyau. Les seaux étant supposés d'une égale capacité, et la profondeur du puits un peu plus grande que la hauteur où l'on veut porter l'eau; on voit qu'il y aura toujours dans la partie GV du grand chapelet, plus de seaux pleins d'eau, qu'il n'y en a dans la partie montante du petit chapelet; et que par conséquent l'excès du poids fera nécessairement tourner la roue, et élèvera ainsi continuellement une partie de l'eau du bassin. Les seaux du grand chapelet se vident arrivés sous la partie inférieure de la roue, et leur eau est perdue. Ceux du petit chapelet se vident aussi, lorsqu'ils sont parvenus au-dessus du tambour MN, et l'eau qu'ils versent, se rend dans un réservoir L, d'où elle descend à sa destination. Cette eau, au jardin de la bibliothèque, fournissait à l'entretien d'un jet-d'eau, qui jouait sans interruption, et elle se rendait encore dans le bassin K, pour être de nouveau élevée en partie à la même hauteur. L'invention de *Francini* peut être utile dans bien des circonstances. On voit qu'elle n'est pas bornée à élever l'eau à une hauteur égale seulement à la profondeur du puits : car en faisant les seaux du petit chapelet dans une proportion moindre, on élèverait dans le même temps une plus petite quantité d'eau, mais à une hauteur plus grande.

Le même principe a été appliqué d'une manière un peu différente, mais peut-être plus simple, et non moins avantageuse. Deux seaux A et B (fig. 161.e) d'inégale

capacité, sont attachés aux deux bouts d'une corde, ou d'une chaîne, qui passe sur une poulie C. Le plus petit des deux seaux est le plus pesant, lorsqu'ils sont vides tous les deux, et il est le plus léger, lorsqu'ils sont pleins. Soit donc un bassin D, où se rend l'eau d'une source, et ayant au-dessous de lui une profondeur de 8 mètres, par exemple. On veut élever une partie de l'eau du bassin à une hauteur, qui est pareillement de 8 mètres. Si l'on établit la poulie à cette hauteur, de manière que le petit seau puisse descendre dans le bassin, et le grand seau dans le puits : on voit que le premier se remplissant par son fond, tandis que l'autre reçoit l'eau par le tuyau K, lorsque celui-ci sera plein, il l'emportera sur le premier, descendra dans le puits perdu, et élèvera le petit seau à la hauteur demandée. Arrivés-là, si l'on suppose que par un moyen quelconque, les deux seaux se renversent, ils se videront l'un et l'autre, et le plus petit devenu plus pesant, l'emportera à son tour, et ils reviendront tous les deux dans leur première position, pour se remplir de nouveau.

La profondeur de la chute, et la hauteur du réservoir étant égales, on élèvera par ce moyen près de la moitié de l'eau. On suppose qu'on aura soin d'empêcher, que l'eau du bassin ne se perde, pendant que les seaux montent et descendent. Si l'élévation à laquelle on veut porter l'eau, était plus grande, que la profondeur du puits où elle peut se perdre, on pourrait encore l'y élever, en employant une poulie à double gorge, et attachant le petit seau à la gorge du plus grand diamètre : mais alors la quantité d'eau élevée serait proportionnellement moindre. La machine extrêmement simple, qu'on vient de faire connaître, paraît due à un Italien, qui la fit exécuter pour la première fois à Rome en 1616.

L'eau est tellement nécessaire à nos besoins, qu'on a cherché tous les moyens imaginables de l'élever au-dessus de ses réservoirs naturels. Il existe donc sur ce sujet une foule d'inventions, qui peuvent se ramener à trois ou quatre idées principales, dont elles ne sont que des modifications plus ou moins avantageuses. Une de ces idées qui mérite d'être distinguée, quoiqu'elle ne l'emporte pas sur les autres par son utilité, est celle du *lozange hydraulique* de M. *Morel*, décrit par *Bélidor*, et qu'on voit dans

dans la figure 162.[e] Le losange en se balançant autour du point A, à la manière d'un pendule, fait élever l'eau du réservoir UV, jusqu'à la hauteur PQ. Ce sont des chevaux, ou des hommes, qui mettent la machine en mouvement, et la font agir.

NOTE XIV.[e]

La machine à vapeur étant une des plus belles inventions de l'esprit humain, et le résultat le plus signalé des connaissances physiques, on ne sera sans doute pas fâché, de trouver ici quelques détails sur cet objet. Voici ce qu'en ont dit *Bélidor* et le docteur *Désagulliers.*

Vers la fin du 17.[e] siècle, des savans fort éloignés les uns des autres, s'occupaient dans le même temps de soumettre à quelque règle la force que le feu développe dans l'eau, et de se servir de cet agent terrible autant que puissant, pour imprimer et maintenir le mouvement dans les machines. *Papin*, professeur de mathématiques à Marpurg, protégé, encouragé par le Landgrave de Hesse, faisait différentes expériences sur la force de la vapeur aqueuse; et il imagina même une machine, où l'eau convertie en vapeur par le moyen du feu, exerçait sa pression sur le piston d'une pompe, qui faisait monter l'eau en la foulant. Mais cette machine assez compliquée, et qui avait besoin de divers mouvemens, qu'elle ne pouvait pas entretenir d'elle-même, n'a été adoptée nulle part. M. *Amontons* dans le même temps, proposait à l'académie des sciences de Paris, une roue de moulin qui devait recevoir son mouvement de l'action du feu. L'idée qui en était fort ingénieuse, n'a jamais été exécutée, parce que l'inventeur mourut peu de temps après.

Quelques années avant l'invention de *Papin*, et celle d'*Amontons*, on avait déjà exécuté en Angleterre la première machine à feu qui ait été faite, et dont celles qui sont usitées en Europe depuis plus d'un siècle, ne sont que l'imitation et le perfectionnement. La gloire de cette première invention est assez généralement attribuée à *Savary*. Mais le docteur *Désagulliers* pense, que la machine de *Savary* était bien différente des véritables machines à feu qui l'ont suivie; et que ce sont deux ouvriers de Darmouth, appelés *Newcomen* et *Cowley*, qui sont

les vrais auteurs de la pompe à vapeur, telle qu'elle a été connue en Europe, et dans laquelle on a fait ensuite plusieurs changemens avantageux.

Mais la première idée d'une machine mue par le moyen du feu, est incontestablement due au marquis de Worcester, qui avait fait imprimer en 1663, un petit ouvrage intitulé, *Centuries d'inventions*, et dans lequel on lit ce passage remarquable : « Une manière admirable de faire élever » l'eau par le moyen du feu, n'est pas de l'aspirer par » le feu; car cette aspiration est nécessairement bornée, » mais par un autre moyen que je propose, et qui ne » connaît point de bornes, si les vaisseaux sont assez » forts. J'ai pris, dit-il, un canon dont le bout avait » éclaté; j'en ai rempli d'eau les trois quarts, et après » l'avoir bien bouché, j'ai fait sous ce canon un feu constant, » et dans 24 heures le canon a éclaté avec un grand bruit. » Ayant donc fait mes vaisseaux très-forts, j'en ai vu » jaillir l'eau à 40 pieds, sans interruption. Pour le » service de cette machine, il faut un homme qui tourne » alternativement deux robinets, et qui dans l'intervalle, » ait soin d'entretenir le feu. »

La première machine de *Savary* était celle même du marquis de Worcester. C'était un vase de cuivre A (fig. 163.e), à-peu-près sphérique, aux trois quarts rempli d'eau, et placé sur un fourneau F. Un tuyau G fait passer la vapeur dans un cylindre B, entièrement plein d'eau, et communiquant par le bas avec un puits P. Le tuyau Q qui descend du cylindre dans le puits, est garni à son extrémité supérieure d'une soupape K. Au bas du cylindre B est soudé un autre tuyau R, qui doit porter l'eau dans le réservoir C, et qui est aussi muni d'une soupape I. A la partie supérieure du cylindre est un troisième tuyau D, garni d'un robinet E, et qui établit, quand on le veut, une communication entre le cylindre ou corps de pompe B, et le tuyau montant R. C'est, comme le reconnaîtront aisément ceux qui ont lu la physique de l'abbé *Nollet*, la machine à vapeur décrite par cet auteur.

Il est facile de concevoir le jeu de cette machine. La vapeur en passant de l'alambic A dans le cylindre B par le tuyau G, presse la surface de l'eau contenue dans le cylindre, et l'oblige d'entrer dans le tuyau montant R,

et de se rendre dans le réservoir C. Lorsque le cylindre est à-peu-prés vide, et qu'il est presque entièrement occupé par la vapeur, on tourne le robinet E, de manière que le passage de la vapeur soit fermé, et que quelque portion de l'eau montante retombe en pluie dans le cylindre. A l'instant cette eau froide condense la vapeur répandue dans ce cylindre; il se fait un vide, et la pression de l'atmosphère sur l'eau du puits, la fait monter subitement, et remplit de nouveau le corps de pompe. Alors le passage de la vapeur étant ouvert, par le retour du robinet à sa première position, les choses recommencent de la même manière, et l'eau du puits aspirée et foulée tour-à-tour, parvient ainsi par l'action combinée de l'atmosphère et du feu, jusqu'au réservoir C, qui peut être plus ou moins élevé au-dessus du niveau du puits.

Le docteur *Désagulliers* dit avoir fait construire plusieurs de ces machines, une entr'autres pour le Czar Pierre I, laquelle aspirait l'eau d'une hauteur de 28 pieds, et la refoulait ensuite à 11 pieds plus haut. Le cylindre contenait un muid d'eau, et se vidait quatre fois dans une minute. Une autre de ces machines prenait encore l'eau à une profondeur de 28 pieds, et la portait à une hauteur de 24 pieds. Elle se vidait six fois dans une minute.

Les machines à vapeur qu'on vient de décrire, ont présenté si peu d'avantages, en comparaison de celles qui les ont suivies, qu'elles ont été généralement abandonnées. On les a même comme oubliées depuis long-temps, et l'on n'en trouve plus que quelques modèles dans les cabinets de physique. Les machines à feu qui ont subi l'épreuve du temps, lequel met nécessairement chaque invention à sa place, sont les machines de *Newcomen*, ou si l'on veut, de *Savary*, qui en fit construire en effet de pareilles par la suite, abandonnant sa première idée, ou plutôt celle du marquis de Worcester. Ces machines dont nous avons donné dans le texte une idée suffisante, étaient déjà entre les mains même de leurs inventeurs, parvenues à une assez grande perfection. L'action de la vapeur, aidée du poids des équipages des pompes, produisait le mouvement ascensionnel du piston dans le grand cylindre, et par conséquent opérait le refoulement dans les pompes. Une injection d'eau froide

faite au-dessous du piston dans le cylindre à vapeur, y faisait naître subitement un vide presque absolu, et la pression de l'atmosphère faisant descendre le piston, produisait ainsi l'aspiration dans les pompes. Un *régulateur* ouvrait et fermait alternativement le passage de la vapeur de la chaudière dans le cylindre. L'eau froide nécessaire pour les injections, était fournie par une pompe, que la même force faisait jouer. Enfin la machine une fois mise en mouvement, ce mouvement persévérait de lui-même, et par la seule action de la vapeur.

MM. *Wat* et *Bolleton* ont cependant trouvé à perfectionner cette machine déjà si parfaite. Ils ont renoncé au secours que prêtait la pression atmosphérique, et ils ont préféré de faire agir la vapeur dans les deux sens. Ainsi la vapeur ayant poussé le piston de bas en haut, par exemple, le passage se ferme de ce côté; un autre s'ouvre au même instant, et la vapeur vient presser le piston dans le sens contraire. Pour que cette seconde action puisse opérer la descente du piston, il faut que la vapeur qui est au-dessous se retire : elle se retire en effet dans une capacité, qui s'ouvre à l'instant, et où elle est condensée par l'injection de l'eau froide. Le piston revenu au bas de sa course, le second passage se ferme, le premier s'ouvre de nouveau, et la vapeur supérieure se retire dans la même capacité, où elle est condensée de la même manière.

Cette idée heureuse a ajouté un grand perfectionnement à la machine à vapeur. 1.° On s'est ainsi débarrassé des poids considérables, qu'on ajoutait au balancier du côté des pompes, afin que la vapeur pût avec leur secours, surmonter plus aisément la pression atmosphérique; 2.° la condensation se faisant dans un endroit à part, le cylindre et le piston conservent la chaleur, que la vapeur leur a communiquée, et l'eau de l'injection, de même que celle qui résulte de la condensation de la vapeur, n'embarrasse plus le cylindre; 3.° la force motrice étant la même dans les deux sens, son action est plus égale, et les coups du balancier deviennent plus fréquens; 4.° le cylindre est fermé par ses deux extrémités, et peut être placé horizontalement, ou verticalement, comme on veut. Le piston se meut sur des roulettes, et ses deux tiges traversent des collets, garnis de manière que l'air, ni

la vapeur ne peuvent y passer. Enfin cette invention admirable est parvenue à un tel degré de perfection, qu'il semble impossible d'y rien changer, ni d'y rien ajouter.

Je placerai ici une table de la force expansive de la vapeur aqueuse, à différentes températures : elle est extraite de celle qu'a donnée M. Prony dans son architecture hydraulique, d'après les expériences de M. de Bettancour. La force de la vapeur y est exprimée par la longueur de la colonne de mercure qu'elle peut soutenir.

Degrés du thermomètre de Réaum.	Force expans. de la vapeur.	Degrés du thermomètre de Réaum.	Force expans. de la vapeur.
degr.	pouc.	degr.	pouc.
80	28,00	95	57,80
81	29,60	96	60,50
82	31,30	97	63,40
83	33,00	98	66,20
84	34,60	99	69,00
85	36,45	100	71,80
86	38,10	101	75,00
87	40,00	102	78,20
88	42,20	103	81,00
89	44,30	104	84,00
90	46,40	105	86,80
91	48,40	106	89,00
92	50,50	107	91,30
93	53,00	108	93,50
94	55,30	109	95,60
		110	98,00

Cette table nous apprend qu'à la température de 80 degrés de Réaumur, la vapeur de l'eau peut faire équilibre à une colonne de mercure de 28 pouces ; ce qui est évident, puisqu'à ce degré de chaleur, l'eau entre en ébullition, et que la vapeur qui se forme alors, soulève le liquide, et surmonte par conséquent la pression atmosphérique. Suivant la même table, la force de la vapeur est déjà plus que double, à une température de 95 degrés,

et cette force est triple, lorsque la chaleur est de 104 degrés. En chargeant plus ou moins la soupape de sûreté, et opposant à l'action de la vapeur une résistance plus ou moins grande, on peut lui faire prendre un degré de chaleur plus élevé que celui de l'eau bouillante, et lui faire déployer une force expansive plus ou moins considérable. Mais la prudence exige que cette force soit toujours bien moindre que la résistance, que peuvent opposer les différentes parties de la machine.

NOTE XV.e

La figure 164.e est destinée à donner une idée des machines à vapeur, appelées *machines à double effet*. Celle-ci se voit dans la belle manufacture d'eaux minérales établie à Lyon, par M. Dittmar de Genève. Le cylindre n'a que 7 pouces environ de diamètre, et 3 pieds de longueur; et néanmoins cette machine qui n'est en exercice qu'une fois tous les deux jours, suffit pour élever à une hauteur d'environ 60 pieds, toute l'eau qui est nécessaire à cet utile établissement.

AA est la chaudière; B le fourneau; CCC le tuyau qui amène la vapeur; E la soupape de sûreté, qui s'ouvre lorsque la vapeur acquiert une force expansive trop considérable.

DD est un premier cylindre de fonte, qu'on peut appeler le cylindre de *distribution*, où la vapeur est d'abord reçue.

KK le grand cylindre, où se trouve le piston L, fixé à la tige PP., qui va et vient poussé par la vapeur, dans l'intérieur du cylindre.

RR le cylindre de *condensation*, où se retire la vapeur, après avoir agi, et où elle se condense par le contact de l'eau froide.

a, *a'*, *b*, *b'* les quatres soupapes qui s'ouvrent et se ferment deux à deux, pour permettre d'un côté, et empêcher de l'autre le passage de la vapeur du premier cylindre dans le second, et du second dans le troisième. Les soupapes marquées de lettres semblables, s'ouvrent et se ferment toutes les deux en même temps. Le jeu de ces soupapes s'exécute par le secours du balancier TU, dont le point fixe est en U, et qui au moyen de deux

petites saillies, entraîne d'un côté ou de l'autre, les léviers angulaires cc', dd', e, f sont des ressorts destinés à repousser ces léviers, lorsque le balancier cesse d'agir sur eux.

Le cylindre RR est contenu dans une auge VVV, remplie d'eau froide. Un régulateur r ouvre ou ferme plus ou moins la communication entre l'auge et la chambre de condensation. L'eau qui doit condenser la vapeur, peut se renouveler par un canal GG; et une pompe FF puise continuellement celle qui s'est échauffée, et qui retourne en partie dans la chaudière.

La tige PP du piston, maintenue par deux roulettes HH, pousse dans son mouvement alternatif le lévier oblique MM, et communique par son moyen un mouvement de haut en bas au balancier NN de la pompe latérale FF. En même temps elle fait aller et venir le lévier horizontal II, qui, au moyen de deux saillies *ss*, donne le mouvement au balancier TU. *uu* sont deux branches de fer, faisant ressort, pour empêcher que le lévier II ne s'écarte, et assurer son action sur le balancier TU.

La tige PP mène en outre, par le lévier brisé QQ, la manivelle d'une grande roue de fonte SS. Celle-ci, comme on le voit facilement par la figure, fait jouer deux pompes, placées dans le puits WW; et l'eau est portée par le tuyau montant *mn*, jusque dans le réservoir supérieur. Cette figure qui a été dessinée avec assez d'exactitude, et l'explication que l'on vient d'en donner, me paraissent suffisantes pour donner une juste idée des machines à vapeur à double effet.

NOTE XVI.e

C'est encore ici une époque mémorable pour l'esprit humain. Je ne sais quel physicien, en réfléchissant sur l'inégale densité des différentes couches de l'atmosphère, avait avancé, que si l'on pouvait parvenir sur une très-haute montagne, et que l'on y remplît de l'air du lieu un très-grand ballon, fait d'un cuivre extrêmement mince, on verrait ce ballon, lorsqu'on serait descendu au bas de la montagne, se soutenir tout seul au milieu de l'air, ou même s'élever de bas en haut, jusqu'à une certaine hauteur. Ce physicien avait donc annoncé un fait, dont

il était réservé à M. *Montgolfier*, quoique par un autre moyen, de nous rendre témoins.

On connaissait depuis quelque temps un fluide semblable à l'air, et beaucoup plus léger que lui. *Priestley* en nous faisant connaître le gaz *inflammable* ou *hydrogène*, nous avait ouvert les chemins de l'atmosphère. Cependant personne n'avait encore pensé d'appliquer ce fluide à cet usage, et M. *Montgolfier* lui-même ne songea point d'abord à s'en servir, lorsqu'il aperçut la possibilité de faire élever au travers de l'air des corps plus pesans que ce fluide. Il employa pour cet effet la raréfaction, que la chaleur, et la flamme sur-tout opèrent dans le fluide de l'air. Il prit une enveloppe à-peu-près sphérique, non de cuivre, qui évidemment n'aurait pas pu servir à cet usage, mais de toile, ou de papier, d'une grandeur médiocre; et allumant au-dessous des matières combustibles, qui donnaient beaucoup de flamme, il vit cette enveloppe s'élever, entraînée par le mouvement ascensionnel de l'air raréfié. Il imagina aussitôt, pour prolonger cette ascension, de suspendre le foyer au-dessous, et tout près de l'ouverture du globe : de cette manière la cause de l'ascension continuant d'agir avec le même avantage, le globe, suspendu comme un météore, monta de plus en plus, jusqu'à ce qu'il fût parvenu dans une région, où il pût être en équilibre avec l'air environnant.

Une expérience aussi simple, et qui a l'air d'un jeu d'enfant, parut cependant nouvelle à toute l'Europe, et fit la plus grande sensation. On s'empressa par-tout de la répéter : de tous côtés on vit s'élever des globes à feu. On s'amusa à disputer sur la cause de leur élévation. Cependant M. *Montgolfier* songea bien vîte à utiliser sa découverte; et il fit voir par une expérience en grand, faite à Lyon en 1783, qu'à l'aide de son globe l'homme pouvait s'élever au milieu des airs; qu'il pourrait aller étudier dans l'atmosphère même, les causes encore inconnues d'un grand nombre de phénomènes; qu'en un mot ce nouveau moyen pouvait être susceptible de diverses applications, dont il était difficile de prévoir toute l'utilité. Des savans ont commencé à réaliser quelques-unes de ces espérances, en s'élevant au milieu des airs, par le moyen des *aérostats* à gaz hydrogène, et y faisant plusieurs observations de physique, propres à nous éclairer sur des objets encore peu connus.

NOTE XVII.e

Dubuat place parmi les causes, qui contribuent à diminuer le produit de l'écoulement, la résistance que l'air oppose au fluide sortant : mais il est évident, que cette résistance est ici de nul effet. D'abord la colonne atmosphérique qui s'oppose à l'écoulement, est en équilibre avec celle qui presse la surface supérieure du fluide. Donc l'écoulement doit avoir lieu dans l'air, comme dans le vide le plus parfait. En second lieu si l'on prétend que le jet du fluide sorti du vase, doit à raison de sa vîtesse, éprouver une certaine résistance de la part de l'air, qu'il est obligé de pousser devant lui ; on conviendra, qu'il se fait sans doute une résistance plus ou moins grande contre la veine fluide, comme contre tout autre corps en mouvemeut : mais on niera que cette résistance puisse diminuer la vîtesse du fluide sortant, ni par conséquent la dépense. Il en est de cette résistance, comme de celle que peut opposer tout autre obstacle : elle ralentit la vîtesse du fluide sorti, mais non celle qui a lieu à l'orifice même. On ne peut pas se permettre de considérer la veine fluide, comme un corps solide qui serait en partie soutenu, et dont la vîtesse serait également diminuée dans toute la masse. Un filet de fluide peut perdre de sa vîtesse à une de ses extrémités, sans que cette perte, au moins s'il est libre, puisse avoir aucune influence sur la vîtesse qui a lieu à son autre extrémité. Au reste les expériences faites dans le vide, font voir que la résistance de l'air est de nul effet, tant sur la vîtesse de l'écoulement, que sur la quantité de la dépense. Elles apprennent aussi, que la pression de l'air atmosphérique n'est pour rien dans la différence observée entre les quantités de fluides dépensées, soit par un simple orifice, soit par un bout de tuyau, d'un diamètre égal à celui de cet orifice. Il faut donc sur ces deux objets, s'en tenir aux raisons exposées dans le texte de l'ouvrage.

NOTE XVIII.e

J'ai eu occasion d'observer cette discordance remarquable entre la dépense réelle, et la dépense calculée d'après les règles ordinaires. Chargé avec plusieurs autres personnes de déterminer la quantité d'eau, que dépensaient pour leur service différens moulins, placés sur une petite rivière à peu de distance de Lyon, nous fîmes l'expérience suivante. Un de ces moulins nous offrait la facilité de faire passer l'eau, ou par un seul pertuis, ou par deux pertuis à-la-fois. On fit donc passer l'eau qui était amenée par un canal destiné au service du moulin, d'abord par un seul pertuis, qui avait $26\frac{1}{2}$ pouces de largeur. La vane étant levée de $17\frac{1}{4}$ pouces, le niveau de l'eau du canal parut être stationnaire, et n'éprouver aucune variation sensible; de façon qu'une ouverture de $26\frac{1}{2}$ pouces de largeur sur $17\frac{1}{4}$ de hauteur, dépensait justement autant d'eau, que le canal en amenait. On ouvrit ensuite un autre pertuis placé tout à côté du premier, et qui n'avait que $21\frac{1}{2}$ pouces de largeur. La vane de celui-ci fut levée de $6\frac{1}{2}$ pouces, et celle de l'autre fut abaissée à $6\frac{1}{6}$ pouces. Alors le niveau parut également fixé, et l'on fut encore assuré, que toute l'eau amenée par le canal, passait en même temps par les deux pertuis. Dans le premier cas, le bord supérieur du pertuis se trouvait placé à $8\frac{1}{2}$ pouces du niveau; dans le second, ils étaient l'un et l'autre à $19\frac{1}{4}$ pouces environ de profondeur.

Maintenant si d'après ces données, on calcule la dépense suivant la méthode connue, on trouvera qu'elle était de 19 pieds cubes à-peu-près par minute, pour le cas d'un seul pertuis, et de moins de 15 pieds cubes dans le même temps, pour le cas des deux pertuis. Ainsi quoiqu'il fût bien certain, que la quantité d'eau dépensée dans les deux cas, était absolument la même, puisque le niveau n'avait point varié durant l'expérience; la méthode ordinaire donne néanmoins deux dépenses différentes, et dont la différence même est très-considérable. Il ne faut pas croire, que l'erreur vienne, de ce qu'on prend la vîtesse qui répond à la hauteur moyenne, au lieu de calculer séparément les vîtesses qui répondent aux différens points de la hauteur du pertuis. J'ai calculé

ces vîtesses de pouce en pouce, et à peine y a-t-il une différence sensible entre la vîtesse moyenne calculée de cette manière, et la vîtesse qui répond à la hauteur moyenne. L'erreur vient donc d'une autre cause; et cette cause me paraît être celle indiquée dans le texte, c'est-à-dire, l'influence des vîtesses des différentes parties du fluide les unes sur les autres.

En effet, considérons le pertuis unique, qui dans le premier cas donnait passage à l'eau, et qui avait près de 18 pouces de hauteur, comme composé de trois pertuis, placés l'un au-dessus de l'autre, et ayant chacun 6 pouces de hauteur; et voyons de quelle manière ces trois orifices doivent influer l'un sur l'autre. Supposons donc que l'orifice le plus bas fit naître dans l'intérieur du fluide, une vîtesse d'abaissement due à *un pouce* de hauteur; l'orifice placé au-dessus de celui-ci, et qui avec la même largeur et la même hauteur, dépensait moins, parce qu'il était moins abaissé au-dessous du niveau, ne produisait qu'une vîtesse due à une moindre hauteur, ou de 0,85 pouc.; et la vîtesse intérieure engendrée par le troisième orifice, ne pouvait être due qu'à une hauteur de 0,70 pouc. Mais les trois orifices ouverts à-la-fois, devaient dans cette supposition faire naître une vîtesse dépendante d'une hauteur d'au moins 7 pouces. Il fallait donc retrancher cette quantité de la hauteur du fluide répondant à chacun de ces orifices; ainsi les hauteurs de charge au lieu d'être de 23 pouces pour le premier, de 17 pour le second, et de 11 pour le troisième, n'étaient donc véritablement que de 16, 10 et 4. Mais si l'on calcule d'abord les vîtesses produites par ces trois charges différentes, et ensuite la dépense totale résultante de ces vîtesses, on trouvera que cette dépense était de 14 pieds cubes à-peu-près; ce qui s'éloigne peu de ce qu'on a trouvé pour le cas, où l'eau s'écoulait par les deux pertuis à-la-fois, et qui s'en rapprocherait encore davantage, si l'on appliquait la même correction à celui-ci.

C'est le fait dont il est ici question, qui m'a mis dans le cas de chercher, quelle pouvait être l'influence de plusieurs orifices ouverts à-la-fois, sur la vîtesse du fluide, et la quantité de la dépense. J'ai trouvé par un grand nombre d'expériences, variées de toutes les manières, que cette influence devait être mesurée comme il est dit dans ce chapitre.

NOTE XIX.*

Lorsque l'eau s'échappe par un orifice, dont le plan est incliné à l'horizon, elle s'élance au travers de l'air, et forme un jet, qui s'élève d'abord, et retombe ensuite vers la terre, en décrivant une ligne courbe. On peut donc demander ici, 1.° quelle sera *l'amplitude horizontale* de cette courbe; 2.° quelle est la *hauteur verticale*, où le jet parviendra, étant donnés, *la hauteur de charge*, qui produit la vîtesse du fluide à l'orifice, et l'*angle* que fait avec l'horizon la direction initiale du jet.

En nommant p la vîtesse qu'acquiert un corps dans la première seconde de sa chute, H la hauteur de charge, V la vîtesse du fluide à l'orifice, on a d'après les règles connues : $V = \sqrt{2pH}$. Cette vîtesse étant uniforme, l'espace E que le fluide parcourrait sur la ligne de son mouvement, pendant le nombre T de secondes, serait $E = T\sqrt{2pH}$. Si l'on désigne par A l'angle de la direction du jet avec l'horizon, et par H′ la hauteur verticale, où le fluide parviendrait pendant le même temps T, on aura : $H' = T \sin. A \sqrt{2pH}$. Mais dans le temps T, un corps tombant librement, descendrait d'une quantité $h = \frac{1}{2} p T^2$. Si l'on égale ces deux dernières quantités, on trouvera quel est le temps, qu'il faut à la pesanteur pour détruire tout le mouvement ascensionnel du fluide, et pour le ramener sur le plan horizontal, qui passe par l'orifice. On aura donc l'équation : $T \sin. A \sqrt{2pH} = \frac{1}{2} p T^2$; et enfin $T = \frac{2 \sin. A \sqrt{2pH}}{p} = 2 \sin. A \sqrt{\frac{2H}{p}}$. Telle est l'expression du temps, que le jet mettra à monter, et à descendre.

Pour avoir la hauteur h', où le jet parviendra, il faut prendre la moitié de ce temps, et calculer la hauteur, d'où descend un corps, qui obéit librement à la pesanteur, pendant cette moitié du temps : cette hauteur sera aussi celle où le jet parviendra. Or, si dans l'expression générale : $h = \frac{1}{2} p T^2$, on met à la place de T la moitié de la valeur, qu'on vient de trouver, on aura : $h' = \frac{\frac{1}{2} p \sin.^2 A \cdot 2pH}{p^2} = H \sin.^2 A$. Telle est la hauteur où le jet doit parvenir. On aurait trouvé le même résultat, si

dans l'équation $H' = T \sin. A \sqrt{2pH}$, on avait substitué la valeur de T, et qu'on eût pris le quart du produit.

Quant à l'amplitude horizontale, on l'aura en cherchant la projection sur le plan horizontal, de l'espace que le jet parcourrait dans le sens de son mouvement primitif pendant le temps T. Cet espace devient, en mettant pour T sa valeur, $E = \frac{2 \sin. A \sqrt{2pH}}{p} \sqrt{2pH} = 4H \sin. A$: sa projection horizontale B, ou l'amplitude de la courbe sur le plan horizontal, qui passe par l'orifice, est donc $B = 4H \sin. A \cos. A$. Voilà donc déterminés l'amplitude de la courbe, et son point le plus élevé, ou son sommet, qui répond verticalement à la demi-amplitude : il sera par conséquent facile de la décrire, d'après cette propriété connue, que les *abscisses* à partir du sommet, sont comme les carrés des *ordonnées*.

Donnons un exemple. L'orifice par où l'eau s'échappe, est supposé placé à 4 pieds au-dessous du niveau ; et l'angle que fait avec l'horizon la direction initiale du jet, est supposé de 30 degrés. Donc $H = 4$, $\sin. A = \frac{1}{2}$; $\cos. A = \frac{1}{2} \sqrt{3}$; et $p = 30$ pieds, comme on sait. Maintenant la vîtesse à l'orifice, ou $V = 15{,}48$ pi. Le temps nécessaire pour ramener le jet au plan horizontal de l'orifice, ou $T = \frac{15{,}48}{30} = 0^s{,}515$. La hauteur où le jet doit parvenir, ou $h' = 4 \times \frac{1}{4} = 1$ pied. Enfin l'amplitude horizontale $B = 4\sqrt{3} = 6{,}92$ pieds.

Les *formules* qu'on a trouvées, nous apprennent, 1.° que la hauteur h', où le jet peut arriver, est d'autant plus grande, que sin. A est plus grand ; sans qu'elle puisse jamais surpasser la hauteur H du réservoir, puisque *sin.* A ne peut jamais être plus grand que l'*unité*. Le jet ne peut donc atteindre son *maximum*, qu'autant que l'angle A est droit, ou que le jet s'élance dans une direction verticale ; 2.° que la plus grande amplitude de la parabole a lieu, lorsque le produit *sin.* A *cos.* A est le plus grand possible, ce qui arrive lorsque l'angle A est de 45 degrés. La résistance de l'air est ici un obstacle, qui empêche que cette loi n'ait son entier effet, et qui est cause, que la plus grande amplitude a lieu sous un angle moindre, et dont la grandeur dépend de la force que peut avoir le jet, pour surmonter cet obstacle.

Si le jet au lieu de s'élever au-dessus du plan horizontal, se dirigeait au contraire au-dessous de ce plan, on pourrait encore trouver facilement le temps qu'il lui faudrait, pour descendre d'une hauteur verticale donnée H', et la distance B où il serait alors arrivé, de la perpendiculaire à l'horizon qui passe par l'orifice. En effet H étant toujours la hauteur de charge, et A l'angle que fait avec l'horizon la direction initiale du jet, on aura de même : $V = \sqrt{2pH}$, et $E = T\sqrt{2pH}$. Cet espace que le fluide aurait parcouru dans le sens de son mouvement primitif pendant le temps T, rapporté sur le plan vertical, donnera $E' = T \, sin. A \sqrt{2pH}$, pour la quantité dont le fluide serait descendu verticalement pendant le temps T, en vertu de la seule force qui le pousse hors du vase. Mais la pesanteur qui agit en outre sur les molécules fluides, les fait descendre dans le même temps d'une quantité égale à $\frac{1}{2} pT^2$. Donc la hauteur totale H' dont le jet sera descendu en T secondes, sera $H' = \frac{1}{2} p T^2 + T \sin. A \sqrt{2pH}$. On aura donc $T^2 + 2T \frac{\sin A \sqrt{2pH}}{p} = \frac{2H'}{p}$; d'où l'on tire : $T = \frac{-\sin. A \sqrt{2pH}}{p} + \sqrt{\frac{2H' + 2H \sin.^2 A}{p}}$. Telle est l'expression du temps qu'il faut au fluide, pour descendre de la hauteur H'.

Si l'on veut connaître l'amplitude du jet à cet abaissement, on cherchera quelle serait la quantité dont le fluide aurait avancé pendant le temps T, suivant sa direction primitive, par la seule action de la charge; et la projection de cet espace sur le plan horizontal sera l'amplitude demandée. Or, on a $E = T\sqrt{2pH}$; ou en mettant pour T sa valeur : $E = -2H \sin. A + 2\sqrt{H(H' + H \sin.^2 A)}$. C'est-là l'espace que le fluide parcourrait sur la ligne de son mouvement primitif pendant le temps T, qui est le temps qu'il met à descendre de la hauteur H'. Cet espace rapporté au plan horizontal, donne pour l'écartement du jet à la profondeur H', ou l'amplitude $B = -2H \sin. A \cos. A + 2 \cos. A \sqrt{H(H' + H \sin.^2 A)}$.

Cette formule peut se vérifier aisément de la manière suivante. Supposons que la direction initiale du jet fasse un angle droit avec l'horizon, ou que le fluide sorte verticalement par le fond du vase : alors $\sin. A = 1$, et $\cos. A = 0$. Par conséquent B devient zéro, c'est-à-dire que l'amplitude est nulle; ce qui est d'ailleurs évident.

Concevons au contraire, que le fluide sort parallèlement à l'horizon : dans ce cas, sin. A $=$ o, et cos. A $= 1$; et l'on trouve que l'amplitude B $= 2\sqrt{HH'}$, ce qui est conforme à ce qui a été établi à la fin de ce chapitre. Quant au temps T, il est alors, comme il doit être, égal à $\frac{\sqrt{2H'}}{p}$.

NOTE XX.e

Soit un demi-cercle *abc* (fig. 165.e), exposé au choc d'un fluide, qui se meut dans le sens *bd* : on demande quelle est l'impulsion qu'il reçoit dans le sens du courant, comparée à celle que recevrait son diamètre *ac*. Il est visible, que quoique le nombre des filets fluides qui heurtent la courbe *abc*, soit le même que pour le diamètre *ac*, leur choc contre cette courbe sera bien inférieur à celui qui se ferait sur *ac*; puisqu'ils en rencontrent les différentes parties avec plus ou moins d'obliquité. Mais quel rapport y a-t-il entre ces deux impulsions?

Concevons que la demi-circonférence *abc* soit divisée en portions extrêmement petites, et qui puissent être considérées comme des lignes droites. Soit *ek* une de ces portions. D'après les principes établis dans ce chapitre, on aura l'impulsion qui se fait sur *ek* dans le sens *bd*, en *multipliant* le choc direct sur la projection *ei*, par le carré du *sinus* de l'angle d'incidence. Ainsi en appelant F' cette impulsion, et représentant par *ei* même le choc direct qui se ferait sur *ei*, on aura : F' $= ei \times \frac{\overline{ei}^2}{\overline{ek}^2}$. Mais $ei : ek :: eg : ed$. Donc F' $= ei \times \frac{\overline{eg}^2}{\overline{ed}^2}$ $= gf \times \frac{\overline{eg}^2}{\overline{ed}^2}$. C'et-à-dire que l'impulsion sur *ek* est égale à la projection de *ek* sur le diamètre *ac multipliée* par le rapport entre le carré de la distance *eg*, et le carré du rayon. Or, comme la même chose doit avoir lieu pour toutes les portions infiniment petites de la demi-circonférence *abc*, il faut pour avoir l'impulsion totale qu'elle reçoit du fluide dans le sens *bd*, trouver la somme de tous ces efforts partiels. Voici comment on peut y parvenir.

Imaginons que le demi-cercle *abc* tourne autour de son diamètre *ac*, il est facile de voir que dans ce mouvement de rotation, il s'engendrerait une *sphère*; et que chaque espace *egfk* produirait une *tranche* de cette sphère, qui pourrait en être considérée comme une portion *élémentaire*. Mais la géométrie enseigne, que le volume de cet élément sphérique est égal à $gf \times \overline{eg}^2 \times \Pi$. Π est le rapport de la circonférence au diamètre. Si l'on compare donc l'expression du choc sur *ek*, qui est $gf \times \frac{\overline{eg}^2}{\overline{ed}^2}$, avec l'expression qu'on vient de trouver pour le volume de la tranche sphérique, décrite par *egfk*, on reconnaîtra facilement que la valeur du choc peut être exprimée par le volume de la tranche *divisé* par le carré du rayon multipliant le rapport de la circonférence au diamètre; ou en appelant v' le volume de la tranche élémentaire, et r le rayon, on aura $F' = \frac{v'}{\pi r^2}$. Cette même relation existant sur toute l'étendue du demi-cercle *abc*, on peut donc dire, que le choc du fluide sur *abc*, dans le sens *ab*, est égal à la somme de toutes les tranches sphériques, ou au volume de la sphère, engendrée par la révolution du demi-cercle *abc*, divisé par le produit πr^2. Ainsi appelant F le choc total sur *abc*, et v le volume de la sphère, on a $F = \frac{v}{\pi r^2}$. Mais l'on sait par la géométrie, que le volume de la sphère, ou $v = \frac{2}{3} d \times r^2 \times \pi$: d est le diamètre de la sphère. Substituant, il vient : $F = \frac{2}{3} d$. Donc l'impulsion du fluide sur le demi-cercle *abc*, est égale aux *deux tiers* du diamètre *ac*, ou plutôt aux *deux tiers* de l'impulsion, que recevrait directement le diamètre *ac*.

Passons aux surfaces courbes. Supposons que le quart de cercle *ab* (fig. 166.e), tourne autour du rayon *bd*, il engendrera une demi-sphère dans ce mouvement; et il s'agit de trouver, quelle sera l'impulsion de l'eau contre cette demi-sphère dans le sens *bd*. Or, si l'on considère le petit arc *ek*, qui dans la révolution supposée, décrit une *zone sphérique*, on verra facilement que l'impulsion reçue par cette zone, *est toujours* à celle que recevrait la *zone circulaire* décrite par *gf*, *comme* eg^2 *est à* ed^2.

Maintenant

Maintenant si sur ln comme *paramètre*, on décrit une *parabole*, ayant son sommet en d, et qu'on prolonge eg jusqu'en m, on trouvera que, $\overline{eg}^2 : \overline{ed}^2 :: om : gm = bd$. Un semblable rapport ayant lieu pour tous les points de la demi-sphère opposée au courant; il suit que la somme de toutes les impulsions, que reçoit cette demi-sphère dans le sens bd, *est à* l'impulsion que recevrait le grand cercle qui lui sert de base, *comme* la somme de toutes les lignes om, qui composent le solide engendré par la révolution de l'aire parabolique $blod$ autour de bd, *est à* la somme des lignes gm, qui forment le cylindre, résultant du rectangle $albd$ tournant de même autour de bd. Or, le volume du *paraboloïde* est la moitié de celui du cylindre : donc l'impulsion du fluide sur la demi-sphère dans le sens bd, n'est que *la moitié* de celle que recevrait dans le même sens le grand cercle de la sphère opposé directement au courant.

Il reste à faire voir de quelle manière on est arrivé à la proportion, sur laquelle est fondée la conséquence qu'on vient de tirer. D'abord on a dit, que le choc sur la zone sphérique décrite par ek, *est au* choc sur la zone circulaire décrite par gf *comme* $\overline{eg}^2$ *est à* $\overline{de}^2$. Mais $\overline{eg}^2 = cg \times ag = (cd + dg)(cd - dg) = (de + oh)(de - oh)$. Donc $\overline{eg}^2 = \overline{de}^2 - \overline{oh}^2$. Donc en désignant les chocs sur ces deux zones par P et P', on aura : $P : P' :: \overline{de}^2 - \overline{oh}^2 : \overline{de}^2$. oh étant une ordonnée de la parabole, on a par la propriété connue de cette courbe : $\overline{oh}^2 = bl \times dh = de \times go$. Donc $P : P' :: \overline{de}^2 - de \times go : \overline{de}^2$, ou en divisant les deux termes du dernier rapport par de, $P : P' :: de - go : de :: gm - go : gm :: om : gm$; ce qu'il fallait prouver.

NOTE XXIe

Lorsqu'une roue qui doit recevoir son mouvement de l'impulsion d'un fluide, est entièrement plongée dans ce fluide, il est clair que le plan de ses ailes ne peut pas être perpendiculaire au courant; car l'effort du fluide pour faire tourner la roue, étant alors le même des deux côtés de l'axe, il ne peut évidemment en résulter aucun

mouvement. Cependant on est parvenu à faire tourner une roue entièrement plongée dans une eau courante, par un artifice fort ingénieux. L'arbre de la roue étant supposé horizontal, les ailes arrivées au-dessous de cet arbre, présentent *leur plan* perpendiculairement au choc de l'eau; et en remontant du côté opposé, elles se replient sur elles-mêmes, de manière à n'opposer au courant que leur *épaisseur*. On peut employer un semblable atifice pour faire tourner la roue horizontalenment. On a fait aussi des moulins à vent, dont les ailes tournent dans le sens horizontal, en présentant alternativement au vent leur largeur et leur épaisseur. *Bélidor* décrit encore une autre espèce de moulin à vent, dont les ailes reçoivent aussi perpendiculairement le vent : mais le choc ne se fait que sur les ailes, qui sont placées d'un même côté de l'arbre; les autres sont garanties par une cage en bois, arrondie en forme de tambour, et ouverte sur la moitié de sa largeur, (fig. 167.e).

NOTE XXII.e

Les expériences de M. *Bossut* sur les roues à aubes, au moins celles qui ont été faites sur un large canal, où rien ne pouvait gêner l'action de l'eau, m'ont paru dignes d'être *discutées* avec soin. Ce respectable savant y a mis tant d'attention et d'exactitude, que cet examen doit nécessairement nous donner des lumières certaines sur les différens points de la théorie du choc des fluides. Voici dans deux tableaux les résultats de cette discussion, où j'ai tâché de ne rien négliger, et dont les détails sont contenus dans un mémoire lu à l'Académie de Lyon, en 1806.

I. *TABLEAU des effets obtenus avec une roue à aubes, et de leurs rapports avec la puissance.*

La puissance estimée à l'ordinaire, ou AVH était de $44^{++}, 44$

Dans la première expérience ;

l'effet obtenu ou . .	$Q = 10^{++}, 15 = \frac{6,17}{27}$ AVH
2.e	$Q = 11^{++}, 16 = \frac{6,78}{17}$ AVH
3.e	$Q = 11^{++}, 99 = \frac{7,28}{27}$ AVH
4.e	$Q = 12^{++}, 66 = \frac{7,69}{27}$ AVH
5.e	$Q = 13^{++}, 17 = \frac{8}{27}$ AVH
6.e	$Q = 13^{++}, 52 = \frac{8,21}{27}$ AVH
7.e	$Q = 13^{++}, 63 = \frac{8,28}{27}$ AVH
8.e	$Q = 13^{++}, 15 = \frac{7,99}{27}$ AVH

En examinant ce tableau, on remarque d'abord, que l'effet est allé en augmentant depuis la première expérience jusqu'à la septième, et qu'il a diminué ensuite de la septième à la huitième. Entre ces deux dernières expériences, il en a été fait quelques-unes, que j'ai omises, et dans lesquelles on peut voir le progrès de cette diminution. C'est donc dans la septième expérience, que la masse du fardeau élevé, et la vîtesse communiquée se sont trouvées combinées, de manière à donner le plus grand produit; et l'on reconnaît en même temps, que ce plus grand effet n'a pas excédé de beaucoup le *maximum* fixé par la théorie. Cependant comme l'effet a surpassé de quelque chose la valeur prescrite, qui ne devait être que les *huit vingt-septièmes* de la puissance, il convient de rechercher ici la cause, pour laquelle le résultat s'est trouvé plus grand qu'il ne devait être.

Deux *facteurs* concourent également à donner la valeur de l'effet, *la somme des résistances vaincues*, et *la vîtesse communiquée*. Les révolutions de la roue ont été déterminées par M. *Bossut* avec tant d'exactitude, et toutes les mesures ont été prises avec tant de soin, qu'il ne peut y avoir aucune erreur sur la vîtesse. Quant aux résistances, on pourrait soupçonner qu'on a donné à quelqu'une d'elles plus d'influence qu'il ne convenait: cependant comme on ne les a appréciées, que d'après les expériences les plus sûres, et le plus généralement admises, il paraît qu'il n'y a à-peu-près rien non plus à changer à cet égard. Donc il faut chercher ailleurs la cause de cette petite différence entre la théorie et l'expérience.

L'effet du choc des fluides, dans le cas du *maximum*, est bien réellement les *huit vingt-septièmes* de la puissance. Mais si quelqu'autre force agit concurremment avec l'impulsion, alors on ne doit pas s'étonner, si l'effet obtenu surpasse cette limite. Or, lorsqu'il s'agit d'une roue à aubes, qui tourne dans le sens vertical, et qui est mue par l'action d'un courant, non-seulement l'aile est frappée par le fluide en mouvement, mais encore une petite portion de ce fluide s'élève contre l'aile, au moment où elle entre dans l'eau, et la charge ainsi de son poids. C'est la pesanteur de cette petite quantité d'eau, qui à raison de sa vîtesse, s'avance ainsi sur les ailes de la roue, qui augmente l'effet du choc, et le rend supérieur au *maximum* théorique. Pour produire l'excédant observé, il ne fallait qu'une masse d'eau d'environ *un cinquième* de livre, ou à-peu-près *trois onces*, ce qui ne s'écarte pas des probabilités. Voilà donc une partie de la théorie assez exactement confirmée par l'expérience. Passons à l'*évaluation* du choc.

II. *Tableau des valeurs* théoriques *du choc, comparées à la somme des résistances vaincues.*

	Résistance vaincue.	Valeur du choc = 2 A H.
1.re expérience	33$^{\#}$, 39	31$^{\#}$, 74
2.e expér.	38$^{\#}$, 76	36$^{\#}$, 78
3.e expér.	44$^{\#}$, 18	41$^{\#}$, 67
4.e expér.	49$^{\#}$, 64	46$^{\#}$, 85
5.e expér.	55$^{\#}$, 12	52$^{\#}$, 28
6.e expér.	60$^{\#}$, 63	57$^{\#}$, 97
7.e expér.	66$^{\#}$, 17	63$^{\#}$, 92
8.e expér.	71$^{\#}$, 69	72$^{\#}$, 99

La seule inspection du tableau nous apprend, que la valeur du choc calculée d'après le principe de la *double hauteur*, s'est trouvée dans toutes les expériences, excepté la dernière, constamment inférieure à la somme des résistances vaincues. Donc on se tromperait grossièrement, si l'on prétendait n'évaluer le choc des fluides que d'après la *simple hauteur* due à la vîtesse. Il paraît même, qu'il n'y a aucune réduction à faire sur cette double hauteur, qui doit être employée suivant la théorie, quoique M. *Bossut* ait pensé, qu'il convenait de la diminuer de quelque chose.

On voit en second lieu, que le choc de l'eau contre un obstacle mobile, placé au milieu du courant, se fait de la même manière, et parvient au même degré d'intensité, que si l'obstacle était isolé, et placé au milieu de l'air. Le fluide qui est derrière l'obstacle, fuyant avec la même vîtesse que cet obstacle, ne peut ni nuire à l'impulsion, ni la favoriser; de sorte que l'obstacle reçoit en entier, et sans perte, toute l'action du courant.

Quant à l'excès de la résistance vaincue sur la valeur absolue du choc, on a dit quelle était la cause à laquelle il paraissait qu'on devait l'attribuer. Il est remarquable, que dans la septième expérience, où l'effet a été un *maximum*, cet excédent se trouve à très-peu près

égal, à ce qu'on a jugé précédemment venir du poids de l'eau, qui s'élevait contre les ailes de la roue.

Reste la dernière espérience, dont le résultat ne s'accorde point avec celui des autres, et qui a donné la valeur du choc plus grande que la somme des résistances vaincues. Cette différence, comme il est évident, ne peut avoir pour cause, qu'une estimation trop faible de la résistance. Cependant on a tenu compte ici des mêmes résistances accessoires, que dans les autres expériences. Il faut donc que dans celle-ci, et lorsque le fardeau a été porté à 65 livres, il se soit développé tout-à-coup un obstacle nouveau, qui n'existait pas dans les expériences précédentes. Et ceci ne doit pas être regardé comme une conjecture gratuite, imaginée pour le besoin : car si l'on compare les vîtesses de la roue dans les diverses expériences, on reconnaîtra, que ces vîtesses ont diminué uniformément, et de la même quantité dans les sept premières expériences, où le fardeau augmentait de 5 livres à chaque fois; et que de la septième à la huitième, où l'augmentation du fardeau a été la même, il y a subitement une diminution plus considérable dans la vîtesse. Il faut donc que la résistance ait augmenté tout-à-coup. Il a pu se faire par exemple, que le fardeau ait fait fléchir l'axe de la roue, ou que la grandeur du choc ait occasionné quelque secousse, ou quelque ébranlement dans l'appareil, qui en contrariât le mouvement. La grande diminution survenue alors dans la vîtesse de la roue, ne peut laisser aucun doute sur l'accroissement présumé dans la somme des résistances.

Voilà donc encore confirmée par l'expérience, l'article de la théorie qui veut, que le choc direct d'un fluide, soit égal au poids d'un prisme du fluide, ayant pour base la surface choquée, et pour hauteur le double de celle due à la vîtesse du fluide. Pour ce qui regarde la vîtesse, qui convient au *maximum* d'effet, je trouve que la vîtesse de la roue dans la septième expérience, était un peu plus que le *tiers* de celle du courant : mais l'excès est peu considérable; et d'ailleurs, s'il faut dans la dernière expérience, augmenter la somme des résistances, on peut croire que l'effet *absolu* y a été plus grand que dans la septième, quoique l'effet *utile* ait été supérieur dans celle-ci. Or, dans cette huitième expérience, la

vîtesse de la roue était assez exactement le *tiers* de la vîtesse moyenne du courant. Observez que par vîtesse moyenne, il faut entendre, non la vîtesse prise à la surface, mais celle qui avait lieu à *deux pouces* de profondeur, c'est-à-dire à la hauteur moyenne de l'aile, calculée d'après les principes établis dans le chapitre 2.e de la 3.e section.

Il résulte de l'examen dans lequel nous venons d'entrer : que toutes les parties de la théorie, qui concerne le choc direct des fluides, telle qu'on l'a exposée dans cet ouvrage, sont pleinement d'accord avec l'expérience, et qu'il n'y a rien à y changer, non plus que dans la manière dont on évalue le choc de l'eau contre les ailes d'une roue à aubes.

Note XXIII.e

On peut employer l'action de l'eau pour élever ce fluide lui-même, et l'on obtiendra un résultat plus ou moins avantageux, selon la manière dont l'eau exercera son action. Si l'eau agit par impulsion, le *maximum* d'effet est alors réduit aux *huit vingt-septièmes* de la puissance $= \frac{8}{27}$ A V H. A V exprimant la masse du fluide dépensé dans une seconde de temps, si l'on représente cette masse par M, le plus qu'on puisse obtenir d'une roue à aubes, c'est les *huit vingt-septièmes* de M H ; c'est-à-dire, que cette espèce de roue ne peut élever au plus que les *huit vingt-septièmes* de l'eau employée, à la hauteur H due à la vîtesse du courant, ou qu'elle élèvera toute cette eau aux *huit vingt-septièmes* de la hauteur H. C'est là tout ce qu'on peut attendre de cette espèce de roue, et ce qu'il n'est pas même possible d'obtenir, à cause de toutes les résistances accessoires. Aussi les machines hydrauliques placées sur des rivières, et destinées à fournir de l'eau à une ville, à un parc, à un château, ne donnent jamais qu'un produit extrêmement inférieur à la puissance qu'elles consomment.

M. *Montgolfier* affirme que la machine de *Marly*, au commencement de son établissement, ne rendait que la 24.e partie de la force qu'elle dépensait, et qu'ensuite l'effet s'est trouvé réduit à *un quarantième*, ou à *un cinquantième*, et même à *un centième*. En voici le calcul.

La partie de la Seine qui agit sur la machine de Marly, est estimée de 300000 pouces de fontainier, (le pouce de fontainier vaut 640 pouces cubes), et elle tombe d'une hauteur d'environ $4\frac{1}{2}$ pieds. La force dépensée en une minute, est donc de $300000 \times 4\frac{1}{2} = 1350000$. La quantité d'eau élevée était par minute de 120 pouces de fontainier, et la hauteur où elle était portée, était d'environ 475 pieds. L'effet utile était donc de $120 \times 475 = 57000$, c'est-à-dire à-peu-près *un vingt-quatrième* de la puissance. Ainsi il y avait près des *sept huitièmes* de l'effet, auquel la théorie donne droit de prétendre, qui étaient absorbés par les résistances de tous les genres, que présentait cette superbe et immense machine, à l'époque même où elle sortit, pour ainsi dire, des mains de son auteur.

L'effet que l'eau produit, lorsqu'elle agit par son poids, est fort supérieur, comme on a vu, à celui qu'elle produit par son impulsion. Mais l'on ne peut la faire élever de cette manière, qu'en en perdant une partie; et cette perte est d'autant plus grande, qu'on veut l'élever plus haut. Néanmoins dans cette manière d'agir de l'eau, l'effet est toujours peu éloigné d'être égal à la puissance. On a vu ci-dessus par quel moyen ingénieux, on était parvenu à porter à une assez grande hauteur une partie de l'eau, dont on pouvait disposer, en sacrifiant l'autre partie de cette eau, qui servait de force motrice, et agissait par son poids. Mais ce moyen n'est pas toujours praticable.

La roue à réaction de M. Leroi, qui peut donner jusqu'aux *dix-neuf vingt-septièmes* de la puissance, ou même plus, suivant son auteur, ne peut guère être employée pour faire élever l'eau, parce qu'elle tourne dans un sens horizontal, et qu'il faudrait y ajouter, pour cet objet, quelque mécanisme particulier, qui en compliquerait la construction, et lui déroberait ainsi une partie de son avantage. Il n'en est pas de même du belier hydraulique. Cette ingénieuse machine est spécialement destinée à faire élever l'eau; et l'on peut dire, que le produit qu'elle donne, est supérieur à celui de toutes les machines connues, employées à cet usage. Un belier hydraulique établi auprès de *Senlis*, ayant $7\frac{1}{2}$ pouces de diamètre, sous une chute de $3\frac{1}{6}$ pieds, dépense dans 100 coups, battus en 3 minutes, 1987 litres d'eau; et porte dans le même temps à une hauteur de $14\frac{1}{6}$ pieds,

269 litres d'eau. La puissance employée est donc 1987 × $5\frac{1}{6}$ = 6293 ; et l'effet utile est de 269 × $14\frac{1}{6}$ = 3811. Donc l'effet est ici les *soixante centièmes* environ de la puissance.

Le belier que M. *Montgolfier* a établi dans le jardin de la maison qu'il habite à Paris, dépense en 4 minutes 315 litres, dont la chute est de $7\frac{1}{2}$ pieds, et il élève dans le même temps 30 litres à 50 pieds de hauteur. La puissance est donc de 315 × $7\frac{1}{2}$ = 2362 ; et l'effet utile est de 30 × 50 = 1500. Donc l'effet obtenu est dans cette machine les *soixante-quatre centièmes* de la puissance. Ces détails ont été donnés à la Société d'encouragement par M. *Montgolfier* lui-même, dont tout le monde connaît la modestie et la véracité, aussi bien que les talens. Resterait à connaître l'effet de cette machine, si on l'exécutait en grand.

FIN.

TABLE

Des pesanteurs spécifiques et des poids absolus d'un grand nombre de différentes substances.

NOMS des SUBSTANCES.	POIDS du pouce cube.	
I. *Gaz à 28 pouces de pression, et à 10 degrés du therm. de Réaumur.*	grains.	
GAZ.		
Atmosphérique. . . .	046005	
— azote	044444	
— oxigène	050694	
— hydrogène	003539	
— acide carbonique . .	068985	
— nitreux	054690	
— ammoniacal	027488	
— acide sulfureux. . .	103820	
II. *Substances métalliques.*	pesanteur spécifique.	poids du pouc. cube en grains
OR.		
— à 24 carats, fondu, non forgé.	192581	7190
— la même fondu et for.	193617	7228
— à 22 carats, non forgé.	174863	6528
— le m. forgé	175894	6567
— au titre de la monnaie de France, non forgé.	174022	6497
— le m. monnoyé. . .	176474	6588
— des bijoux, à 20 carats. non forgé.	157090	5865
— le m. forgé	157746	5889
ARGENT.		
— à 12 deniers, non forgé	104743	3910
— le m. forgé	105107	3924
— à 11 déniers 10 grains, titre de Paris, non for.	101752	3799
— le m. forgé	103765	3874
— de la monnaie de Fr. non forgé.	100476	3751
— le m. monnoyé . . .	104077	3886

NOMS des SUBSTANCES.	PESANTEUR spécifique.	Poids du pouce cube en grains
PLATINE.		
— brut en grenailles . .	156017	5825
— le m. décapé par l'acide muriat.	67521	6254
— purifié, fondu . . .	195000	7280
— le m. forgé	203366	7592
— le m. passé à la filière.	210417	7856
— le m. passé au laminoir	220690	8239
CUIVRE.		
— rouge, non forgé . .	77880	2908
— le m. passé à la filière.	88785	3315
— jaune non forgé. . .	83958	3136
— le m. passé à la filière.	85441	3190
FER.		
— fondu	72070	2691
— forgé en barre . . .	77880	2908
ACIER.		
— ni trempé, ni écroui .	78331	2924
— écroui non trempé. .	78404	2927
— écroui et trempé . .	78180	2919
— trempé non écroui. .	78163	2918
ETAIN.		
— de Cornouailles non éc.	72914	2722
— le m. écroui	72994	2725
— de mélac non écroui .	72963	2724
— le m. écroui. . . .	73065	2728
— plomb fondu. . . .	113523	4238
— zinc fondu	71908	2685
— cobalt fondu. . . .	78119	2916
— antimoine fondu . .	67021	2502
— bismuth fondu . . .	98227	3667
— arsenic fondu. . . .	57633	2152
— nickel fondu. . . .	78070	2915

NOMS des SUBSTANCES.	PESANTEUR spécifique.	Poids du pouc. cube en grain.
— molybdène	47385	1769
— tungstène.	60665	2265
— mercure	135681	5065
III. *Pierres précieuses et autres.*		
— diamant oriental blanc.	35212	»
— rubis oriental . . .	42833	»
— rubis du Brésil . . .	35311	»
— topaze oriental . . .	40106	»
— topaze du Brésil . .	35365	»
— saphir oriental . . .	39941	»
— saphir du Brésil . .	31307	»
— Hiacinthe commune .	36873	»
— grenat de Bohême. .	41888	»
— émeraude du Pérou .	27755	»
—		
— cristal de roche d'Eur.	26548	991
— quartz cristalisé . .	26546	991
— quartz en masse . .	26471	988
— grès des remouleurs .	21429	800
— agathe orientale . .	25901	967
— agathe onix	26375	985
— calcédoine	26640	995
— cornaline	26137	976
— pierre à fusil blonde .	25941	968
— idem noirâtre . . .	25817	964
— cailloux onix . . .	26644	995
— cailloux de Rennes .	26538	991
— pierre meulière. . . .	24835	927
— jade blanc.	29502	1101
— jade vert	29660	1107
— jaspe rouge	26612	994
— jaspe onix	28160	1051
— schorl noir prismatique	33636	1256
— schorl noir spathique .	33852	1264
—		
— serpentine d'Italie . .	24295	780
— craie de Briançon . .	27274	1018
— craie d'Espagne. . .	27902	1042
— pierre ollaire du Dauph.	27687	1034
— talc de Moscovie . .	27917	1042
— mica noir	29004	1083
— schiste commun . .	26718	997
— ardoise neuve . . .	28535	1065
— pierre à rasoir blanche.	28763	1074
— id. noir et blanche. .	31311	1169
—		
— spath calcaire. . . .	27141	1013
— cristal d'Islande. . .	27151	1014
— albâtre oriental . . .	27302	1019
— marbre campan vert .	27417	1024
— marbre blanc de Carrare	27168	1014
— marbre blanc de Paros	28376	1059
— pierre à bâtir. . . .	26777	1000
— granite de Pierre-scise.	26317	982
— pierre de Couzon . .	25274	943
— pierre coquill. de S-Cyr	26680	996
—		
— spath pesant blanc . .	44300	1653
— spath fluor rouge . .	31911	1191
— pierre de poix noire .	20499	765
— id. noirâtre	23191	866
— porph. rouge du Dauph	27933	1043
— serpentine noire de id.	29339	1095
— granite rouge . . .	27609	1031
— pierre-ponce	9145	341
— pierre de touche . .	24153	902
— basalte prism. d'Auv. .	24215	904
IV. *Vitrifications.*		
— verre des bouteilles .	27325	1020
— verre des vitres. . .	26423	986
— verre blanc	28922	1080
— cristal de St-Gobin .	24882	929
— flint glafs.	33293	1243
— porcelaine de Sèvres .	21456	801
— porcelaine de Chine .	23847	890
V. *Substances inflammables.*		
— soufre natif	20332	759
— soufre fondu . . .	19907	743
— charb. de terre compacte	13292	496
— ambre gris	9263	346
— ambre jaune ou succin.	10780	402
VI. *Eaux.*		
-- eau distillée	10000	$373\frac{1}{3}$
-- eau de pluie. . . .	10000	$373\frac{1}{3}$
-- eau de mer	10263	383

NOMS des SUBSTANCES.	PESANTEUR spécifique.	Poids du pouc. cube en grain
VII. *Liqueurs spiritueuses.*		
Vin de Bourgogne . . .	9915	370
-- de Bordeaux. . . .	9939	371
Bierre rouge.	10338	386
-- blanche	10231	382
Alcbool du commerce .	8371	313
-- très-rectifié	8293	310
Alchool mêlé d'eau. alchool eau		
15 part. . . 1 . . .	8527	318
14 . . . 2 . . .	8674	324
13 . . . 3 . . .	8815	329
12 . . . 4 . . .	8947	334
11 . . . 5 . . .	9075	339
10 . . . 6 . . .	9199	343
9 . . . 7 . . .	9317	348
8 . . . 8 . . .	9427	352
7 . . . 9 . . .	9519	355
6 . . . 10 . . .	9598	358
5 . . . 11 . . .	9674	361
4 . . . 12 . . .	9733	363
3 . . . 13 . . .	9791	366
2 . . . 14 . . .	9852	368
1 . . . 15 . . .	9919	370
Ether sulfurique . . .	7396	276
-- nitrique	9088	339
-- muriatique	7296	272
-- acétique	8664	323
VIII. *Liqueurs acides et alcalines.*		
Acide sulfurique . . .	18409	687
-- nitrique	12715	475
-- muriatique	11940	446
-- acéteux rouge . . .	10251	383
-- blanc	10135	378
-- distillé.	10095	377
-- acétique	10626	397
Ammoniaque ou alc. vol,	8970	335
IX. *Huiles.*		
Huile essent. de thérébent	8697	325
Thérébentine liquide. .	9910	370
Huile essent. de lavande.	8938	334
-- de gérofle.	10363	387
-- de canelle.	10439	390
Huile d'olives	9153	342
-- de noix.	9227	344
-- d'amandes douces . .	9170	342
-- de lin	9403	351
-- de pavots	9288	346
-- de faine	9176	343
-- de baleine.	9233	345
-- de navettes	9193	344
X. *Liqueurs animales.*		
Lait de femme	10203	381
-- de jument.	10346	386
-- d'ânesse	10355	387
-- de chèvre	10341	386
-- de brebis	10409	389
-- de vache	10324	385
Petit lait de vache clarifié.	10193	380
Urine humaine. . . .	10106	377
XI. *Substances végétales et animales.*		
Résine du pin	10727	400
Gomme copale opaque .	10398	388
id. transparente. . . .	10452	390
Sang-dragon	12045	450
Gomme lacque	11390	425
Gomme élastique . . .	9335	349
Camphre	9887	369
Gomme commune. . .	14817	553
Suc de réglisse	17228	643
Opium.	13366	499
Indigo.	7790	287
Rocou.	5956	222
Ivoire	18466	689
Cire jaune	9648	360
Cire blanche.	9686	362
Blanc de baleine . . .	9433	352
Graisse de bœuf . . .	9232	345
-- de veau	9341	349
-- de mouton	9235	345
Suif.	9419	352
Graisse de cochon. . .	9368	350
Lard	9478	354
Beurre.	9423	352
XII. *Bois.*		
Chêne de 60 ans, le cœur.	11700	437
Liége	2400	90
Orme, le tronc. . . .	6710	251
Frêne, le tronc. . . .	8450	315

NOMS des SUBSTANCES.	PESANTEUR spécifique.	Poids du pouc. cube en grain.	NOMS des SUBSTANCES.	PESANTEUR spécifique.	Poids du pouc. cube en grain.
Hêtre	8420	318	Cèdre	5960	222
Aune	8000	299	Olivier	9270	346
Erable.	7750	282	Cérisier	7150	267
Noyer de France . . .	6710	251	Coudrier ou noisetier. .	6000	224
Saule	5850	218	Buis de France. . . .	9120	350
Tilleul	6040	225	Buis de Hollande . . .	13280	496
Sapin mâle	5500	205	Cyprès d'Espagne . . .	6440	240
Sapin femelle	4980	186	Grenadier	13540	505
Peuplier.	3830	143	Mûrier d'Epagne . . .	8970	335
Peuplier blanc d'Espagne.	5294	198	Gayac.	13330	498
Pommier.	7930	296	Oranger	7050	263
Poirier	6610	247	Vigne	13270	496
Cognassier	7050	263	Sureau.	6950	260
Néflier	9440	352	Citronier.	7263	272
Prunier	7850	293	Bois rouge du Brésil. .	10310	386
Jasmin d'Espagne . . .	7700	280	Bois de Campèche. . .	9130	350
Ebénier	13310	498			

FIN.

TABLE

DES CHAPITRES.

Hydraulique physique. *page* 1

Première partie. Hydrostatique. Première section.

De l'équilibre dans un seul et même fluide.

Chapitre I. Principe général d'équilibre dans un fluide en repos. 2
Chapitre II. Equilibre des fluïdes incompressibles, soumis à l'action d'une ou de plusieurs forces extérieures. 4
Chapitre III. Equilibre des fluides soumis à la seule action de la pesanteur. 16
Chapitre IV. De la pression que la pesanteur produit dans les fluides. 18
Charitre V. Equilibre d'un même fluide dans les vases qui communiquent entr'eux. 23
Chapitre VI. Du nivellement. 25
Chapitre VII. Loi fondamentale de la pression des fluides. Effets remarquable de cette pression. 29
Chapitre VIII. Statique des fluides compressibles et élastiques. Propriétés physiques de l'air. 38
Chapitre IX. Equilibre des fluides élastiques. 49

Deuxième section. Equilibre des fluides de densités différentes.

CHAPITRE I. Equilibre de divers fluides contenus dans le même vase. 55
CHAPITRE II. Equilibre de deux fluides différens, contenus dans des vases qui communiquent entr'eux. 60
CHAPITRE III. Quelques applications du principe établi dans le chapitre précédent. 62
CHAPITRE IV. Du baromètre. 69
CHAPITRE V. De la mesure des hauteurs par le moyen du baromètre. 76
CHAPITRE VI. Des altérations qu'éprouve l'équilibre de l'air par l'inégale température de ses différentes parties. 88
CHAPITRE VII. Des pompes les plus usitées. 93
CHAPITRE VIII. De quelques autres espèces de pompes. 108
CHAPITRE IX. Autres machines à élever l'eau. 113
CHAPITRE X. Des sifons. 126

Troisième section. Equilibre des solides plongés dans les fluides.

CHAPITRE I. Des diverses pressions que supporte un corps plongé dans un fluide. 131
CHAPITRE II. De la pression que l'air exerce sur nos corps. 136
CHAPITRE III. De la poussée verticale des fluides. 142
CHAPITRE IV. De l'équilibre des corps plongés. 147
CHAPITRE V. De la diminution qu'éprouve le poids d'un corps plongé dans un fluide. 151

CHAPITRE VI. De l'équilibre des corps flottans. 159
CHAPITRE VII. Des globes aérostatiques. 162
CHAPITRE VIII. De la stabilité des corps flottans. 167
CHAPITRE IX. De la manière de trouver par l'hydrostatique le volume d'un corps. 172
CHAPITRE X. Déterminer ce qui est nécessaire pour faire plonger dans un fluide, un corps plus léger que ce fluide. 177
CHAPITRE XI. Déterminer ce qu'il faut pour faire flotter sur un fluide, un corps plus pesant que ce fluide. 181
CHAPITRE XII. De la manière de trouver la pesanteur spécifique d'un solide. 185
CHAPITRE XIII. De la comparaison des masses, des volumes, et des pesanteurs spécifiques des corps solides. 189
CHAPITRE XIV. De la manière de déterminer par l'hydrostatique la nature d'un corps, ou la matière dont il est composé. 199
CHAPITRE XV. de la manière de trouver la pesanteur spécifique des fluides. 208
CHAPITRE XVI. De l'aréomètre ou pèse-liqueur. 212

Hydraulique physique. Deuxième partie. Hydrodynamique.

Première section. Des eaux fluentes.

CHAPITRE I. De la manière dont les fluides s'écoulent hors des vases ou réservoirs qui les contiennent. 220
CHAPITRE II. De la contraction de la veine fluide. 228
CHAPITRE III. Cause de l'écoulement des fluides. Vîtesse à l'orifice. 237

CHAPITRE

CHAPITRE IV. De la vîtesse de l'écoulement dans les vases entretenus constamment pleins. 246
CHAPITRE V. De la dépense théorique pour un vase entretenu constamment plein. 252
CHAPITRE VI. De la dépense effective, le vase étant toujours entretenu plein. 255
CHAPITRE VII. De la dépense effective par un tuyau additionnel. 261
CHAPITRE VIII. De l'écoulement des fluides par plusieurs orifices à-la-fois. 266
CHAPITRE IX. De l'écoulement des fluides lorsque le vase se vide. 272
CHAPITRE X. Des vaisseaux qui se remplissent par le fond. 289
CHAPITRE XI. Du mouvement d'oscillation dans les fluides. 293

Deuxième section. Des eaux jaillissantes.

CHAPITRE I. Des jets verticaux. 297
CHAPITRE II. De l'établissement d'un jet-d'eau. 309
CHAPITRE III. Des jets obliques. 313

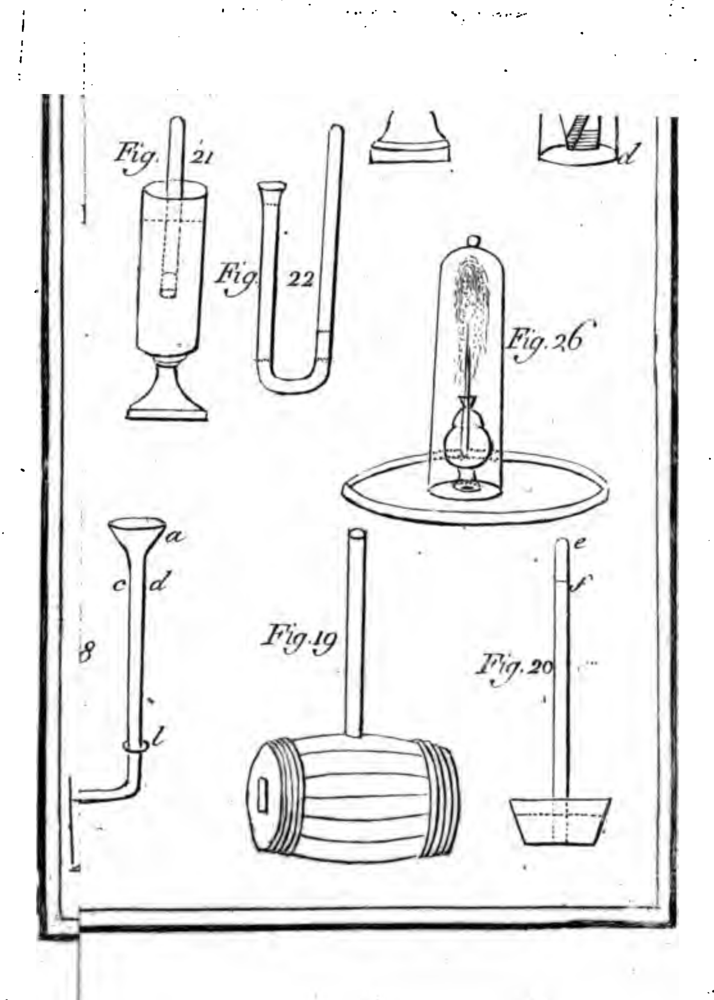
Troisième section. Des eaux courantes.

CHAPITRE I. Des eaux qui coulent dans des tuyaux. 318
CHAPITRE II. De la conduite des eaux. 325
CHAPITRE III. Des eaux qui coulent dans des canaux. 328
CHAPITRE IV. De la vîtesse des eaux courantes. 331
CHAPITRE V. Divers moyens de mesurer la vîtesse d'une eau courante. 336
CHAPITRE VI. Des rivières. 339

Quatrième section. De la résistance et du choc des fluides.

CHAPITRE I. Théorie du choc des fluides. 347
CHAPITRE II. Du choc oblique des fluides. 352
CHAPITRE III. Examen de la théorie du choc des fluides, comparée avec l'expérience. 358
CHAPITRE IV. Des différentes manières d'employer l'action de l'eau. 377
CHAPITRE V. De l'action de l'eau agissant par impulsion. Théorie des roues à aubes. 380
CHAPITRE VI. Examen des expériences faites par M. Bossut sur les roues à aubes. 390
CHAPITRE VII. De l'action de l'eau agissant par son poids. Théorie des roues à pots ou augets. 397
CHAPITRE VIII. De la réaction de l'eau. Roue à réaction. 405
APPENDICE des moulins à vent. 410
NOTES pour le Traité d'hydraulique physique. 414

Pl. 2



Pl. 2

34

Fig. 35

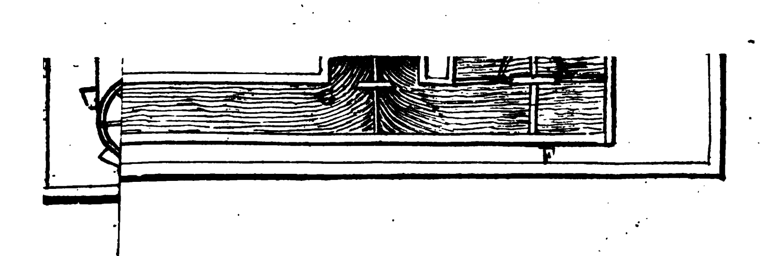
Fig. 36

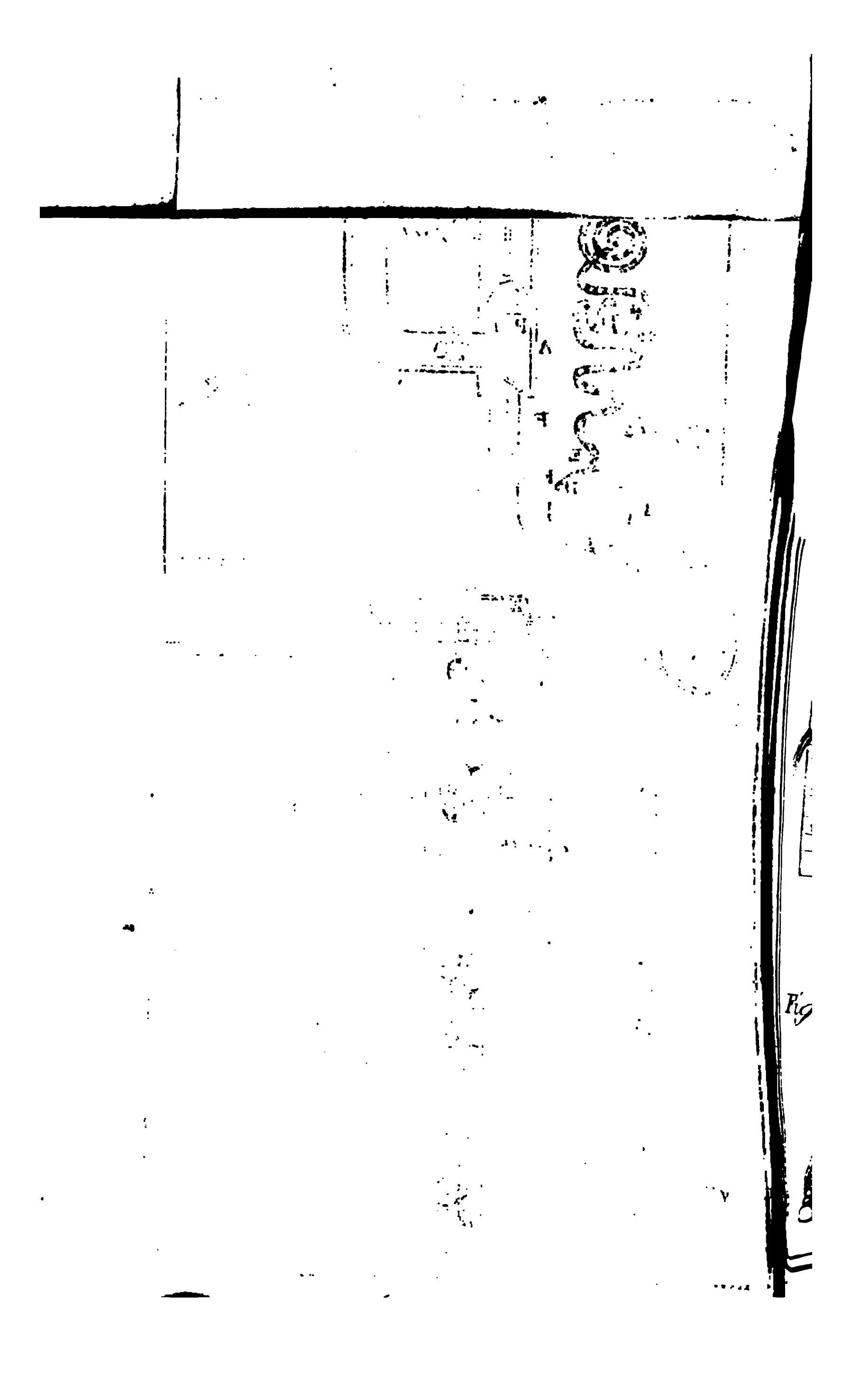
Fig. 44

Fig. 42

Fig. 43

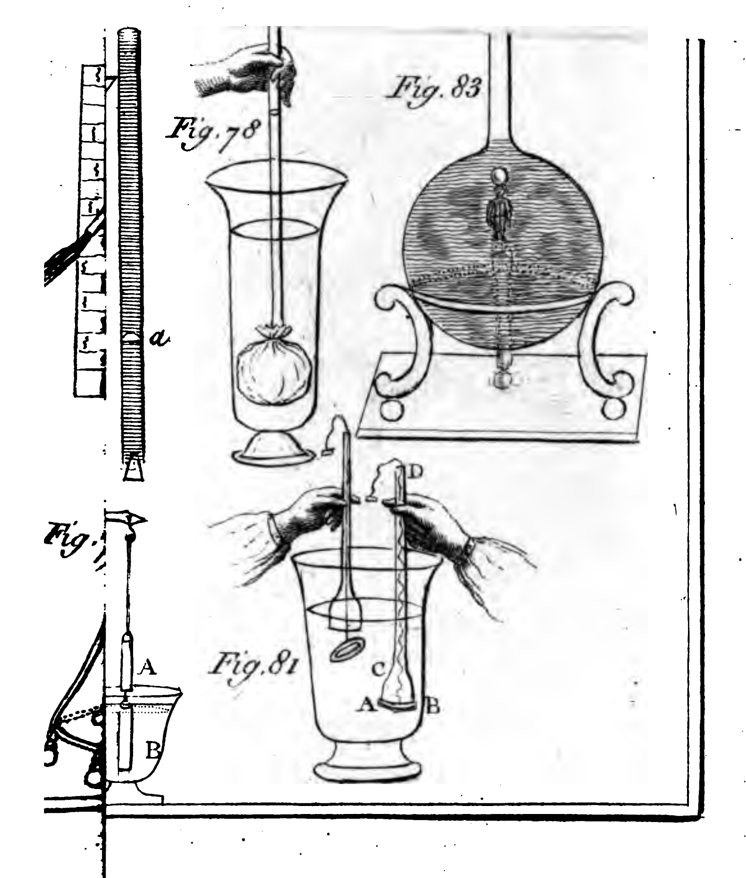
ig. 41

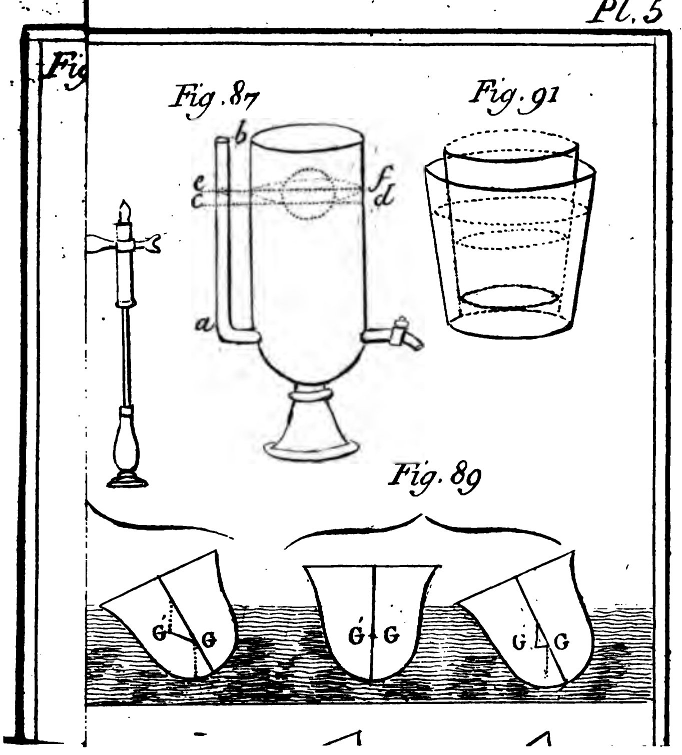


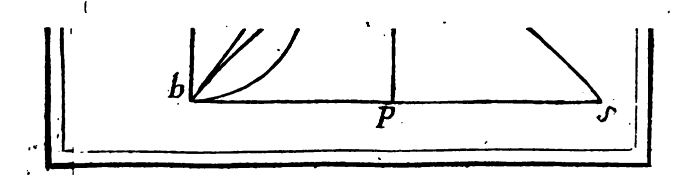


Pl. 5

Fig. 87 Fig. 91



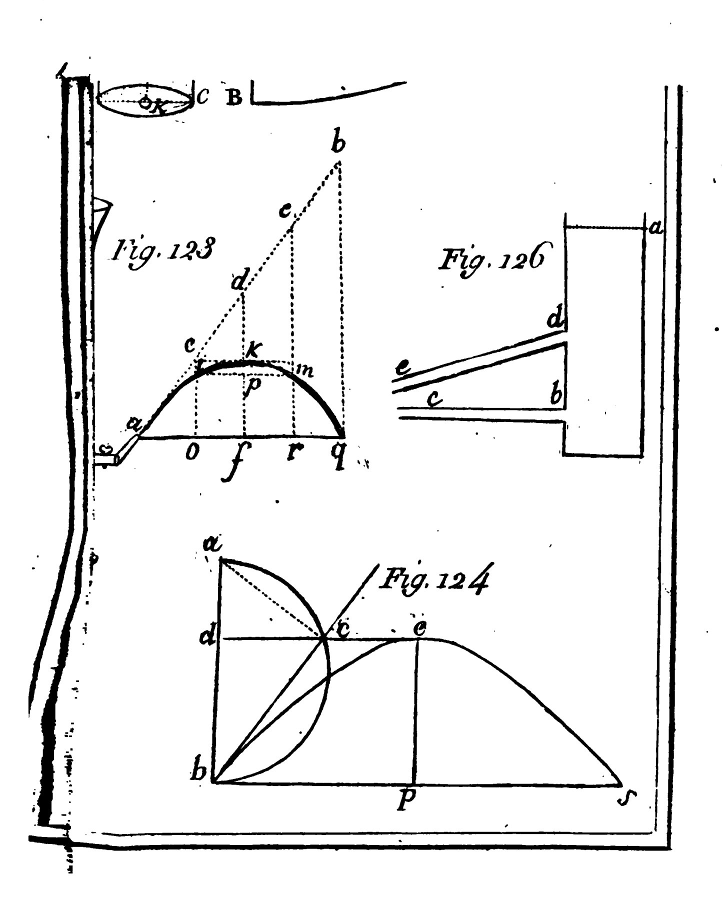

Fig
Fig. 87
b
e
c
f
d
a
Fig. 91
Fig. 89
G'
G
G'
G
G
G


b
P
s

Pl. 7

d b

Fig. 131



d b

Fig. 131

M

b a

N

Fig. 130

e

b

a

.136

c e l

f

b

i

d

k

Fig. 140

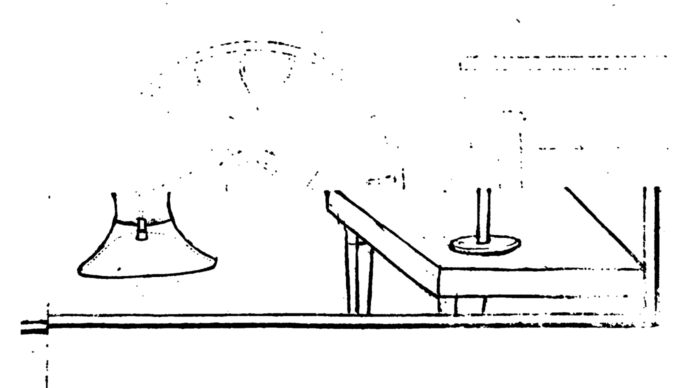


Fig. 131

M

b a

N

Fig. 130

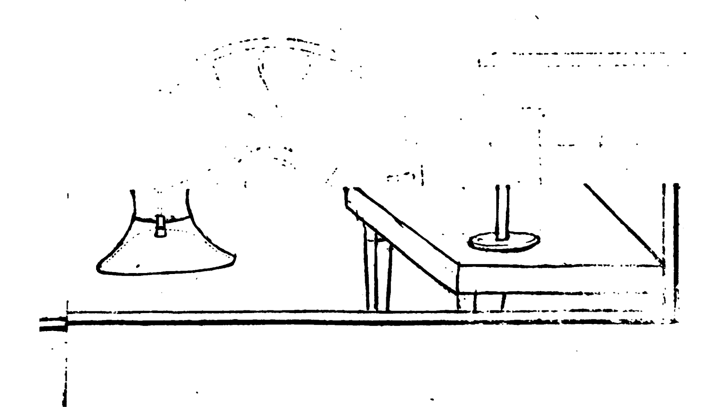
d b

e
b
a

.136

c e l
f
b
i
d
k

Fig. 140



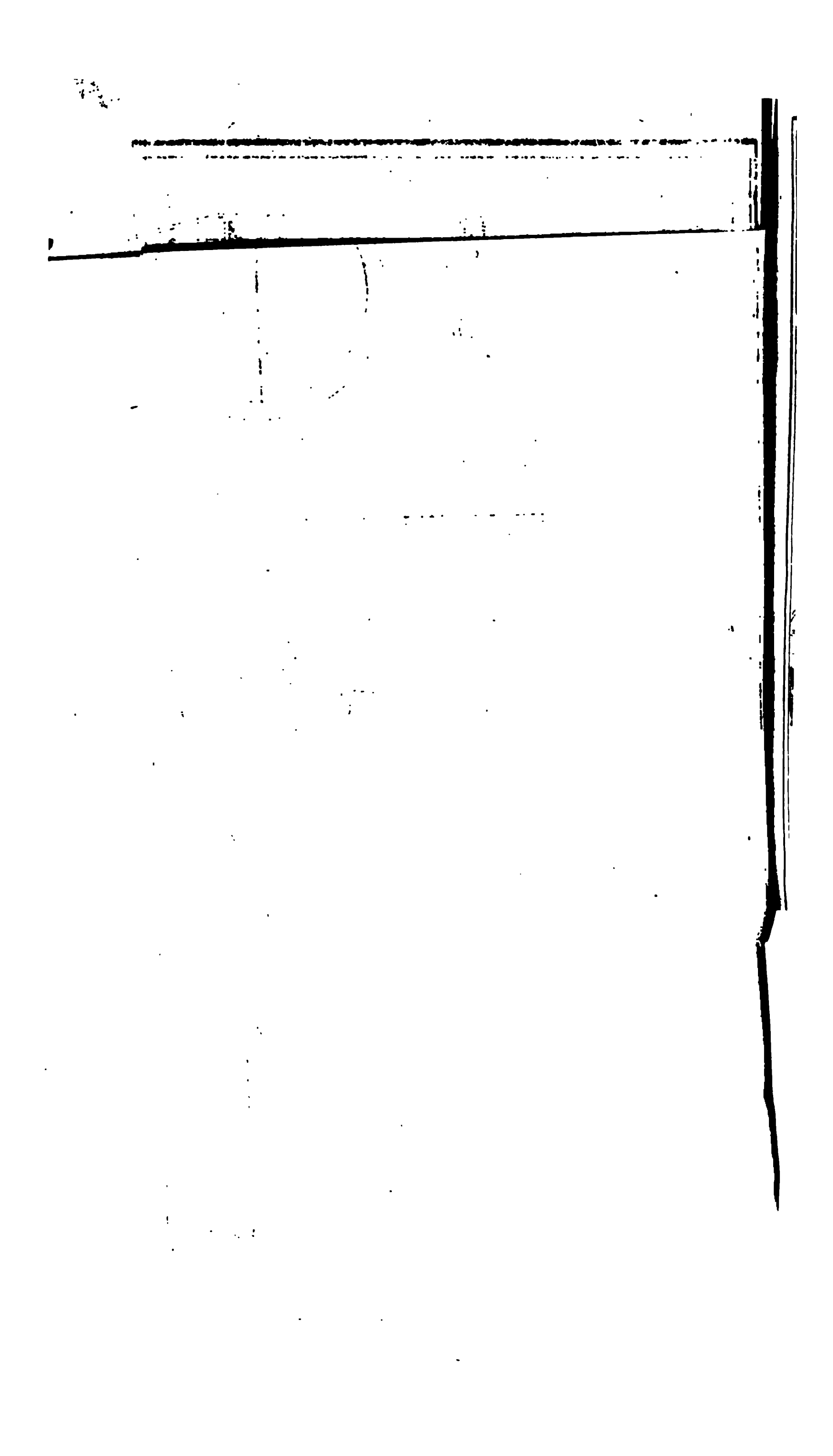


Fig. 161

A

D

K

B





